

HAMILTON DA SILVA OLIVEIRA

**O ENSINO DE TRIGONOMETRIA: UMA
INVESTIGAÇÃO COM ESTUDANTES DO CURSO DE
PÓS-GRADUAÇÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA**

Orientador: Ivontonio Gomes de Viana

Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias

Instituto de Educação

**Lisboa
2012**

HAMILTON DA SILVA OLIVEIRA

**O ENSINO DE TRIGONOMETRIA: UMA
INVESTIGAÇÃO COM ESTUDANTES DO CURSO DE
PÓS-GRADUAÇÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada para obtenção do grau de Mestre em Ciências da Educação, no curso de Ciências da Educação, conferido pela Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias.

Orientador científico: Prof. Doutor Ivontonio Gomes de Viana

Co-orientador científico: Prof. Doutor José Bernardino Duarte

Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias

Instituto de Educação

**Lisboa
2012**

DEDICATÓRIA

Dedico esse trabalho de dissertação ao meu pai Junior Jonas de Oliveira (in memorian), por sempre me estender à mão, disposto a ouvir e ajudar. Acredito que nunca estaríamos preparados para uma despedida, por isso foi preciso uma força divina para causar um breve adeus. Tenho hoje o tempo como aliado para curar a impaciência e amenizar a dor da saudade. Fico com a tristeza pela falta que me faz, mas agradeço a Deus por ser seu filho. Saudades eternas...

AGRADECIMENTOS

Ao arquiteto do universo, por ter me colocado em uma posição privilegiada no mundo.

À todas as entidades divinas que conspiram em meu favor, pelo proteção e paz.

Ao professor Doutor Ivontonio Gomes de Viana, pela importante e grandiosa orientação transmitida em poucas palavras.

Ao professor Doutor José B. Duarte, pela dedicação e atenção atribuída para a conclusão desse trabalho.

A minha querida mãe, Tereza da Silva Oliveira, por me ensinar na prática toda a divina importância do sentido das palavras amor e família.

Aos meus irmãos Kátia da Silva Oliveira e Haroldo da Silva Oliveira, por solidificarem os laços afetivos na composição da nossa família.

Às minhas sobrinhas Aline Cristina e Larissa Beatriz, por simbolizarem a renovação da união e do amor da nossa família.

À Clara Raphaelly Nogueira Batista, pelo auxílio, companheirismo, afetividade, carinho e compreensão.

Aos meus familiares, amigos e colegas que torcem por minhas conquistas e enaltecem os meus momentos de felicidades.

“Os matemáticos que limitam-se a repetir a frase k. Weierstrass: Nunca será um matemático completo aquele que não for um pouco poeta; é mister compreendê-la”.

(Nilson José Machado)

RESUMO

Esse trabalho apresenta os resultados de uma investigação que foi desenvolvida em conjunto com os alunos de duas turmas da pós-graduação no Ensino da Matemática. O objetivo principal desse estudo é analisar como foi constituída a abordagem dos conceitos da Trigonometria no Ensino Médio nas escolas brasileiras durante as últimas décadas. A devida verificação foi fundamentada por um estudo bibliográfico pertinente às concepções da catequização da Matemática e a ascendência do conceito e do ensino da Trigonometria. A angariação dos subsídios ocorreu através de um estudo de campo por meio de um questionário que, por sua vez, é focado na caracterização das percepções do âmbito escolar e da instituição de ensino superior, sobressaindo primordialmente à abordagem dos conceitos da Trigonometria no processo de formação escolar do estudante. O embasamento metodológico que conjecturou nossa pesquisa contempla primordialmente a análise dos dados para consolidar a informação que indique como foi efetivada a abordagem dos assuntos da Trigonometria no Ensino Médio nas escolas do Brasil. Na conclusão desta pesquisa, assinalamos que o ensino da Trigonometria se esbarra em uma problemática que causa, entre outros aspectos, o desestímulo dos estudantes em aprender os conteúdos dessa disciplina.

Palavras-chave: Ensino; Trigonometria; Abordagem.

ABSTRACT

This paper presents the results of an research that was developed jointly with students from two classes of graduate studies in Mathematics Teaching. The main objective of this study is to analyze how the approach was made about the concepts of trigonometry in high school in Brazilian schools during the last recent decades. The proper check was supported by a bibliographical study relevant to the concepts of mathematics catechism and the ascendance of the concept and teaching of trigonometry. The raising of subsidies occurred through a field study through a questionnaire which, in turn, is focused on the characterization of the perceptions of the school and higher education institution, standing primarily to the approach to the trigonometry concepts in the training process school student. The methodological basis conjectured that our research focuses primarily on data analysis to consolidate the information that indicates how was made the approach to the subject of trigonometry in high school schools in Brazil. At the conclusion of this research, we note that the teaching of trigonometry is hampered by a problem that causes, among other things, the lack of enthusiasm for students to learn the contents of this discipline.

Keywords: Teaching; Trigonometry; Approach.

ÍNDICE GERAL

DEDICATÓRIA	01
AGRADECIMENTOS	02
RESUMO	04
ABSTRACT	05
INTRODUÇÃO	12
CAPÍTULO I – AS CONCEPÇÕES SOBRE O ENSINO DA MATEMÁTICA	16
1.1 – A CONTRIBUIÇÃO DA PERSPECTIVA HISTÓRICO-SOCIAL PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA	16
CAPÍTULO II – A ASCENDÊNCIA DA TRIGONOMETRIA	20
2.1 – CONCEPÇÕES GENEALÓGICAS DA TRIGONOMETRIA ...	20
2.1.1 – A trigonometria na Grécia	20
2.1.2 – A trigonometria na China	33
2.2 – A TRIGONOMETRIA NOS LIVROS DIDÁTICOS	37
2.3 – O ENSINO DA TRIGONOMETRIA	44
CAPÍTULO III – OS PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	49
3.1 – OBJETIVO GERAL E ESPECÍFICO	49
3.2 – PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA APLICAÇÃO	51
3.3 – PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA REAPLICAÇÃO	54
CAPÍTULO IV – OS RESULTADOS DOS DADOS E DISCUSSÕES	57
4.1 – A REALIZAÇÃO DO CONHECIMENTO DE CASO	57
4.2 – A CONCEPÇÃO ESCOLAR	58
4.2.1 – A formação escolar	58
4.2.2 – A rede de ensino	63
4.3 – O ENSINO SUPERIOR	66
4.3.1 – O período do ensino superior	66
4.3.2 – A instituição de ensino superior	68
4.4 – A ABORDAGEM DA TRIGONOMETRIA NA ESCOLA	69
4.5 – OS CONTEÚDOS ABORDADOS NA ESCOLA	71

CAPÍTULO V – DISCUSSÕES E RESULTADOS DA REAPLICAÇÃO DA PESQUISA	74
5.1 – A CONCEPÇÃO ESCOLAR	75
5.1.1 – A formação escolar	76
5.1.2 – A rede de ensino	77
5.2 – O ENSINO SUPERIOR	79
5.2.1 – O período do ensino superior	79
5.2.2 – A exposição da trigonometria na escola	83
5.3 - OS CONTEÚDOS ABORDADOS NA ESCOLA	86
CAPÍTULO VI – O COMPARATIVO ENTRE AS ANÁLISES	92
6.1 - A COMPARAÇÃO E A MÉDIA DO PERÍODO DE FORMAÇÃO ESCOLAR E A REDE DE ENSINO	93
6.1.1 - O comparativo e a média do período de formação	93
6.1.2 - A composição da rede de ensino	96
6.2 – AS CONCEPÇÕES PERTINENTES AO ENSINO SUPERIOR	98
6.2.1 - O comparativo e a média do período de formação superior	98
6.2.2 - As instituições de ensino superior	101
6.3 - A UNIFICAÇÃO DOS DADOS REFERENTES AOS CONTEÚDOS DE TRIGONOMETRIA ABORDADOS NA ESCOLA	103
CONSIDERAÇÕES FINAIS	106
REFERÊNCIAS	109
ANEXOS	I

ÍNDICE DE FIGURA

Figura 1 - Corda no círculo	21
Figura 2 – Relação entre ângulo e os lados de um triângulo obtuso	22
Figura 3 – Relação entre o ângulo e os lados de um triângulo retângulo	22
Figura 4 – O tratado Sobre a Distância do Sol e da Lua	23
Figura 5 – Observação de Eratóstenes da curvatura da Terra pelos comprimentos das sombras em diferentes latitudes	25
Figura 6 – Metade da corda no círculo	26
Figura 7 – As cordas e os lados de polígonos regulares inscritos	28
Figura 8 – Os três primeiros comprimentos das três primeiras cordas	28
Figura 9 – Comprimentos de 108° , 120° e 144°	31
Figura 10 – Métodos de descrição de um corpo celeste	34
Figura 11 – Arcos e Ângulos	88
Figura 12 – Ciclo Trigonométrico	89

ÍNDICE DE GRÁFICO

Gráfico 1 – O percentual relativo dos alunos da turma “A-EM” (2010.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com o período de conclusão do ensino colegial - IBRAPES-UVA/2010	62
Gráfico 2 – O percentual relativo dos alunos da turma “A-EM” (2010.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com a rede de ensino em que concluiu o ensino colegial - IBRAPES-UVA/2010	65
Gráfico 3 – O percentual relativo dos alunos da turma “A-EM” (2010.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com o período de conclusão do ensino superior - IBRAPES-UVA/2010	67
Gráfico 4 – O percentual relativo dos alunos da turma “A-EM” (2010.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com a instituição em que concluiu o ensino superior - IBRAPES-UVA/2010	68
Gráfico 5 – O percentual relativo dos alunos da turma “A-EM” (2010.2) da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com os conteúdos trigonométricos abordados na escola - IBRAPES-UVA/2010	70
Gráfico 6 – O percentual relativo dos alunos da turma “A-EM” (2010.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionando aos conteúdos da Trigonometria abordados na escola - IBRAPES-UVA/2010	71
Gráfico 7 – O percentual relativo dos alunos da turma “A-EM” (2011.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com o período de conclusão do ensino colegial - IBRAPES-UVA/2011	76
Gráfico 8 – O percentual relativo dos alunos da turma “A-EM” (2011.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com a rede de ensino em que concluiu o ensino colegial - IBRAPES-UVA/2011	78
Gráfico 9 – O percentual relativo dos alunos da turma “A-EM” (2011.2) da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com o período de conclusão do ensino superior - IBRAPES-UVA/2011	80
Gráfico 10 – O percentual relativo dos alunos da turma “A-EM” (2011.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com a instituição em que concluiu o ensino superior - IBRAPES-UVA/2011	81

Gráfico 11 – O percentual relativo dos alunos da turma “A-EM” (2011.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado aos conteúdos trigonométricos abordados na escola - IBRAPES-UVA/2011	84
Gráfico 12 – O percentual relativo dos alunos da turma “A-EM” (2011.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionando aos conteúdos da Trigonometria abordados na escola - IBRAPES-UVA/2011	87
Gráfico 13 – O percentual relativo dos alunos das turmas “A-EM” (2010.2) e “A-EM” (2011.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com o período de conclusão do ensino colegial - IBRAPES-UVA/2012	94
Gráfico 14 – O percentual relativo dos alunos das turmas “A-EM” (2010.2) e “A-EM” (2011.2), do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com o período de conclusão do ensino superior - IBRAPES-UVA/2012	95
Gráfico 15 – O percentual relativo dos alunos das turmas “A-EM” (2010.2) e “A-EM” (2011.2), do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com a rede de ensino em que concluiu o ensino colegial - IBRAPES-UVA/2012 ..	97
Gráfico 16 – O percentual relativo dos alunos das turmas “A-EM” (2010.2) e “A-EM” (2011.2), do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com a instituição em que concluiu o ensino superior - IBRAPES-UVA/2012	99
Gráfico 17 – O percentual médio relativo dos alunos da turma “A-EM” (2010.2) e “A-EM” (2011.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com o período de conclusão do ensino superior - IBRAPES-UVA/2012	100
Gráfico 18 – O percentual relativo dos alunos das turmas “A-EM” (2010.2) e “A-EM” (2001.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com a instituição em que concluiu o ensino superior - IBRAPES-UVA/2012	101
Gráfico 19 – O percentual relativo dos alunos das turmas “A-EM” (2010.2) e “A-EM” (2001.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionando aos conteúdos da Trigonometria abordados na escola - IBRAPES-UVA/2012	104

ÍNDICE DE TABELA

Tabela 1 – Cordas dos ângulos especiais	31
Tabela 2 – Portaria de 1951 / Curso Ginásial (três aulas semanais)	41
Tabela 3 – Organização da Educação Atual no Brasil	59
Tabela 4 – A relação entre os alunos da turma “A-EM” (2010.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática e o período de conclusão do ensino colegial - IBRAPES-UVA/2010	61
Tabela 5 – A relação entre os alunos da turma “A-EM” (2010.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática e o período de conclusão do ensino superior - IBRAPES-UVA/2010	66
Tabela 6 – A relação entre os alunos da turma “A-EM” (2011.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática e o período de conclusão do ensino colegial - IBRAPES-UVA/2011	75
Tabela 7 – A relativo entre os alunos da turma “A-EM” (2011.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática e o período de conclusão do ensino superior - IBRAPES-UVA/2011	80

INTRODUÇÃO

A ilusão causada pelo encanto da resolução de problemas apresentado pela matemática está presente na vida do autor deste estudo desde o período colegial. A combinação de regras utilizadas nos cálculos para encontrar o resultado final de um exercício é algo equivalente aos desafios apresentados por um determinado jogo. No entanto, os ilimitados desafios causados pelas questões de matemática desencadeiam uma série crescente de dúvidas e abstrações quanto ao uso das respostas obtidas em certos exercícios.

Já no exercício da docência, o autor desse trabalho teve como inspiração a preocupação de pesquisa sobre aplicação pedagógica que possibilitasse sanar, ou minimizar, verdadeiramente os porquês que costumeiramente ouvimos do aluno em sala de aula gerado pela abstração da matemática, em especial, destacamos o contexto da trigonometria onde nos foi possível perceber que os colegas de profissão assinalam que é complexo ensinar essa disciplina familiarizando os seus conceitos com o conhecimento do cotidiano do aluno, além do mais, é escasso o tempo de aula disponibilizado pelas escolas brasileiras para o desenvolvimento dessa matéria.

É possível concordar que a aplicação do conceito de trigonometria para a resolução de problema é algo fascinante, mas, também é um gerador de dúvida quanto a sua aplicação prática no cotidiano. É perceptível para o professor de matemática a complexibilidade de familiarizar o assunto da trigonometria com o conhecimento habitual do aluno.

As considerações presentes nesta dissertação possuem em seu escopo, informações constituídas a partir do relato de estudantes do curso de pós-graduação no ensino da matemática acerca do estudo relacionado ao ensino da trigonometria no âmbito escolar. Essa análise foi realizada através de uma pesquisa contundente constituída pelas informações pertinentes ao período de formação escolar, a rede responsável pela administração da instituição de ensino e a abordagem do conceito da trigonometria durante o período escolar.

Ao atuarmos como docente no curso de matemática em uma determinada Universidade em Natal, RN – Brasil, nos foi possível vivenciar a complexidade de

abordar conceitos que necessitavam previamente dos assuntos da trigonometria. Essa situação fez com que os professores, juntamente com a coordenação do curso de matemática dessa instituição de ensino superior, atribuísses à grade curricular do curso a disciplina de Fundamentos da Trigonometria, a fim de revisar e contextualizar os conceitos dessa matéria aplicados no ensino médio. Diante dessa situação, surgem as indagações relacionadas à abordagem dos contextos trigonométricos durante a escolaridade. Como se deu a abordagem dos assuntos de trigonometria no ensino médio? Os alunos conseguiram estudar os contextos dessa disciplina em sua totalidade no ambiente escolar? As respostas das referentes indagações foram constituídas através de uma investigação realizada com os estudantes do curso de pós-graduação no Ensino da Matemática durante o desenvolvimento da disciplina O Ensino da Trigonometria.

As explicações encontradas nas respostas dessa problemática é um auxílio para a reparação dos possíveis equívocos causados pelas escolas brasileiras e pelos conceitos relacionados ao ensino da trigonometria, uma vez que, as concepções geradas através da vivência com os estudantes durante o curso de graduação nos fez acreditar, a princípio, que esses sujeitos não abarcaram essa disciplina durante a sua formação escolar.

Nessa pesquisa, executamos um estudo que tem por objetivo geral investigar a abordagem dos contextos pertinentes ao ensino da trigonometria nas escolas brasileiras.

Na constituição dos objetivos específicos, procuramos:

- Elaborar uma reconstrução teórica sobre as concepções do ensino da Matemática;
- Analisar a ascendência dos conceitos da trigonometria nos livros didáticos utilizados nas escolas brasileiras;
- Investigar a composição do ensino da trigonometria no ambiente escolar.

A análise dos dados foi realizada através de uma categorização e, posteriormente, uma triangulação com os resultados obtidos nas classes pesquisadas.

A conciliação desse trabalho ocorreu por meio de seis capítulos. O primeiro capítulo foi constituído pelas informações pertinentes à fundamentação teórica da pesquisa, no qual instituímos as concepções sobre a contribuição da perspectiva

histórico-social para o ensino da matemática, tomando como base a referência da necessidade do estudo da história do ensino, o impacto causado pela revolução industrial, a aplicação da matemática moderna nas escolas do Brasil e as distinções das fontes históricas norteadoras da trigonometria.

O segundo capítulo, é contextualizado com a ascendência da trigonometria consolidada pelas concepções genealógicas dessa disciplina no território da Grécia e da China, em seguida, destituímos a trajetória dos conceitos dessa matéria nos livros didáticos, por fim, relatamos a ponderação de algumas metodologias relacionadas ao ensino da trigonometria.

O terceiro capítulo apresenta, inicialmente, a fonte de inspiração dessa observação, o estudo múltiplo de caso, a descrição do universo da análise e os objetivos gerais e específicos, em seguida, instituímos os procedimentos metodológicos da aplicação e da reaplicação da pesquisa.

O quarto capítulo apresenta e discute os resultados da pesquisa primária enfatizando a aplicação da trigonometria no ambiente escolar que, por sua vez, foi composta através de um questionário que enfatiza o período de formação escolar e de ensino superior, a rede administrativa responsável pela instituição de ensino e a abordagem dos conceitos trigonométricos apresentados no âmbito escolar.

O quinto capítulo trata das informações pertinentes aos resultados obtidos na reaplicação da pesquisa piloto em uma turma distinta, enfatizando as concepções periódicas e administrativas da escola e do ensino superior, em seguida, indica a exposição do assunto relativo à trigonometria aplicada no ensino médio enfatizando a frequência relativa da abordagem de cada assunto dessa disciplina.

No sexto capítulo, desenvolvemos uma análise sistemática com os resultados obtidos nas pesquisas anteriores, apresentando a unificação dessas informações estruturadas pelas concepções pertinentes ao âmbito escolar e o ensino superior.

Após a averiguação das fundamentações teóricas e das informações obtidas com os estudantes do curso de pós-graduação no Ensino da Matemática, completamos nosso trabalho relatando nas considerações finais um diálogo com as leituras dos objetivos propostos e os dados questionados, buscando

compreender a conciliação do ensino da trigonometria e a realidade prática na catequização dessa matéria no âmbito escolar.

CAPÍTULO I

AS CONCEPÇÕES SOBRE O ENSINO DA MATEMÁTICA

1.1 - A CONTRIBUIÇÃO DA PERSPECTIVA HISTÓRICO-SOCIAL PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

Através de fragmentos históricos da humanidade é possível entender os primórdios da história do ensino fazendo uma análise reflexiva de conceitos e ideias pertinentes ao conhecimento de causa, para, em seguida, transpor essas informações à realidade e, se possível, evitar no presente a repetição dos deslizes cometidos no passado.

A história do ensino da matemática não foge à regra e, por meio dela, é possível entender, mesmo de forma duvidosa e incompleta, o motivo pertinente que leva a atribuir ao seu ensino um importante papel no desenvolvimento da educação matemática. O estudo da história do ensino da matemática se faz necessário para que se possa compreender a evolução intrínseca à disciplina diante da educação que levou a ser isso que é nos dias atuais.

A educação não é em primeiro lugar a aprendizagem do necessário, depois da mudança e do variável. O jovem é conduzido na natureza, se mostra a ele em todo lugar o império das leis; depois as leis da sociedade civil: aqui se coloca já a questão incisiva: deveria isso ser assim: pouco a pouco ele tem necessidade de história para entender como chegou a ser isso que se é. Mas ao mesmo tempo ele aprende que isso pode vir a ser outra coisa. Qual é o poder do homem sobre as coisas? Esta é a questão de toda educação. E para mostrar como tudo pode ser diferente, que se mostre, por exemplo, os gregos. Precisamos dos Romanos para mostrar como as coisas se *tornaram* como são (NIETZSCHE, 2005, p. 360).

Diante disso, iniciaremos nosso estudo neste capítulo dando ênfase à história do ensino da matemática, partindo das informações referentes a da Revolução Industrial ocorrida na Inglaterra no século XVIII relatada por MAYOR Frederico e FORTI Augusto na obra *Ciência e poder*, Tradução de Roberto Leal Ferreira. 1998.

Essa revolução foi responsável pela introdução de novos meios de produção na sociedade, também possibilitou às indústrias um aumento significativo na produção de alimentos e bens de forma seriada. No começo deste período, as máquinas eram movidas pelo vapor e, posteriormente, pela energia do carvão e da eletricidade. A partir disso, as indústrias passaram a ser dependentes da mecanização das máquinas para executar a sua produtividade de forma rápida e eficaz. Diante de tal necessidade, as máquinas passaram a ser constantemente modernizadas gerando tanto um aumento na produtividade quanto na qualidade do produto desenvolvido. O impacto causado pela Revolução Industrial transformou radicalmente a vida da humanidade, haja vista que a mesma “tratou-se de uma autêntica revolução, ou seja, uma ruptura memorável com o passado e até agora não foi plenamente analisada em seu impacto sobre a sociedade global” (MAYOR; FORTI, 1998).

De acordo com MACHADO, 2006, o período pós-industrial igualmente conhecido como Revolução da Informação também exerceu grande contribuição para a constituição da história do ensino da matemática. Marcado pelo relevante papel desempenhado pela tecnologia, pelas revolucionárias equações do físico escocês James Clerk Maxwell (1831-1879), que descreveu as propriedades do eletromagnetismo, a revolução tecnológica passou pela descoberta das ondas de rádio e dos sinais de televisão. Caracterizando-se pela atividade econômica baseada na criação (invenção), processamento, armazenamento e aplicação de conhecimento ou informação, a Revolução da informação teve como principal ferramenta material o computador, seus softwares e a internet são utilizados como competências para operar transportes, máquinas e equipamentos. “Os progressos tecnológicos mais significativos constituem respostas a problemas concretos da realidade social e econômica dos países que os produziram, no estágio em que se encontram (MACHADO, 2006, p.83).”

Após a expansão da produtividade industrial, as nações resolvem a partir de então aumentar suas fronteiras e dão início às grandes navegações. Através dessas, surge o descobrimento de novas terras e culturas com aspectos socioeconômicos que levaram as Universidades da Europa a fortalecer o estímulo da educação em nível elementar e secundário.

Segundo as ideias de LAVORENTE, a nova realidade representada pela Revolução Industrial e pela sociedade pós-industrial afeta também a maioria de suas instituições. Na esfera da educação, a coação social para que o ensino apreenda toda a população escolar e ganhe em predicado é imensa. Esse processo desencadeia uma série de mudanças econômicas, culturais, políticas e sociais e proporcionam a introdução do ensino da Matemática na escola a partir do final do século XVIII concomitantemente a outras práticas de ensino da época.

Nesse período, a matemática era apontada em duas modalidades: a matemática abstrata, que estuda a teoria ou explicação; e a matemática utilitária, que é relacionada às necessidades cotidianas. Ambas são de fundamental importância para o entendimento da matemática enquanto disciplina, no entanto, esta é apresentada na educação dos níveis fundamental e secundário como um mero instrumento de contagem. Em tal período, a educação em geral ainda dava pouca importância a essa disciplina que, muitas vezes, era ministrada por professores particulares visando apenas habilitar o jovem à vida prática fora da formalidade escolar. Estes conhecimentos geralmente eram transmitidos aos alunos de forma livre, sem critérios, provocando inúmeras vezes um excesso de informações sem proficiência concreta, causando apatia e, por conseguinte, um desinteresse ao conteúdo escolar.

Com o passar dos anos, e a partir do surgimento de novas tendências matemáticas, uma reformulação curricular é feita e aplicada às escolas que, por sua vez, passa a apresentar uma visão moderna da matemática e enfatizar a fundamentação dos conteúdos dessa disciplina baseando-se na memorização de regras e no mecanismo de repetição.

Para D'Ambrosio (1986), a Matemática Moderna não apresentou mudanças significativas nas escolas. Na verdade, não se reconhecem ideias novas, realmente profundas, em Matemática, quando comparadas com outras ciências, e talvez o maior impacto comece a surgir com a possibilidade de cálculos rápidos, o

que era absolutamente impossível de ser feito sem a utilização de equipamentos eletrônicos. Da mesma maneira, não se vê alterações profundas no modo como são conduzidas às escolas.

De acordo com Nobre (2004), é necessário levar em consideração que as fontes de informações históricas norteadoras dessa matéria são desprovidas de provas concretas, são distorcidas e muitas vezes, ocultas. A história da matemática torna-se duvidosa devido à falta de documentos que comprovam os fatos, o que levou os historiados a concluir ideias sem provas sólidas; se tornam distorcidas, pois, mesmo na existência de documentos que comprovam a história, é contestável a veracidade de tais informações. É oculta, devido às constantes descobertas que apontam as informações, até então aceitas como verdadeiras, como manipuladas e incompletas.

E é a partir desse contexto, que devemos perceber que apesar de toda obscuridade existente na história da matemática, a mesma trata-se de um importante componente para que o seu ensino enquanto disciplina possa fluir de forma mais clara e contundente.

CAPÍTULO II

A ASCENDÊNCIA DA TRIGONOMETRIA

2.1 – CONCEPÇÕES GENEALÓGICAS DA TRIGONOMETRIA

Neste capítulo, faremos uma análise dos conceitos preliminares que compõem a Trigonometria. Para tanto, se fez necessário um levantamento das ideias utilizadas pelos pesquisadores primitivos na aplicação prática das técnicas trigonométricas destinadas à resolução de problemas.

2.1.1 – A trigonometria na Grécia

As informações contidas nesse capítulo são constituídas pela ostentação da ideia de que os primórdios da trigonometria grega passaram a existir por meio das pretensões dos astrônomos, a partir disso, buscamos reunir subsídios que relacionam a astronomia para com a trigonometria de forma intrínseca e contundente. No entanto, a nossa pretensão para a realização do relato desses dados será de cunho superficial, haja vista que apenas os acontecimentos mais relevantes serão referidos e abordados no decorrer deste trabalho.

Assumindo, então, que o estabelecimento da trigonometria, em um certo estágio de seu desenvolvimento deu-se graças a demandas da astronomia, observação e trigonometria na Grécia. (MOREY, 2009, p. 127).

Entre os gregos, a trigonometria nasceu de forma sistematizada para resolver problemas relativos à Astronomia. Baseando-se em observações, eles relacionavam os ângulos e os lados do triângulo, definindo-os de maneira sintética. (SAMPAIO, 2008, p. 42).

Os autores MOREY (2009) e SAMPAIO (2008) relatam a ideia que é impreterível realizarmos nossos estudos sem iniciarmos-os enfatizando os acontecimentos ocorridos na Grécia antiga. Os indícios históricos da trigonometria

na Grécia são originados a partir da resolução de problemas oriundos das observações de corpos celestes realizados no âmbito da Astronomia. Através dessas observações, os astrônomos procuravam sistematizar a distância entre os corpos celestes por meio de conceitos que relacionavam ângulos (ou arcos) em um círculo, com o comprimento das cordas, que são originadas de forma subentendida.

A etimologia da palavra corda advém do latim *chorda* (corda de arco); quando esta terminologia é utilizada na Matemática, entende-se que a mesma tem por finalidade fazer alusão ao segmento de reta que conecta dois pontos extremos de um arco do círculo, possibilitando a integração do raio ao ângulo central o qual intercepta a corda.

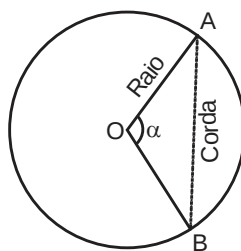


Figura 1 - Corda no círculo

A trigonometria grega baseava-se na relação funcional entre as cordas de um círculo e os arcos centrais que subentendem, estabelecendo posteriormente as relações entre os ângulos e os lados do triângulo. (SAMPAIO, 2008, p. 42).

O professor matemático e escritor grego Euclides de Alexandria (360 a.C. – 295 a.C.) utilizou uma linguagem geométrica para mencionar os conceitos do que hoje conhecemos como lei dos cossenos para ângulos agudos e obtusos na Trigonometria. Para desenvolver expressões, ele fez o uso de métodos semelhantes à habitual demonstração do teorema Pitágoras.

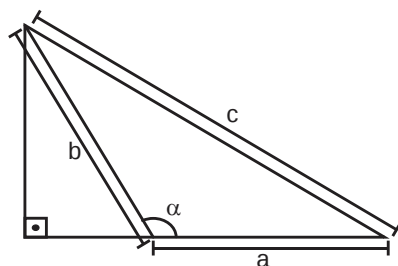


Figura 2 – Relação entre ângulo e os lados de um triângulo obtuso.

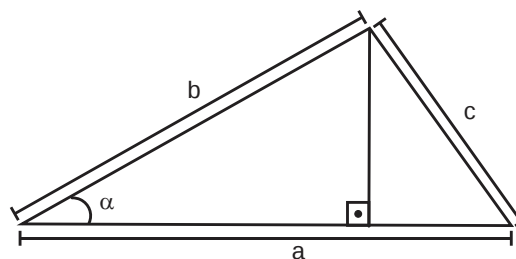


Figura 3 – Relação entre o ângulo e os lados de um triângulo retângulo.

Na formulação de Euclides, temos que:

$$c^2 = a^2 + b^2 + 2.a.b.(\text{projeção de } b \text{ sobre } a) \text{ (Figura 2) e}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.(\text{Figura 3})$$

Escrevendo a fórmula de Euclides em uma linguagem trigonométrica, temos:

$$c^2 = a^2 + b^2 + 2.a.b.\cos \alpha \text{ (Figura 2) e}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos \alpha \text{ (Figura 3)}$$

Na verdade, o que Euclides fez foi enunciar o que conhecemos hoje como lei dos cossenos para ângulos agudos e obtusos usando para isto uma linguagem geométrica em vez de uma linguagem trigonométrica e usa na sua demonstração métodos semelhantes ao usado na sua demonstração do teorema de Pitágoras. (MOREY, 2009, p. 122).

Desde os tempos do matemático geométrico Hipócrates de Quíros (470 a.C. – 410 a.C.) até o período do astrônomo e bibliotecário Eratóstenes (285 a.C. – 194 a.C.), os matemáticos gregos realizaram inúmeras pesquisas sobre as analogias correspondentes entre retas e círculos com o intuito de que as relações resultantes dessa afinidade fossem utilizadas para solucionar problemas relacionados a astronomia, e formalizadas por uma linguagem, até então, não determinada como trigonometria. Uma demonstração dessa formalização é o tratado criado pelo astrônomo grego Aristarco de Samos (310 a.C. – 230 a.C.). Ele escreveu o tratado *Sobre a Distância do Sol e da Lua* acreditando que o planeta Terra se movimentava em torno do Sol e que já conhecia a distância entre a Terra e a Lua.

Nesse tratado, Aristarco demonstra uma maneira perspicaz de medir a distância entre a Terra e o Sol, e, concomitantemente, apresenta um modo bastante interessante de calcular o tamanho da Lua.

Para entendermos melhor o conteúdo do tratado *Sobre a distância do Sol e da Lua*, cujo é de fácil compreensão, temos aqui ilustrado, uma demonstração do pensamento de Aristarco onde percebemos que, quando a Lua está meio cheia (crescente ou minguante), o ângulo entre as linhas de vista ao Sol e à Lua difere para menos de um ângulo reto por um trintavos de um quadrante. Ou seja, podemos representar de modo simplificado o tratado de Aristarco em um triângulo retângulo.

Aristarco, em seu tratado *Sobre os Tamanhos e Distância do Sol e da Lua* (c. 260 a.C.) diz que quando a Lua está meio cheia, o ângulo entre as linhas de vista ao Sol e à Lua difere para menos de um ângulo reto por um trintavos de um quadrante. (MOREY, 2009, p. 128).

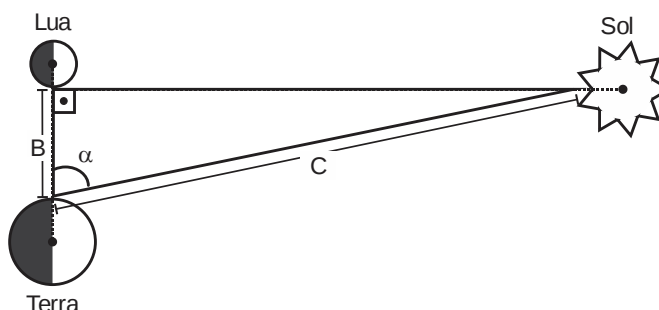


Figura 4 – O tratado Sobre a Distância do Sol e da Lua.

Observando da Terra a posição do Sol e da Lua, representa-se a distância entre a Terra e a Lua por um valor B, o ângulo α relaciona o afastamento entre a Lua e o Sol.

Em sua conclusão, Aristarco determina que o Sol esteja entre dezoito e vinte vezes mais distante da Terra do que da Lua. Nos dias de hoje, é possível saber que esses procedimentos estão corretos, entretanto, o resultado final está equivocado. A precisão dessa resposta foi prejudicada pelo erro de observação ao medir o ângulo entre a Lua, a Terra e o Sol, onde o valor estimado por Aristarco foi

de 87 graus, e, o correto seria em torno de 89,5 graus. Naquela época, os estudiosos ainda não haviam desenvolvido as tabelas trigonométricas, no entanto, eram utilizados teoremas, os quais podem ser representados, nos dias atuais, por uma linguagem trigonométrica como sendo, para $0^\circ < \alpha < 90^\circ$:

O método de Arquimedes de Siracusa (287-212 a. C), apresentado no seu trabalho “Sobre tamanhos e distâncias do Sol e da Lua”, mostra que antes de Hiparco (140 a. C), já se calculavam tabelas trigonométricas. (SAMPAIO, 2008, p. 42).

Segundo MOREY (2009),

Na linguagem trigonométrica de hoje isto seria equivalente a dizer que a razão da distância da Lua para a distância do Sol é $\sin 3^\circ$. Naquele tempo ainda não tinham sido desenvolvidas as tabelas trigonométricas, mas era conhecido um teorema [...].(MOREY, 2009, p. 129).

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} < \frac{\alpha}{\beta} < \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta}$$

Em nomenclatura, podemos dizer que a razão entre o seno do ângulo α e o seno do ângulo β é menor que a razão entre os ângulos α sobre o β , que, por sua vez, é menor que a razão entre a tangente de α sobre a tangente β .

A mais conhecida realização geográfica de Eratóstenes (285 a.C – 194 a.C.) foi sua estimada medição da circunferência da Terra. Ele foi um matemático, bibliotecário e astrônomo grego que se consagrou ao observar, ao meio dia, num período de verão com total aparência do Sol, que os raios solares iluminavam o fundo de um poço profundo em Siena (atual Assuã, Egito). Em outras palavras, o Sol brilhava diretamente dentro de um poço sem projetar nenhuma sombra. Isso significa que o Sol estava diretamente na vertical. Então, se a altitude do Sol fosse medida no mesmo momento numa outra cidade, por exemplo, em Alexandria, teríamos um ângulo que possibilitava determinar a diferença de latitude entre Siena e Alexandria. A diferença mostrava ser aproximada a 1/50 da circunferência terrestre. Em seguida, Eratóstenes fez medir a distância entre Siena e Alexandria encontrando um valor aproximado a 46.660 quilômetros, dado estimado bem

aproximado à distância moderna da circunferência polar da Terra, a qual é de 39.941 quilômetros.

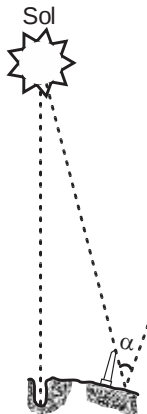


Figura 5 - Observação de Eratóstenes da curvatura da Terra pelos comprimentos das sombras em diferentes latitudes.

A composição de uma linguagem puramente trigonométrica surge, possivelmente, com a constituição da primeira tabela trigonométrica composta com valores seriados de ângulos, compiladas pelo astrônomo Hiparco de Niceia (190 - 126 a.C.). Ele, provavelmente, foi pioneiro no uso sistemático da divisão da circunferência em 360 graus, inspirado na ideia herdada dos babilônios que tinha dividido o ano em uma linha de tempo de 360 partes e a divisão do grau em sessenta minutos de sessenta segundos. A divisão da circunferência em 360 graus parece ter sido colocada em uso na Grécia desde os tempos de Hiparco, embora não se saiba ao certo como surgiu a convenção que relaciona tempo e grau.

A constituição da trigonometria ganha consistência após a influência da obra *Syntaxis Mathematica* (Coleção Matemática) composta por 13 livros. Essa obra foi escrita pelo cientista grego que viveu em Alexandria, Cláudio Ptolomeu (90 d.C. – 168 d.C.). Ele utilizou os números para elaborar uma sistemática geométrica que delineasse o movimento do céu e, mais tarde, a obra de Ptolomeu foi chamada de *Almagesto*, o que significa, o grande tratado.

A obra intitulada composição Matemática, conhecida também por seu título grego como *Matematike Syntaxis* ou ainda por seu nome árabe *Almagesto*, é um tratado de astronomia da Antiguidade. Escrito em grego no Egito helenístico por volta de 150 d.C., ele é, de fato, o maior trabalho de Astronomia da Antiguidade que chegou até nós (MOREY, 2009, p. 132).

O Almagesto de Ptolomeu fornece em seu escopo uma tabela de cordas de meio grau a cento e oitenta graus, subdividida a cada meio grau. A obra também apresenta o procedimento para encontrar o seno e o cosseno da soma e da diferença de dois ângulos. Com o tempo, essa ideia é aperfeiçoada e os pesquisadores chegam ao consenso de que é necessário dobrar o ângulo antes de usá-lo como argumento na tabela de corda, ou seja, transforma-se o ângulo primitivo e, em seguida, relaciona-o com meia corda, gerando assim, uma nova versão da tabela seno.

Cláudio Ptolomeu (150 d. C) influenciou o desenvolvimento da trigonometria na sua obra *Syntaxis mathematica* (Coleção Matemática), contendo 13 livros. Foi associado a ele o superlativo *magister* ou "o maior". Mais tarde, na Arábia, sua obra foi chamada de *Almagesto*, tornando-se conhecida por esse nome. O *Almagesto* de Ptolomeu fornece uma tabela de cordas de $\frac{1}{2}$ grau a 180 graus, de meio em meio grau. (SAMPAIO, 2008, p. 42).

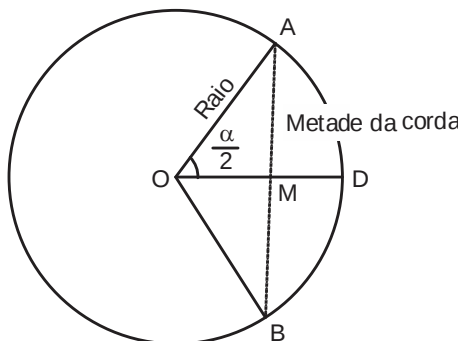


Figura 6 – Metade da corda no círculo.

Essa nova representação trigonométrica apresenta uma metodologia que possibilita construir uma tabela de senos para qualquer ângulo dado por meio da equivalência do resultado trigonométrico:

$$\text{sen } \frac{\alpha}{2} = \frac{\overline{AM}}{\overline{OA}} = \frac{2 \cdot \overline{AM}}{2 \cdot \overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{\text{diâmetro}} = \frac{\text{crd } \alpha}{120}.$$

Segundo MOREY (2009), um aspecto bastante peculiar e que deve ser ressaltado é o fato de que Ptolomeu provavelmente não tenha utilizado o sistema de numeração sexagesimal para desenvolver as subdivisões dos comprimentos das cordas. Para melhor entendimento dessa intervenção, representamos a medida do comprimento da corda, denominada parte, por um p minúsculo sobrescrito (p) adotando-o como sendo equivalência a $1/120$ do diâmetro do círculo ou $1/60$ do raio do círculo. A denominação parte, é dividida por 60 e, em seguida, o resultado obtido sofre uma nova divisão por 60. O novo resultado constitui um sistema de contagem semelhante ao utilizado na nossa atualidade para determinarmos as horas, os minutos e os segundos. Ao representarmos as medidas das cordas, adotaremos para ilustrar a nomenclatura e a notação, a mesma noção utilizadas por Fossa (1995), que por sua vez, adotou as ideias da introdução feita por Toomer na tradução inglesa do Almagesto, sendo assim, usa-se por exemplo, a corda de 36 graus.

A corda do arco de 36 graus mede 37 partes ($1/120$ do diâmetro ou $1/60$ do raio), mais 4 partes da parte e mais 55 partes da parte da parte, o que numericamente poderia ser escrito como $37^{\circ}4^{pp}55^{ppp}$. No entanto, será conveniente simplificarmos ainda mais esta notação. Para tanto, separaremos as partes inteiras de suas subdivisões sexagesimais por ponto e vírgula, e as frações sexagesimais entre si por vírgulas. Teremos, então:

$\text{crd } 36^{\circ} = 37; 04, 55^p$, ou ainda, $37^{\circ}04'55''$, significando

$\text{crd } 36^{\circ} = 37; 04, 55^p = 37^{\circ}04'55'' = (37 + 4/60 + 55/60^2)$ partes.

Alguns ângulos especiais foram calculados por Ptolomeu provenientes dos cálculos executados com as cordas e os lados de polígonos regulares inscritos.

Sendo assim, obteve:

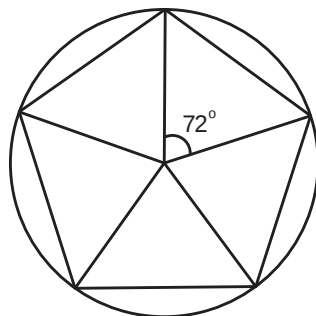


Figura 7 – As cordas e os lados de polígonos regulares inscritos.

$\text{crd } 36^\circ$ – lado do decágono inscrito na circunferência;
 $\text{crd } 60^\circ$ – lado do hexágono inscrito na circunferência;
 $\text{crd } 72^\circ$ – lado do pentágono inscrito na circunferência;
 $\text{crd } 90^\circ$ – lado do quadrado inscrito na circunferência;
 $\text{crd } 120^\circ$ – lado do triângulo equilátero inscrito na circunferência.

Os três primeiros comprimentos $\text{crd } 36^\circ$, $\text{crd } 60^\circ$ e $\text{crd } 72^\circ$ foram encontrados através de um diagrama composto por um círculo ABC com centro em D, levando em consideração que o segmento BC é perpendicular a ADC, $DE = EC$ e $EF = BE$. Com esses dados, torna-se possível provar que os lados do triângulo retângulo FDB são as cordas procuradas.

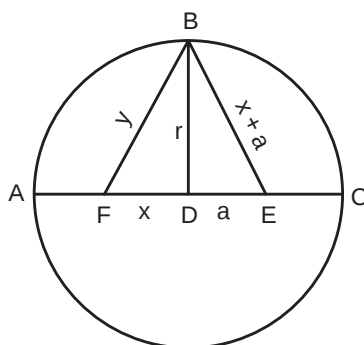


Figura 8 – Os três primeiros comprimentos das três primeiras cordas.

Ao adotarmos um círculo ABC com centro D, com segmento BD formando um ângulo de 90° com AC no ponto D, $DE = EC$ e $EF = BE$, é possível provar que CD é o lado de um hexágono regular inscrito, DF é o lado de um decágono regular inscrito e BF é o lado de um pentágono regular inscrito. Para a demonstração dos

conceitos aqui descritos, fazemos equivalente ao empregado por Ptolomeu em suas inferências.

Sendo assim, teremos:

Asserções.

$$(1) CF \times DF + 2ED = 2EF$$

$$(2) 2ED + 2DB = 2BE$$

$$(3) CF \times DF + 2DE = 2BE$$

$$(4) CF \times DF + 2ED = 2ED + 2DB$$

$$CF \times DF = 2DB$$

$$CF \times DF = 2DC$$

$$(5) DF \div DC \text{ é a razão áurea } \frac{\sqrt{5}-1}{2} \div 1 = 0,36,39^p \div 1^p$$

DC é o comprimento do lado de um hexágono regular inscrito.

DF é o comprimento do lado de decágono regular inscrito.

BF é o comprimento do lado de um pentágono regular inscrito.

Justificativas:

Seguindo os relatos de Euclides, em uma linguagem algorítmica atual, podemos dizer que:

$$(2a + x)x + a^2 = (a + x)^2$$

$$2ax + x^2 + a^2 = a^2 + 2ax + x^2$$

No teorema de Pitágoras, temos que: $BE = EF$.

A resolução é concluída com a combinação das equações (3) e (2).

Os relatos de Ptolomeu não apresentam claramente o desenvolvimento algébrico até chegar à asserção. No entanto, numa análise mais detalhada, vemos que se, $r = 2$, então, $a = 1$, $x + a = \sqrt{5}$, $x = \sqrt{5} - 1$, de fato, é a razão áurea. Sendo assim, $DF \div DC$ é a razão áurea. DC é o raio do círculo.

O lado do hexágono e o lado decágono inscrito no mesmo círculo cortam a linha (diâmetro) em extrema e média razão. De posse dos resultados obtidos, torna-se possível calcular os comprimentos das cordas e dos ângulos centrais.

Tomaremos a seguir, o cálculo do comprimento da corda de 36° (lado do decágono). Podemos observar que:

$$\begin{aligned}DE^2 + DB^2 &= BE^2 \\(30^p)^2 + (60^p)^2 &= BE^2 \\BE &= 67;4,55^p \\BE &= EF \\DF &= EF - DE \\DF &= 67;4,55^p - 30^p \\DF &= 37;4,55^p \\ \text{Então, } \text{cdr } 36^\circ &= 37;4,55^p\end{aligned}$$

Para o cálculo do comprimento da corda de 72° (lado do pentágono), temos:

$$\begin{aligned}DF^2 + DB^2 &= BF^2 \\(37;4,55^p)^2 + (60^p)^2 &= BF^2 \\BF &= 70;32,3^p \\ \text{Então, } \text{crd } 72^\circ &= 70^\circ 32' 3''\end{aligned}$$

Para o cálculo do comprimento da corda de 60° (lado do hexágono), temos:

$$\begin{aligned}DC &= \frac{AC}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ \\DC &= 60^p \\ \text{Então, } \text{crd } 60^\circ &= 60^\circ\end{aligned}$$

Do mesmo modo, como o quadrante do lado de um quadrado inscrito é duas vezes o quadrado do raio, e como o quadrado do lado de um triângulo equilátero inscrito é três vezes o quadrado do raio, temos então:

$$\text{crd } 90^\circ = \sqrt{2 \times (60^p)^2} = 84;51,10^p$$

$$\text{crd } 120^\circ = \sqrt{3 \times (60^p)^2} = 103;55,23^p$$

Conhecidas as cordas destes ângulos, Ptolomeu mostrou que é possível obter outros comprimentos de cordas usando o fato de que o ângulo inscrito subtende que o diâmetro é reto. A seguir, aplicou o teorema de Pitágoras, com que obteve o comprimento das cordas de 108° , 120° e 144° .

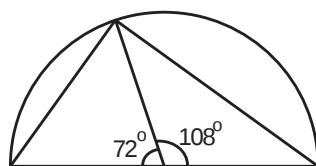


Figura 9 –Comprimentos de 108° , 120° e 144° .

As cordas dos ângulos especiais estão listadas na tabela seguinte.

Tabela 1 – Cordas dos ângulos especiais.

Ângulos	Cordas
36°	$37^p04'55''$
60°	60^p
72°	$70^p32'03''$
90°	$84^p51'10''$
108°	$97^p04'56''$
120°	$103^p55'23''$
144°	$114^p07'37''$
180°	120^p

Para o cálculo dos demais ângulos, Ptolomeu teve de recorrer a outros instrumentos, por exemplo, a um teorema que leva seu próprio nome. O teorema de Ptolomeu desenvolve várias relações entre ângulos e lados, constituindo vários atributos para as funções trigonométricas.

Segundo MOREY (2009), pode-se levar em conta que a função seno foi responsável pelo desenvolvimento das tabelas e demais razões trigonométricas. A ampliação de uma tabela seno é representada na tabela da metade de uma corda, em torno de 500 a.C., pelo matemático Aryabhata. Mais tarde, por volta de 628 d.C., essa tabela é mostrada no trabalho de Bramagupta, e, em torno de 1.150 d.C., essas mesmas ideias são desenvolvidas detalhadamente por Bhaskara.

Os fragmentos históricos apontam que durante o século X o valor para o seno e a tangente de um determinado ângulo é aplicado em intervalos de um quarto de grau, essa utilização pode ser considerada como uma reprodução contemporânea da Tabela de Cordas. Nesse período, os árabes já utilizavam o cálculo do seno de um arco duplo nas aplicações trigonométricas.

No século XV, na Europa, o alemão Johannes Müller Von Königsberg, também conhecido por Regiomontanus, foi provavelmente o primeiro matemático a tratar a trigonometria como uma disciplina diferenciada. Ainda na Europa, no século XVI, o matemático George Joachim Rheticus, definiu e tabelou no decurso de doze anos, as seis funções trigonométricas. Rheticus publicou em 1542, o livro *A Revolução das Orbes Celestes* de Nicolau Copérnico, tal livro apresenta de forma bastante relevante informações contundentes acerca da trigonometria cuja é impreterível à astronomia da época vigente. No século XVII, o cientista inglês Isaac Newton, formalizou uma maneira de interpolação para as funções trigonométricas.

Com as mudanças sociais causadas pela expansão da revolução industrial no século XVIII, a trigonometria passou a ser utilizada na resolução de inúmeros problemas da mecânica, como por exemplo, o movimento de uma partícula e a construção de escalas musicais. No século XIX, os conteúdos da trigonometria ganham novas funções e passam a contribuir de forma especial para a análise e estudo de outras ciências, tais como, a óptica, a mecânica, dentre outras.

2.1.2 - A trigonometria na China

Apesar da escassez de documentos que possam comprovar de forma concreta a historicidade acerca dos primórdios do desenvolvimento da civilização chinesa, e diante da dificuldade que os historiadores encontram em datar os documentos antigos, é possível afirmar que a civilização da China é mais antiga do que as da Grécia e Roma. Estima-se que a civilização chinesa se tenha desenvolvido por volta de 3.000 a.C., nas proximidades do rio Amarelo e do rio Azul, durante a liderança do imperador Yu na dinastia de Hsia. Seguidamente, por volta de 1.500 a.C, a dinastia de Chang surgiu e deu início a um episódio de ocupação de toda a região de Shanghai. O império de Chang durou até cerca de 1.030 a.C. Contudo, foi em sua dinastia que ocorreu o surgimento do início das representações dos numerais chineses, simbolizados através de ossos de alguns animais e das carapaças de tartarugas, esses símbolos eram caracterizados como ossos oraculares e, a partir disso, eram utilizados para a realização de adivinhações.

Em épocas ainda mais remotas, no tempo dos ossos-oráculos de Chang, os chineses eram capazes de expressar números muito grandes – coisa de que poucas civilizações podiam se orgulhar – e, por volta do século II d.C., estavam usando o que hoje chamamos de “potências de dez”. Assim, 100 e 10^2 , 1000 e 10^3 , 10000 e 10^4 , e assim por diante (RONAN. COLIN A. 2001, p. 31).

Tempos atrás, existia uma crença chinesa cuja trazia em seus princípios o crédito de que o céu era diretamente afetado conforme o desempenho do comportamento humano, ou seja, a conduta celestial era diretamente atrelada às percepções comportamentais dos governantes na Terra. Esses ideais desencadearam um avanço significativo no estudo da astronomia. A partir desse avanço, os chineses construíram um mapa do céu onde o universo era representado por uma esfera. O movimento da terra alinhado ao centro do universo e uma estrela fixada na borda da esfera descrevem linhas imaginárias que registram a trajetória aparente do Sol, e, por meio dessas, denominadas linha do Equador Celeste e linha do Eclíptico, é possível analisar a formação de

diversos ângulos. A formação dos ângulos em questão permitiu aos chineses o desenvolvimento e a construção de diversos calendários. Um aspecto bastante interessante dessa invenção é o fato de que esse engenhoso método astronômico de descrever a posição de um corpo celeste tem em sua estrutura inúmeras técnicas trigonométricas para realizar o cálculo de ângulos e de pontos tangenciais.

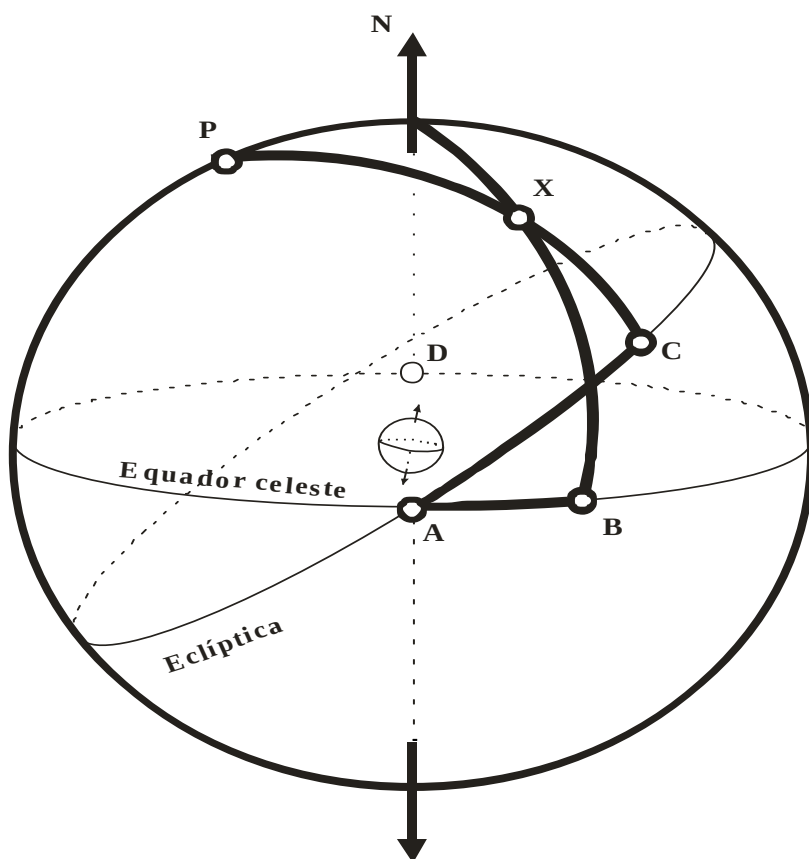


Figura 10 - Métodos de descrição de um corpo celeste.

O ponto representado por X é a posição da estrela no universo e as coordenadas são baseadas na Eclíptica, na figura ilustrativa, X representa certa abertura angular em relação ao segmento $\overline{AC}$ e o segmento $\overline{CX}$.

Conforme a ilustração, na crença chinesa, o imperador situava-se no Pólo Norte Celestial, local central do seu governo. Essa posição era responsável por manter a hegemonia do imperador o qual era o centro do céu, bem como, na prática, era apresentado como o centro do governo.

No cotidiano os chineses já dominavam boa parte dos cálculos de área de figuras planas e volumes de diversos sólidos, no entanto, a dificuldade de calcular a área de círculo perdurava. Essa problemática incidia nos princípios de como calcular o número de vezes que o raio de um círculo pode ser inscrito em uma circunferência. Tal razão é dada pela medida do comprimento da circunferência C pelo comprimento do diâmetro. O resultado obtido por essa divisão $\left(\frac{C}{d}\right)$ é um número irracional que, anos mais tarde, na Grécia, passou a ser representada pela letra grega π ($p\acute{i}$).

Algum tempo depois, surge a dinastia de Chou, a qual acaba permitindo a expansão das fronteiras da China e a transforma gloriosamente em um Estado feudal. No entanto, em torno de 400 a.C., a desintegração desse império começa a ocorrer e, a partir daí, surge a guerra, acontecimento responsável por desencadear uma série de batalhas em nome da independência do Estado.

Há uma estimativa por parte dos grandes pesquisadores de que o mais antigo texto clássico da matemática chinesa o “Chou Pei Suan Ching” seja desse período. Acredita-se que esse texto tenha sido escrito em 1.105 a.C., embora as datas dos documentos matemáticos da China sejam difíceis de determinar. A escrita Chou Pei utilizada na titularidade do texto tem uma curiosa aplicabilidade do gnômon na circunscrição da trajetória dos astros do universo. Essa descrição, nos cálculos da astronomia, é subordinada às funções tangenciais e esse fato chama bastante atenção na história da trigonometria em decorrência de ser um importante fragmento dos primórdios da trigonometria plana. Nesse período ocorreram atuações semelhantes em determinados campos da vida humana filosófica do povo da China. Designaram o confucionismo como destaque dos princípios e o taoísmo como defensor do equilíbrio harmônico da vida do homem com a natureza.

Muitos dos documentos chineses foram perdidos no decorrer da história, a prova disso é o período da reunificação do império onde o imperador Shin Huang centraliza o poder, constrói a grande muralha para impedir o ataque dos mongóis e ordena a queima de todos os livros.

A matemática chinesa apresentava um elevado grau de dificuldade, esse pode ter sido um dos motivos que levou a dinastia subsequente a dedicar-se à

procura e transcrição de documentos que escaparam da destruição, são dessa época o surgimento dos quadrados mágicos e o mais considerável texto matemático da China, o manuscrito de Chiu Chang Suan Shu. Esse escrito faz menção aos nove capítulos da arte matemática composto por 246 problemas.

“Quadrados mágicos” – quadrados formados por compartimentos preenchidos com números cuja soma dá sempre o mesmo total, quer se tomem os números no sentido vertical, horizontal ou diagonal. O quadrado mágico poderia tornar-se elaborado – até se imaginaram quadrados tridimensionais – mas, em sua forma mais simples, parece ter origem pelo menos no ano 100 a.C., ou ainda mais cedo, embora esse assunto não se tenha desenvolvido senão 1.400 anos depois (RONAN. COLIN A. 2001, p. 31).

A China passa a viver um breve momento de paz e com isso surge um grande avanço no mundo da ciência. No que se diz respeito à matemática, podemos destacar os livros e textos:

- Haidão Suanjing (O Manual da Aritmética da Ilha), escrito pelo matemático chinês Liu Hui, onde o mesmo é contextualizado com nove problemas que referenciam o teorema de Pitágoras como uma forma de encontrar o resultado preciso.
- Sunzi Suanjing (Manual Aritmético do Mestre Sol) escrito por Sun Zi, onde o mesmo é contextualizado com três capítulos dos quais tem uma coleção de problemas que envolvem a aritmética.
- O Manual Aritmético escrito por *Zhang Quijan*, onde o mesmo é contextualizado por três capítulos com noventa e dois problemas.
- O texto Jigu Suanjing (Continuação da Matemática Antiga) escrito por Wang Xiatong, onde o mesmo é contextualizado com 22 problemas sobre irrigação, construção de celeiros e resolução de triângulos retângulos.

Por volta de 580, começa a reunificação do império da China e uma nova onda de batalhas torna a ser formada gerando uma nova fase de decadência devido à divergência dos indivíduos responsáveis em manter o bom relacionamento entre os povos.

Somente em torno de 1200, a China pode reorganizar sua civilização e reestruturar suas leis e sua economia proporcionando um novo avanço para o país.

2.2 – A TRIGONOMETRIA NOS LIVROS DIDÁTICOS

Nesse capítulo, faz-se uma análise sobre a introdução dos conteúdos de trigonometria nos livros didáticos de Matemática nas escolas brasileiras durante o século XX. Adotamos como base os argumentos de Mendes (2001) relacionados à trigonometria em alguns livros didáticos usados no século XX, a análise de Brito e Morey (2004) pertinente aos livros didáticos utilizados entre o período de 1970 e 1980, e, as explanações de Lavorente (2008) sobre os livros de Osvaldo Sangiorgi.

Ao analisarmos alguns livros didáticos de matemática, utilizados nas escolas brasileiras durante o período compreendido entre 1940 e 1970, nos foi possível perceber o quanto seus autores foram influenciados pelos pontos de vistas dos principais pensadores da educação matemática da época. Todavia, as interpretações e re-interpretações das proposições apresentadas por esses intelectuais, influenciaram a produção didática efetivada até os dias atuais (MENDES, 2001, p. 04).

Na década de 30, Francisco Campos é nomeado ministro dos recém-criados Ministérios da Educação Brasileira e da Saúde, de imediato, ele intensificou suas ações preocupando-se com o ensino superior e secundário, também integra Euclides Roxo ao ministério para desenvolver um projeto que reformule a sistemática da educação brasileira.

Com a autonomia de diretor do Externato do Colégio Pedro II, membro do Conselho Nacional de Educação e da Associação Brasileira de Educação, Roxo propõe, em 1927, uma reestruturação no ensino da Matemática, seguindo o método utilizado na Alemanha que integra os conteúdos de aritmética, álgebra e geometria, unificando assim, os conteúdos da Matemática aplicada nas escolas.

O Matemático alemão Felix Klein iniciou na Alemanha uma grande reforma que teve repercussões internacionais, enfatizando a ideias de unificações dos ramos da Matemática através do conceito de função e a reorientação dos métodos de ensino na intuição e das aplicações (LAVORENTE, 2008, p. 36).

A proposta de Roxo é adotada no Colégio Pedro II e, posteriormente, é oficializada pela reforma de Francisco Campos em 1931, passando a ser aplicado nos demais colégios brasileiros. Esse novo procedimento agregou os conteúdos de Matemática no ensino de uma única disciplina, entretanto, o que efetivamente ocorreu no cotidiano escolar não foi uma unificação, a prática pedagógica retratava o ensino dos conteúdos matemáticos por meio de três disciplinas.

Investigando alguns livros de matemática das primeiras décadas deste século, encontramos uma publicação da editora FTD, adotada como programa do colégio Pedro II, que aborda *trigonometria elementar e noções de trigonometria esférica*. Este livro, datado de 1928, constitui-se da tradução de um original francês em cujo conteúdo já se configuravam as idéias contestadas por Roxo, pois apresentava como proposta, a discussão da trigonometria como um conteúdo matemático isolado da geometria, da álgebra e da aritmética. No referido volume notamos claramente a preocupação desse tipo de abordagem dada à trigonometria, em virtude das posições dos matemáticos brasileiros daquela época, baseados nas concepções francesas (MENDES, 2001, p. 04).

A publicação datada de 1928, proveniente de um original francês e editada no Brasil pela editora FTD, aborda a *trigonometria elementar e noções de trigonometria esférica* como sendo um conteúdo distinto da geometria, da álgebra e da aritmética, ou seja, um conteúdo à parte. Essa abordagem é adotada no programado Colégio Pedro II apesar de contrariar a proposta de Roxo. A abordagem desse livro da FTD não é direcionada ao desenvolvimento dos conceitos básicos da trigonometria.

O que podemos afirmar acerca da referida publicação da FTD é que, na mesma não há qualquer preocupação com o desenvolvimento conceitual das noções básicas da trigonometria implicando em um ensino desvinculado do seu significado histórico, no que se refere ao desenvolvimento das ideias matemáticas. Acreditamos que a menção de aspectos históricos relacionados ao *Almagesto* de Ptolomeu, ao estudo das cordas e ao significado dos termos seno, cosseno e tangente talvez contribuíssem significativamente para a ampliação dos referidos conceitos trigonométricos nos estudantes (MENDES, 2001, p. 05).

Na década de 40, a educação brasileira sofre uma nova reforma em alguns ramos do ensino, essas transformações passaram a ser conhecidas como Reforma Gustavo Capanema, fazendo referência ao Ministro da Educação e da Saúde da época. Em relação às mudanças ocorridas no ensino da matemática.

No período compreendido entre o final dos anos 30 e o final dos anos 50, pouca coisa mudou no ensino de matemática no Brasil principalmente no que diz respeito aos livros didáticos produzidos. Uma alteração significativa que podemos mencionar, diz respeito à publicação dos primeiros livros genuinamente de autores brasileiros como Euclides Roxo e seus contemporâneos do Colégio Pedro II (MENDES, 2001, p.05).

A disciplina Matemática no secundário ginasial da Reforma Gustavo Capanema (1942) também sofreu modificações em relação aos conteúdos, caracterizando-se por suprimir o ensino simultâneo da aritmética, álgebra e geometria em torno da noção de função e pela preservação do curso propedêutico da geometria intuitiva nos dois primeiros anos do Ginásio.

Além disso, o fato de alguns autores de livros didáticos permanecerem no mercado editorial contribuiu com uma semelhança dos livros produzidos na década de 40 com os dos finais da década de 30.

Quanto à década de 50, essa foi caracterizada pelo estabelecimento dos programas mínimos regulamentados pela portaria de 1951, sendo essa a época em que foram editados os livros didáticos da coleção “Matemática” de Osvaldo Sangiorgi (LAVORENTO, 2008, p. 38).

No da 3ª edição em 1946, ROXO et. al., o autor se direciona de uma forma didática a 2ª série do 2º ciclo que, nos dias atuais, podemos dizer que é equivalente ao 2º ano do nível médio. Nessa publicação, apesar de defender a unificação da matemática, Roxo se contradiz e apresenta a trigonometria em seu livro num capítulo à parte. Tal livro exhibe o conteúdo trigonométrico por meio de

noções de vetores, projeções, funções circulares, transformações trigonométricas, equações e a trigonometria no triângulo retângulo.

Na década de 50 houve a popularização do ensino no Brasil e o desenvolvimento de um programa de ensino aparece com uma proposta que considerasse especificações culturais. Nas instruções metodológicas, a portaria de 1951 enfatiza que cada assunto deveria ser ilustrado com aplicações e exemplos. A matemática era ministrada nas escolas com uma carga horária de três horas semanais subdividindo os conteúdos de acordo com as séries.

O Movimento da Matemática Moderna entusiasmou um grupo de matemáticos, maioritariamente franceses, intitulados pelo pseudônimo de Nicolas Bourbaki, a publicar uma série de livros didáticos que fundamentavam os conteúdos da Matemática por meio da formalidade rigorosa da álgebra e da teoria dos conjuntos. A influência de Bourbaki fez com que vários autores brasileiros se dedicassem a reformulação do ensino da Matemática adotando as ideias ordenadas do Movimento da Matemática Moderna no currículo escolar. Dessa reformulação surgem novas publicações didáticas para o ensino de Matemática dentre as quais podemos destacar as edições do professor Osvaldo Sangiorgi, que por sua vez, foi um dos mais consagrados nomes do Movimento da Matemática Moderna no Brasil, seus livros didáticos ganharam grande reconhecimento no âmbito da educação matemática e, por sua relevância, suas obras atingiram o mercado em ampla escala.

Com a popularização do ensino no Brasil, a Matemática foi agregada ao currículo nacional como uma disciplina fundamental na formação cultural, profissional e psicossocial dos indivíduos em fase escolar.

Na divisão dos conteúdos programáticos pertinentes ao ensino da matemática no Ginásio, a aritmética e o sistema legal de unidades seriam aplicados na primeira série; a aritmética e álgebra na segunda série; a geometria e a continuidade da aritmética e do sistema legal de unidades na terceira série; E finalmente, a continuidade da álgebra e da geometria na quarta série.

Tabela 2 - Portaria de 1951/Curso Ginásial (três aulas semanais)

1ª Série - Números inteiros; operações fundamentais; números relativos. - Divisibilidade aritmética; números primos. - Números fracionários. - Sistema legal de unidades de medir; unidades e medidas usuais.
2ª Série - Potências e raízes; expressões irracionais. - Cálculo literal; polinômios. - Binômio linear; equações e inequações do 1º grau com uma incógnita; sistemas lineares com duas incógnitas.
3ª Série - Razões e proporções; aplicações aritméticas. - Figuras geométricas planas; reta e círculo. - Linhas proporcionais; semelhança de polígonos. - Relações trigonométricas no triângulo retângulo. Tábuas naturais.
4ª Série - Trinômios do 2º grau; equações e inequações do 2º grau com uma incógnita. - Relações métricas nos polígonos e no círculo; cálculo de π. - Áreas de figuras planas.

Fonte: Lavorente, 2008, p. 40 e 41.

Na apreciação do quadro 1, da portaria de 1951, do Curso Ginásial, fica evidente que a unificação das bases teóricas dos conteúdos de Matemática, no entanto, um exemplar de Osvaldo Sangiorgi, datada de 1961, exhibe os conteúdos da trigonometria num capítulo à parte. Nesse capítulo, podemos encontrar:

- As tábuas de valores para as razões da trigonometria;
- As definições trigonométricas do seno, do cosseno e da tangente de um determinado ângulo agudo;
- A constituição de um ângulo a partir do seu seno, cosseno e/ou tangente.
- Tabela de valores trigonométricos intitulada pelo autor de *tábuas naturais*.
- O cálculo dos lados de um triângulo retângulo;

- A medida originada pela projeção de um segmento, a partir das noções básicas da trigonometria.

Segundo Mendes (2001), a abordagem pedagógica utilizada por Osvaldo Sangiorgi na elaboração de seu trabalho é tendenciosa às implicações defendidas por Roxo, onde podemos ressaltar que, a trigonometria aplicada no ensino secundário precisaria ser apresentada como um segmento da geometria.

[...] podemos admitir que após a publicação do trabalho de Euclides Roxo, em sua célebre obra *A Matemática na Educação Secundária* (1937), houve uma interpretação equivocada desse modo de abordar pedagogicamente as noções de razões trigonométricas, influenciando negativamente os autores de livros didáticos que sucederam esse trabalho. Tal equívoco, certamente, pode ter desencadeado uma série de dificuldades no ensino e aprendizagem desse tópico matemático no nível fundamental e médio durante os últimos 50 anos (MENDES, 2001, p.04).

Com base própria do exercício da Licenciatura em Matemática, Brito e Morey (2004) instituíram um curso de extensão para a Formação Continuada de Professores de Matemática direcionado a professores de Matemática do Ensino Fundamental por meio de um projeto conjunto assumido pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN) e a Secretária de Educação, Cultura e Desportos do Rio Grande do Norte (SECD). O curso foi realizado em 2001 com um grupo de 50 professores da rede pública de ensino do estado do Rio Grande do Norte / Brasil. Na ocasião, as dificuldades desses docentes ao ensinar os assuntos de trigonometria foram discutidas com grande relevância. Paralelo a esse curso, foi desenvolvido um projeto de pesquisa intitulado “Estudo do círculo: pesquisa histórico-pedagógica dos conceitos geométricos e trigonométricos”, a pretensão desse aplicativo era investigar as dificuldades dos professores acerca de conceitos de geometria e a constituição destes conceitos nos livros didáticos das últimas quatro décadas. As pesquisadoras realizaram a investigação com a referida turma por meio de uma entrevista, de uma série de atividades e um estudo sobre a composição dos conceitos da trigonometria e da geometria nos livros didáticos aplicados nas escolas brasileiras nas décadas de 70 e 80. De posse dessas informações, foi possível inferir que as dificuldades encontradas pelos professores

que ministram a trigonometria estão intrinsecamente relacionadas à sua estruturação escolar.

Ao término do curso, Brito e Morey observaram que parte dos professores nunca haviam visto os conceitos básicos da trigonometria, como: o assunto de simetria e o desenvolvimento do ciclo trigonométrico. Os poucos professores que estudaram esses conceitos conseguiram chegar a determinados valores no ciclo trigonométrico de forma mecânica, sem o embasamento teórico e científico que os permitisse compreender os porquês dos resultados encontrados.

Tendo ciência das dificuldades desses professores e, após uma análise criteriosa dos seguintes livros 1. DI PIERRO NETO, Scipione. *Matemática*. 4. ed. São Paulo: Scipione, 1987. v. 1, 2º grau., 2. IMENES, L. M.; TROTTA, F.; JAKUBOVIC, J. *Matemática aplicada*. São Paulo: Moderna. 1980. v. 1, 2, 3. 2º grau, os quais foram utilizados nas décadas de 1970 e 1980, as autoras observaram que os mesmos não proporcionam uma contextualização que apresente claramente a origem e aplicabilidade da trigonometria, os aspectos relevantes para a edificação dos conceitos deste âmbito da Matemática e os conteúdos dessa disciplina são apresentados prematuramente por meio de regras e procedimentos de memorização provocando uma mecanização do processo de ensino/aprendizagem.

[...] podemos afirmar que as dificuldades dos professores em trigonometria estão intimamente relacionadas à formação escolar das décadas de 70 e 80, caracterizada, entre outros aspectos, pelo descaso para com a trigonometria; pela formalização precoce de conceitos geométricos e trigonométricos presente nos livros didáticos; e pela memorização de procedimentos sem a compreensão dos mesmos (BRITO E MOREY 2004, p. 04).

De uma maneira sucinta, é possível dizer que os livros didáticos de matemática do ensino médio utilizados nas escolas brasileiras, iniciam os conceitos da trigonometria por meio de um resumo histórico onde consta a etimologia da palavra trigonometria, fragmentos culturais e socioeconômicos, nomes de alguns matemáticos, datas e citações. Em seguida, os demais assuntos são desenvolvidos conforme a sequência: A trigonometria no triângulo retângulo;

Arcos e ângulos; Circunferência trigonométrica; Congruência de arcos; Funções trigonométricas; Equações trigonométricas; Inequações trigonométricas e Funções trigonométricas inversas.

As concepções históricas usadas nos livros didáticos de matemática apresentam os conteúdos de trigonometria por meio de uma conjuntura histórica fora de sintonia dos aspectos cognitivos abordados nos mesmos e o desenvolvimento dos demais assuntos segue uma série de regras fixadas por meio de um processo de memorização de procedimentos.

A utilização da história em alguns livros didáticos adotados na rede de ensino reduz-se, na maioria das vezes, a meras bibliografias de alguns matemáticos famosos e algumas informações sobre o desenvolvimento cronológico da matemática abordada. Na maioria dos casos encontramos quaisquer dados históricos diretamente envolvidos na organização do conteúdo desses livros, ou seja, os manuais limitam-se ao uso ornamental da história da matemática (MENDES, 2001, p.09).

2.3 – O ENSINO DA TRIGONOMETRIA

O ensino de um determinado conteúdo pode acontecer de diversas maneiras e o professor deve estar preparado para ilustrar um mesmo assunto de modo diferente, visto que, cada discente tem a sua forma de compreensão e seu próprio raciocínio. Para a escolha de uma determinada metodologia de ensino, devemos levar em conta uma diversidade de fatores que possibilite a obtenção de um aprendizado eficaz.

Nesse item, serão analisadas algumas propostas de ensino da Trigonometria no domínio escolar, ou seja, observaremos alguns trabalhos relacionados à didática da educação focada em como ensinar os conceitos dessa disciplina.

Tendo ciência que a Trigonometria é uma disciplina complexa, foi possível perceber que as propostas metodológicas de ensino tentam familiarizar o contexto trigonométrico com o cotidiano do aluno, mas como conseguir que isso ocorra? Ao desenvolvermos esse estudo podemos perceber que há algumas técnicas já

constituídas, no entanto, ainda são escassos os trabalhos que possuem o ensino dessa disciplina como foco, além disso, as propostas consolidadas são constituídas por várias abordagens distintas.

Por meio de uma pesquisa bibliográfica verifica-se que as técnicas propostas para o ensino da Trigonometria utilizam atributos como a construção de materiais, a história da matemática e a aplicação de recursos tecnológicos.

Na dissertação de COSTA (1997), é possível perceber a utilização de diversas metodologias aplicadas ao ensino da trigonometria para, a partir de então, ser possível analisar qual foi o processo didático desenvolvido que tenha apresentado o resultado mais satisfatório na introdução dos conceitos preliminares dessa matéria. A autora promove o seu estudo investigatório em duas salas de aula, onde, em uma das turmas, ela aplica uma série de atividades pertinentes à trigonometria utilizando, primeiramente, o computador como recurso didático, posteriormente, reutiliza essa mesma abordagem empregando agora o manuseio de um material de sua própria construção, onde, com esse recurso, seria possível reproduzir de maneira prática a situação criada virtualmente. Em seguida, na outra turma, a sequência da atividade ocorreu de forma contrária, ou seja, a utilização do material que permite reportar os exercícios trigonométricos de maneira prática foi requerida antes da aplicação virtual. Após as duas aplicações, a pesquisadora pode constatar que o aprendizado foi mais consistente na metodologia trabalhada com o segundo grupo, do qual foi usado o material de manipulação para, posteriormente, usar o recurso virtual do computador. O resultado apresentado na análise dessa estudiosa aponta que o manuseio de material é um grande aliado a ser usado como agente facilitador do ensino da trigonometria. É válido ressaltar que, as atividades estavam contextualizadas com os conceitos básicos das funções trigonométricas e esse assunto apresenta um complexo nível de abstração para ser familiarizado com o conhecimento do cotidiano do aluno.

Na disseminação de sua pesquisa, MENDES (2005) apresenta concepções favoráveis ao uso da história da matemática na elaboração de um modelo teórico-prático para compor atividades que abordem os conceitos da trigonometria onde os aspectos construtivos e históricos serão agentes minimizadores das questões relativas às dificuldades de aprendizado exibidas pelos alunos. Para o autor, a história da matemática é um agente motivador que, por meio dela, podemos

motivar o aluno a aprender e apreender os conteúdos da trigonometria aproximando as abstrações dessa para com as atividades usuais vividas pelo educando.

A nossa concepção das atividades históricas parte do princípio de que as experiências manipulativas ou visuais do aluno contribuem para que se manifestem neles as primeiras impressões do conhecimento apreendido durante a interação sujeito-objeto vivenciada na produção do conhecimento (saber-fazer). (MENDES, 2005, p. 57).

Dentro desse contexto, as ideias do autor ora citado apontam para uma metodologia que estruture as atividades utilizadas no ensino de trigonometria com uma abordagem contextualizada à história da matemática para, num momento posterior, ser aplicada como um recurso metodológico em sala de aula, acreditando que essa dinâmica irá conduzir o aluno a um contado primário com um assunto ainda desconhecido, onde essa abordagem motivará os estudantes a desvendar os critérios, as regras e as aplicabilidades dessa matéria.

Um dos obstáculos imediatos ao sucesso do ensino-aprendizagem da matemática diz respeito ao desinteresse dos estudantes com relação ao modo como a matemática é apresentada em sala de aula. Outro obstáculo a ser superado refere-se às indagações que costumeiramente ouvimos dos estudantes, quanto aos porquês matemáticos relacionados aos tópicos abordados em sala de aula. É comum os estudantes levantarem na sala de aula, questões relacionadas aos porquês do modo como determinados tópicos são apresentados de determinada maneira, considerando que eles não conseguem perceber qualquer familiaridade cotidiana ou justificativa convincente para os aspectos matemáticos apresentados durante as aulas de matemática (MENDES, 2005, p. 64).

O uso da história da matemática pode ser feito de diversas formas como uma dinâmica de ensino. Para MENDES (2005), a aplicabilidade desse recurso como agente facilitador no processo de ensino-aprendizado da trigonometria pode ser apresentado de forma oral, voltada para uma abordagem puramente episódica ou novelesca, ou de maneira ponderativa cujas situações com aspectos episódicos ou novelescos são estruturadas de forma a permitir o uso manipulativo. Em síntese, o pesquisador defende que essas atividades conduzem o aluno às

redescobertas e às informações históricas as quais são aliadas importantes daquele professor que tem como uma de suas pretensões assessorar o seu aluno na constituição das relações entre os conteúdos da trigonometria e os demais elementos do âmbito escolar. As ideias dessa investigação apresentam um considerável atributo para o ensino por meio do uso da história da matemática na constituição de atividades pertinentes à trigonometria, com essas informações, o professor poderá desenvolver sua aula de forma atrativa e motivadora conseguindo com isso, um aprendizado eficaz.

SAMPAIO (2008) investiga em sua pesquisa a composição de uma metodologia que utiliza uma abordagem histórico-filosófica no desenvolvimento de uma sequência didática aplicada no processo de ensino-aprendizado da trigonometria. A aplicação prática desse procedimento incorpora uma abordagem tanto filosófica quanto histórica para compor uma discursão preliminar junto ao aluno sobre os valores cognitivos do estudo das funções trigonométricas. Após a sua análise, a autora concluiu que, o uso dessa abordagem se apresentou de forma satisfatória para com a consolidação pertinente ao processo de ensino-aprendizagem desde o manifesto dos valores cognitivos da matemática à consolidação do conhecimento do aluno. Diante desses fatos, essa análise se mostrou favorável aos estudos que defendem o uso da História da Matemática no processo de formação do conhecimento do aluno. Sendo assim, podemos ressaltar que esses estudos enfatizam que a História da Matemática é um importante agente facilitador do ensino o qual pode ser um instrumento de trabalho para a prática pedagógica.

As autoras ainda apontam para a necessidade de averiguar como está sendo composto o ensino da trigonometria no âmbito escolar.

Nossa pesquisa aponta para a necessidade de estudos que averiguem como está sendo o ensino de trigonometria nos cursos de formação inicial de professores, de modo a indicar caminhos para uma aprendizagem significativa dos conceitos por parte desses futuros professores. (BRITO; MOREY, 2004, p. 69).

As considerações de tais autoras foram de fundamental importância para o desenvolvimento desta dissertação. Baseado nessas ideias, este trabalho caminha com o intuito de averiguar como se compõe o ensino da trigonometria no âmbito escolar dos atuais discentes de matemática.

CAPÍTULO III

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

3.1 – OS OBJETIVOS GERAIS E ESPECÍFICOS

O princípio dessa pesquisa foi inspirado no trabalho de Brito e Morey (2004) ao desenvolver uma investigação direcionada a análise das dificuldades dos professores de matemática do ensino fundamental relacionadas à Trigonometria.

Instituímos um estudo múltiplo de caso coletando dados quantitativos e qualitativos através de um questionário realizando na aplicação de uma pesquisa piloto numa determinada sala de aula, e posteriormente, efetuando uma replicação dos episódios indagados em um campo distinto da aplicação da análise primária, prevendo obter resultados similares entre as duas referidas aplicações, uma vez que, a formação escolar e acadêmica dos sujeitos participantes da amostragem ocorreu de maneira semelhante.

A concepção da nossa pesquisa teve como inspiração a explanação das autoras Brito e Morey (2004) no trabalho *Trigonometria: dificuldades dos professores de matemática do ensino fundamental*, ao declararem que boa parte dos professores de matemática não tinha visto os conteúdos de trigonometria durante a formação escolar. E, na nossa prática profissional da docência, onde fizemos parte da decisão tomada pelos professores, coordenador e chefe do departamento do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual Vale do Acaraú – UVA, Natal, Rio Grande do Norte / Brasil, em inserir a disciplina Fundamentos da Trigonometria na grade curricular do curso de graduação e, a matéria Ensino da Trigonometria no programa da pós-graduação no Ensino de Matemática.

A disciplina Fundamentos da Trigonometria faz uma revisão dos conteúdos trigonométricos aplicados durante a formação escolar e, o Ensino da Trigonometria desenvolve uma abordagem histórica que evidencia a constituição dos conteúdos desse assunto, tal como, as necessidades de suas devidas utilizações práticas e

ainda analisa algumas propostas metodológicas que possibilitem familiarizar a trigonometria com as atividades vivenciais do aluno cotidianamente.

O universo desta pesquisa se deu na Universidade Estadual Vale do Acaraú – UVA, Ceará/Brasil, em conjunto com o Instituto Brasil de Pesquisa e Ensino Superior – IBRAPES, Natal, Rio Grande do Norte / Brasil. Em Dezembro de 2004, o Governo do Estado do Rio Grande do Norte / Brasil, através da Secretaria de Educação, firmou parceria com o estado do Ceará / Brasil, gerando um convênio de cooperação técnica com o IBRAPES e a UVA, originando assim o IBRAPES-UVA. Através dessa parceria, o Estado do Rio Grande do Norte / Brasil reconheceu oficialmente a legitimidade da instituição IBRAPES-UVA e a importância de suas atividades desenvolvidas para o crescimento da educação.

Durante os últimos dez anos o IBRAPES-UVA vem mostrando um resultado satisfatório no âmbito da educação do Rio Grande do Norte / Brasil, a prova visível disso é o fato de hoje a instituição atuar em 44 municípios desse estado, já tendo atuado em outros 23, formando em quase sua totalidade a rede de professores desses devidos municípios.

Os cursos de graduação oferecidos pelo IBRAPES-UVA são a Pedagogia e as Licenciaturas plenas em História, Português, Geografia e Matemática, onde cada um dos cursos tem uma duração de três anos e seis meses.

O autor desse trabalho compõe o quadro de professores atuantes do IBRAPES-UVA no curso de graduação em Licenciatura Plena em Matemática e na pós-graduação do Ensino da Matemática. Torna-se relevante destacar, a nossa atuação como docente da disciplina Fundamentos da Trigonometria na graduação e Ensino da Trigonometria na pós-graduação.

Durante o desenvolvimento dos conteúdos da disciplina Fundamentos da Trigonometria na graduação do IBRAPES-UVA, foi possível perceber que parte dos discentes não conheciam os conteúdos de trigonometria e os alunos que conheciam os métodos de desenvolvimento dos cálculos trigonométricos atuavam de forma sistemática e mecânica determinando o valor solicitado nos exercícios sem conseguir justificar a origem e a finalidade dos procedimentos utilizados.

Os cursos oferecidos pela pós-graduação do IBRAPES-UVA são também direcionados à educação com duração média de quatorze meses subdivididos em uma carga horária de dez horas aulas semanal. Evidenciaremos em nossa

pesquisa o Ensino da Matemática, por estar absolutamente relacionado aos interesses da nossa análise.

Nessa pesquisa, executamos um estudo que tem por objetivo geral investigar a abordagem dos contextos pertinentes ao ensino da trigonometria nas escolas brasileiras.

A partir dessas percepções, temos como especificação para com o nosso objetivo:

- Elaborar uma reconstrução teórica sobre as concepções do ensino da matemática;
- Analisar a ascendência dos conceitos da trigonometria nos livros didáticos utilizados nas escolas brasileiras;
- Investigar a composição do ensino da trigonometria no ambiente escolar.

A análise dos dados será realizada através de uma categorização e, posteriormente, uma triangulação com os resultados obtidos nas classes pesquisadas.

3.2 – PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA APLICAÇÃO

A unidade específica onde foi realizada a pesquisa piloto foi o polo do IBRAPES–UVA, localizado na Escola Estadual Presidente Roosevelt, Rua Edgar Dantas, 07 - Centro, Parnamirim – RN - Brasil, CEP: 59150-000 fone: (84) 3644-6432. Nesse polo, se encontrava a turma única - 2010.1, hoje já concluinte, de pós-graduação no Ensino da Matemática. Essa turma era composta por 33 alunos graduados do curso de Licenciatura Plena em Matemática e uma aluna graduada em Pedagogia, onde esses discetes foram os sujeitos da nossa pesquisa. A maioria desses alunos foi graduada pelo IBRAPES-UVA em Licenciatura Plena em Matemática nos polos dos municípios de São Paulo do Potengi, Santo Antônio do Santo da Onça e Parnamirim, a aluna graduada em pedagogia também é proveniente do polo de Parnamirim.

Em relação à coleta de dados, foi realizada uma análise metodológica que possibilitasse o entendimento específico ao que determina um estudo de caso e sua confiabilidade.

Os dados foram coletados durante o desenvolvimento da disciplina *O Ensino da Trigonometria* no curso de pós-graduação em Ensino da Matemática. A mesma foi ministrada em três semanas com uma carga horária total de trinta horas e tinha como objetivo promover discussões de métodos facilitadores aplicados ao ensino da trigonometria. Ao iniciarmos tal disciplina, fizemos a distribuição de um questionário aos discentes que, por sua vez, realizaram uma análise dos questionamentos e, após as discussões pedagógicas desenvolvidas, apresentaram de forma escrita e oral as indagações solicitadas.

As pesquisas e discussões das propostas relacionadas ao ensino da trigonometria foram pertinentes durante os dois primeiros encontros, em seguida, no terceiro encontro, os discentes apresentaram os dados solicitados no questionamento.

Dentre as propostas analisadas durante a aplicação da disciplina, destacamos a idéia de Mendes (2005) ao defender o uso da história no ensino da matemática para superar as eventuais indagações feitas pelos estudantes quanto aos *porquês* relacionados aos tópicos de trigonometria aplicados em sala de aula.

De acordo com Mendes (2005),

A história pode ser nossa grande aliada quanto à explicação desses porquês, desde que possamos incorporar às atividades de ensino-aprendizagem aspectos históricos necessários à solução desse obstáculo. Tais informações históricas devem certamente passar por adaptações pedagógicas que, conforme os objetivos almejados, devem se configurar em atividades a serem desenvolvidas em sala de aula ou fora dela (extra-classe). Além disso, devem recorrer a materiais manipuladores sempre que necessário sem perder de vista que a aprendizagem deve ser alcançada a partir das experiências e reflexões dos próprios estudantes. Todavia, devem possuir uma carga muito forte de aspectos provocadores da criatividade imaginativa dos estudantes, bem como de fortes indícios dos aspectos socioculturais que geraram a construção dos tópicos matemáticos abordados na atividade. (p. 53).

Os autores, Brito, Neves e Miguel (2004), também são favoráveis ao uso da história no ensino da matemática, segundo eles:

[...] a história pode possibilitar aquela articulação, quando utilizada com finalidades pedagógicas de problematização e construção dos saberes profissionais dos professores, uma vez que possibilita reflexões sobre:

- a orientação das escolhas e decisões metodológicas e didáticas, por meio da análise de pressupostos epistemológicos, teleológicos e axiológicos de tais escolhas;
- os fundamentos dos conteúdos científicos e matemáticos básicos presentes em sua prática docente;
- a possibilidade de articular seu trabalho em ensino de ciências naturais e de matemática com as contribuições de outras áreas do conhecimento;
- a existência da diversidade cultural no que se refere à produção do conhecimento;
- as potencialidades e limites da produção de atividades e outros recursos que envolvam a história da ciência e da matemática para utilização didática (p. 285-286).

Torna-se necessário assegurar que não é nosso intuito elucidar as discussões levantadas no curso de pós-graduação durante a unidade programática O Ensino da Trigonometria, entretanto, é importante destacar que tal discussão fez com que os discentes fizessem uma reflexão sobre a Trigonometria na sua formação escolar.

As perguntas realizadas no questionário apresentavam como base a seguinte estrutura:

- A formação escolar e acadêmica dos discentes;
- A trigonometria na formação escolar.

Outros questionamentos decorrentes dessa estrutura se configuram como subquestionamentos, são apresentados nessa dissertação na análise dos dados e têm a finalidade de complementar as questões principais, fazendo parte das anotações e das observações feitas, numa dinâmica de interação constante com os sujeitos participantes da pesquisa.

Os dados coletados deram-se por meio de uma paralela entre o período de formação do sujeito participante da pesquisa e os livros didáticos utilizados nas escolas brasileiras.

Com as respostas obtidas, foi feita uma categorização dos dados, com a finalidade de facilitar a elaboração da pesquisa, o levantamento das informações e a confecção de relatórios no andamento da investigação.

Para a análise de conteúdo, fizemos a disposição dos dados coletados, os quais foram divididos em subcategorias e apresentados a partir de exemplificações das observações e das respostas obtidas dos sujeitos participantes da pesquisa. A categoria principal está vinculada ao aprendizado da Trigonometria, a partir da qual foi proposta a categoria *construção participativa*, que diz respeito aos conteúdos trigonométricos apresentados durante o período escolar. Ela foi dividida em seis subcategorias, abaixo relacionadas, que serão detalhadas posteriormente:

- O ano de conclusão escolar;
- A rede escolar de ensino (pública ou privada);
- O ano de conclusão do ensino superior;
- A instituição responsável pelo ensino superior;
- A abordagem da trigonometria na escola;
- Os conteúdos trigonométricos estudados na escola.

Por fim, iremos apresentar, em gráficos, a síntese da unidade de registro dos dados coletados, fazendo uma apresentação sintetizada das subcategorias trabalhadas na pesquisa.

3.3 – PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA REAPLICAÇÃO

Esse processo foi executado no polo do IBRAPES-UVA no município de Natal, situado na Escola Casa do Fera (CDF), Av. Mal Deodoro Fonseca, 907 - Cidade Alta, Natal/RN – Brasil, CEP 59.020-600 fone: (84) 3211-7269, endereço eletrônico: www.cdf.com.br na turma única – 2011.2, de pós-graduação no Ensino da Matemática. Essa turma era composta por 31 alunos graduados em Licenciatura Plena em Matemática, e, tais indivíduos, foram os sujeitos da reaplicação da pesquisa. A maioria desses alunos foi graduada pelo IBRAPES-UVA em Licenciatura Plena em Matemática no polo do município de Natal, na unidade do bairro da Cidade Satélite, Rua Falcão, 8095 – Natal/RN – Brasil, fone:

(84) 3218-5455, endereço eletrônico www.ibrapes.com.br e na unidade do CDF citada anteriormente.

Os dados foram coletados de maneira similar a pesquisa piloto durante o desenvolvimento da disciplina O Ensino da Trigonometria no curso de pós-graduação em Ensino da Matemática.

A unidade programática, ora citada, foi ministrada em três semanas com a carga horária total de trinta horas. As aulas foram distribuídas em dois encontros semanais no turno noturno das terças e quintas. Vale ressaltar que, o objetivo de tal disciplina era promover discussões acerca de métodos facilitadores aplicados ao ensino da trigonometria.

No início da disciplina Ensino da Trigonometria, distribuímos um questionário para os alunos, onde os mesmos deveriam analisar os questionamentos para apresentarem as respostas das indagações de forma oral e escrita nos dois últimos encontros da disciplina.

Os conteúdos ministrados foram aplicados de modo semelhante ao desenvolvimento da pesquisa piloto com a utilização das mesmas propostas de ensino da trigonometria e dos materiais didáticos.

As indagações do questionário seguem o embasamento estutural da formação escolar e acadêmica dos discentes, a trigonometria na formação escolar e outras questões se configuraram como questionamentos complementares às questões principais durante as dinâmicas de interação com os sujeitos participantes da pesquisa por meio de observações e anotações.

Os dados coletados seguiram por meio de uma relação paralela entre os livros didáticos com a formação escolar dos participantes da amostragem. A interpretação desses foi feita através da divisão dos mesmos em subcategorias, essas, por sua vez, estão vinculadas ao aprendizado de Trigonometria durante o período escolar dos sujeitos participantes da pesquisa, detalhada entre o período da escolaridade, a instituição da graduação, o período da graduação, a rede escolar de ensino (pública ou privada), os conteúdos de trigonometria no período escolar e, finalmente, os conteúdos trigonométricos apresentados parcialmente na escola.

Para finalizar, ressalvamos a apuração das informações foi feita de forma taxativa afim de promover a exposição das informações através de tabelas e

gráficos com o intuito de facilitar a interpretação e a análise dos elementos sintetizando as subcategorias desenvolvidas durante a investigação.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS DOS DADOS E DISCUSSÕES

4.1 - A REALIZAÇÃO DO CONHECIMENTO DE CASO

A investigação exibida nessa dissertação é um afixo fundamental para a constituição da experiência prática do pesquisador, por meio dessa, é possível pautar as informações do conhecimento trigonométrico adquirido pelos alunos durante o período colegial.

Ao realizarmos uma aproximação entre os elementos de uma pesquisa concretizada por meio de uma coleta de dados, percebemos que as relações vão sendo constituídas e reconstituídas a cada fase, essa mutação amplia as ideias relacionadas às concepções dos conhecimentos trigonométricos adquiridos na escola, ainda que as informações obtidas não representem as ocorrências em sua totalidade, os demonstrativos são indicadores necessários para compreendermos as relações e os fatos que envolvem o entendimento do processo pertinente ao ensino-aprendizagem da trigonometria.

Os informativos dessa pesquisa podem ser considerados como uma fonte de significância para a formação contínua do licenciado em matemática. Através dessa, também foi possível perceber, por meio de observação e interação com os alunos, se, em geral, os sujeitos participantes da investigação possuíam um prévio conhecimento do funcionamento diário de uma escola, mesmo que tal conceito tenha sido adquirido apenas durante a disciplina do estágio supervisionado proposta pelo curso de graduação. De certa forma, essa matéria é de obrigatoriedade do curso de licenciatura plena nas universidades brasileiras e é desenvolvida diretamente na sala de aula, onde o graduando se torna professor substituto ou um educador auxiliar, tendo a oportunidade de aprender a lecionar.

Por meio da utilização das técnicas de informações obtidas em uma pesquisa científica, podemos compreender o quanto é respeitável a investigação de campo, ela tornou possível observar, no desenvolvimento desse trabalho, as

ressalvas e as pressuposições apanhadas para as inúmeras possibilidades de explicar como se deu o processo de formação dos conteúdos trigonométricos aplicados na escola para os discentes colaboradores na pesquisa.

Os resultados encontrados e especificados neste trabalho demandam maiores estudos e refletem, quando muito, apenas os dados de um universo histórico e social específico.

4.2 – A CONCEPÇÃO ESCOLAR

4.2.1 - A Formação Escolar

Os períodos da formação escolar dos sujeitos colaboradores dessa pesquisa são relatados com base em dados quantitativos coletados por meio de questionamentos e observações. Os dados também foram ressaltados oralmente, e algumas vezes, modificados, uma vez que a intensificação das discussões sobre o ensino da trigonometria desenvolvidas durante as aulas do curso de pós-graduação no Ensino da Matemática na turma “U” do IBRAPES-UVA 2010.1 / Brasil, despertavam nos alunos uma reflexão pessoal e intensa relacionada à sua escolaridade, tornando assim, mais presumido a resposta sobre o período do início e término da escolaridade de cada discente.

A formação escolar dos participantes dessa análise se deu entre 1986 e o ano de 2010, durante esse período, a organização da educação Brasileira sofreu algumas transformações na estrutura escolar. Atualmente as escolas brasileiras seguem como referência para a educação os critérios estabelecidos pelos PCN's, ou seja, a composição dos contextos escritos nele foi executada de forma abrangente para ser adotado em todo território nacional. As notificações apresentadas na introdução aos PCN's assinala a precisão de uma educação sistematizada para a nação com o intuito de solidificar a unificação nacional e a assiduidade do governo federal brasileiro para com a educação nacional.

No Brasil, até 1971, a organização da educação estruturava o ensino escolar respectivamente através do ensino primário, ginásio, correspondente aos quatro últimos anos do atual Ensino Fundamental, e o segundo grau, composto por três anos. Com a destituição do ginásio, o estágio educacional brasileiro passa a

ser formado pelo primeiro grau, com duração de oito anos, e, posteriormente, o segundo grau, formado por três anos.

Em 1996, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira, propõe a reestruturação do primeiro grau, dando origem ao Ensino Fundamental. Essa nova aplicação na educação básica possui a duração de oito anos. Uma nova adaptação no Ensino Médio é formada em 2006 e o Ensino Fundamental é ampliado para nove anos.

Tabela 3 – Organização da Educação Atual no Brasil

Níveis e Etapas			Duração	Faixa Etária
Educação Básica	Educação Infantil	Creche	3 anos	De 0 a 3 anos
		Pré-escola	2 anos	De 4 a 5 anos
	Ensino fundamental (obrigatório)		9 anos	De 6 a 14 anos
	Ensino Médio		3 anos	De 15 a 17 anos
Educação Superior	Cursos e programas (graduação, pós-graduação) por área.		Variável	Acima de 18 anos

Fonte: Lei nº 11,274, de 6 de fevereiro de 2006.

Ressaltamos que, a pesquisa teve como universo de análise 33 alunos do curso de pós-graduação no Ensino da Matemática da turma “U” 2010.2 do IBRAPES-UVA localizada no polo municipal de Parnamirim/RN - Brasil, sendo inicialmente aplicada como uma pesquisa piloto baseada na experiência da docência do pesquisador e as ideias de diversos autores citados nesse trabalho.

Para que os resultados pudessem ser usados como extrapolação da realidade dos alunos das escolas brasileiras, foi definida, uma relação para com o público alvo, uma amostragem aleatória de 33 alunos do curso de pós-graduação no Ensino da Matemática.

A organização da amostra foi feita de forma estratificada por meio de um método sistemático. Para que a amostragem fosse significativa foi definido que todos os alunos da turma “U” 2010.1 do IBRAPES-UVA, do polo de Parnamirim/RN – Brasil, participasse da amostragem. No entanto, só foi possível validar 24 amostras durante a apuração dos dados.

A abordagem foi efetuada da seguinte maneira, cada aluno recebeu um questionário e, no primeiro tópico, o discente respondeu, mesmo que de forma aproximada, o período de formação da escolaridade. Em seguida, todos os resultados foram oralmente apresentados durante as discussões promovidas pelo docente dessa turma.

Foi utilizado nesse tópico apenas um instrumento de pesquisa, estruturado de tal forma onde um vínculo individual entre o aluno e a sua resposta pudesse ser mantido.

A coleta de dados foi efetuada durante o desenvolvimento da disciplina O Ensino da Trigonometria em uma turma de pós-graduação durante o período de 21 de Agosto de 2010 a 04 de Setembro de 2010.

Os questionários foram revisados e validados. Ao todo foram validados 24 questionários com dados coletados junto aos alunos entrevistados. Os validados foram analisados e processados em microcomputadores, com a utilização do software Microsoft Excel, os resultados organizados em tabelas e posteriormente transformados em gráficos.

Os dados apurados nesse tópico do questionário foram apresentados por meio de uma tabela de classe baseando a amplitude nas datas onde ocorreram as adaptações na estrutura da educação no Brasil aplicada às escolas.

Inicialmente, os dados referentes à suposta iniciação dos sujeitos colaboradores, serão apresentados por meio de tabela, onde foi adotado:

- (f_i) para representar a frequência absoluta;
- $(\%)$ para a frequência relativa;
- (x_i) para o ponto médio dos anos;
- X para a média anual.

Ao contabilizarmos os dados, apresentamos o período de formação colegial dos sujeitos colaboradores por meio de procedimentos estatísticos, utilizando os cálculos dos possíveis desvios, para que os resultados obtidos pudessem ser usados com uma extrapolação da realidade.

Tabela 4 – A relação entre os alunos da turma “A-EM” (2010.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática e o período de conclusão do ensino colegial - IBRAPES-UVA/2010

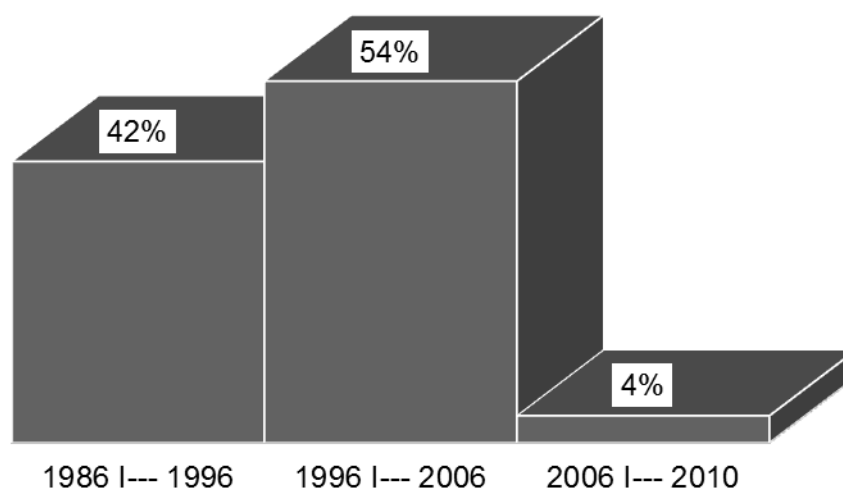
ANO			f_i	%	x_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i - \bar{X} $	$f_i \cdot x_i - \bar{X} ^2$
1986	I-----	1996	10	42%	1991	19910	60	360
1996	I-----	2006	13	54%	2001	26013	52	208
2006	I-----	2010	1	4%	2008	2008	11	121
Total			24	100%	...	47931	123	689

Fonte: Turma “A-EM” (2010.2) IBRAPES-UVA, 18 de setembro de 2010.

Os valores calculados na tabela 4 foram, quando necessário, aproximados a um termo numérico pertencente ao conjunto dos números inteiro. Sendo assim, obtemos uma média de frequência absoluta (f_i), que relaciona o período e a conclusão do ensino colegial dos alunos da turma de especialização no Ensino da Matemática “A-EM” (2010.2) do IBRAPES-UVA, equivalente ao ano de 1997, já o coeficiente de variabilidade aproxima-se ao valor inteiro 29, o desvio médio é representado pelo inteiro 5, e o desvio padrão, por sua vez, também é um valor aproximado ao termo inteiro 5.

No seguinte, apresentamos graficamente os dados da tabela 4

Gráfico 1 – O percentual relativo dos alunos da turma “A-EM” (2010.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com o período de conclusão do ensino colegial - IBRAPES-UVA/2010



Fonte: Turma “A-EM” (2010.2) IBRAPES-UVA, 18 de setembro de 2010.

Ao observarmos os resultados obtidos é perceptível que 42% dos alunos envolvidos nessa pesquisa concluíram as suas atividades escolares entre os anos de 1986 e 1996, nessa época a organização educacional era estruturada com o primeiro e segundo grau. Já os 54%, representantes da maioria dos colaboradores, completaram as suas atividades escolares entre os anos de 1996 e 2006, eles fizeram parte de uma organização educacional formalizada pelo Ensino Fundamental, com oito anos de duração, e o Ensino Médio, com três anos de duração. Finalmente, apenas percentual de 4% dos alunos finalizaram suas atividades escolares entre os anos de 2006 e 2010, durante esse período a estrutura da educação brasileira é constituída pelo Ensino Fundamental, com nove anos de duração, e o Ensino Médio, com três anos de duração, tal estrutura segue sendo utilizadas nos dias atuais.

4.2.2 - A rede de ensino

Uma análise sobre a instituição de ensino responsável pela formação dos sujeitos dessa pesquisa apresenta a rede de ensino, pública ou privada, da qual os alunos frequentaram durante a formação escolar.

No Brasil, as instituições de ensino são administradas por duas fortes redes distintas, a rede pública e a privada. Ao distinguirmos as concepções dessas redes de ensino, utilizamos como base as definições de Breno Sampaio; Juliana Guimarães (2009). Segundo esses autores:

[...] há uma grande disparidade entre os colégios privados e públicos. Os colégios privados obtiveram eficiência máxima, ou seja, a fronteira global é completamente determinada pela fronteira por tipo dos colégios privados. Isso mostra que nenhum colégio público conseguiu, em nenhum ponto da distribuição, atingir nível de eficiência global de 1.

Na rede pública de ensino a responsabilidade administrativa e financeira é totalmente governamental, já na rede privada de ensino, o governante local, estadual e federal não exerce responsabilidade organizacional alguma, sendo assim, o poder privado pode exercer o direito de estabelecer um processo seletivo e seus aptos, parcialmente ou em totalidade, assumem o compromisso de pagar pelos serviços prestados.

O ensino e a educação transmitida pela escola pública do Brasil, em geral, são alvo de críticas de toda a sociedade. Acredita-se que a educação pública está em ruínas devido a uma diversidade de problemas, a desconfiança dos brasileiros em relação à eficácia dessas instituições é uma realidade das quais diversos indicativos apontam que os índices obtidos pelas instituições da educação pública não atendem às perspectivas da sociedade e os alunos não aprendem o que deveriam, ficando aquém das equivalências desenvolvidas pelas escolas da rede privada.

A escola pública brasileira, em geral, apresenta um ensino de baixa qualidade e tem cumprido cada vez menos o seu papel de ensinar disciplinas essenciais, como português e matemática. Ao fazermos um paralelo entre a

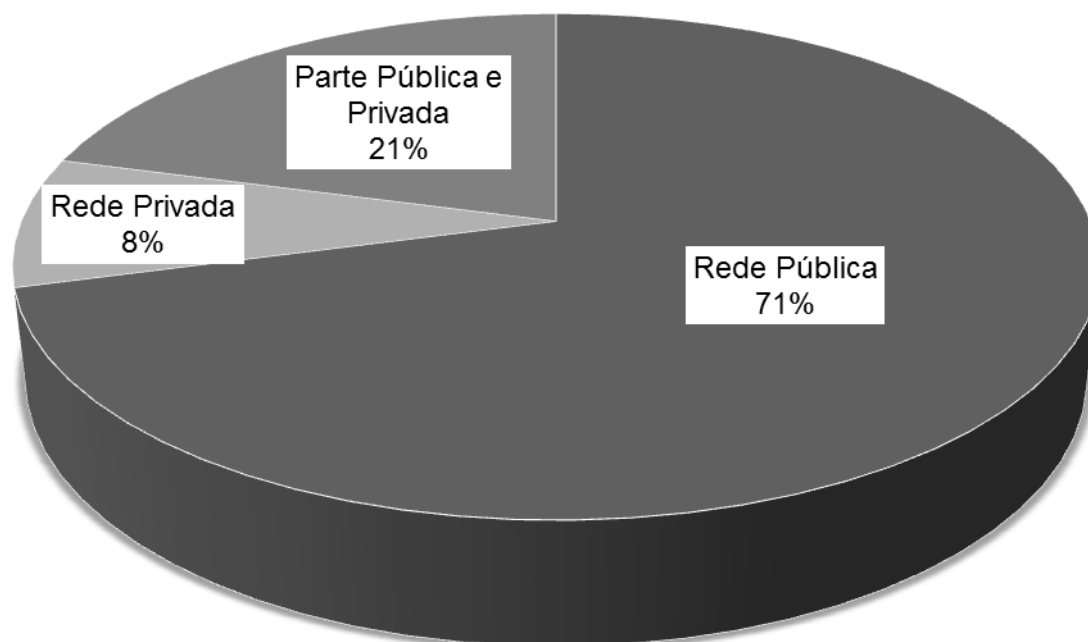
atuação das escolas públicas e privadas no Brasil, é possível afirmar que os desempenhos das instituições privadas são considerados superiores à qualidade apresentada pelas instituições públicas.

Segundo a pesquisa Ibope/CNI realizada por Renata Honorato, apresentada na revista *Veja* (2010):

O ensino particular é considerado melhor do que o público. Em todos os níveis – fundamental, médio e superior, as instituições privadas apresentam as melhores médias de avaliação, mesmo entre o público de baixa renda e com menor escolaridade. Em uma escala de 0 a 100, as escolas privadas foram consideradas melhores na educação fundamental (76,4 pontos contra 58,6), no ensino médio (75,6 pontos contra 59,3), na educação profissionalizante (75,6 pontos contra 63,9) e na educação superior (75,6 pontos contra 66).

Essas informações pertinentes ao ensino das redes pública e privada das escolas brasileiras nos fez entender que uma análise sobre esse assunto torna-se relevante para a nossa investigação.

Gráfico 2 – O percentual relativo dos alunos da turma “A-EM” (2010.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com a rede de ensino em que concluiu o ensino colegial - IBRAPES-UVA/2010



Fonte: Turma “A-EM” (2010.2) IBRAPES-UVA, 18 de setembro de 2010.

Os 8% dos alunos que concluíram os estudos na rede privada, estudaram em instituições religiosas tradicionais que apresentam uma significativa credibilidade na sociedade brasileira.

Dos 21% dos alunos que cursaram parte na rede pública e privada, 45% desses, demonstraram insatisfação declarando que ambas as redes escolares deixaram a desejar no desenvolvimento de suas competências, 15% apontam que o Ensino Fundamental público foi de má qualidade e enaltecem o Ensino Médio da rede privada, 4% apresentaram contentamento com o Ensino Fundamental privado e o Ensino Médio público.

Dos 71% que declaram ter feito sua escolaridade na Rede pública, 7% demonstram total insatisfação e, os 30% restantes, enaltecem apenas o desempenho do Ensino Médio.

Torna-se impreterível e relevante apresentar que 21% do total dos entrevistados cursaram o Ensino Médio na Escola Técnica Federal do Rio Grande do Norte (ETFERN), onde, em 1999 essa instituição de ensino passou a ser

chamada de Centro Federal de Educação Tecnológica do Rio Grande do Norte (CEFET-RN) e, posteriormente, no ano de 2008, recebeu o nome de Instituto Federal do Rio Grande do Norte (IFRN). É válido ressaltar que, a instituição ora citada, é mantida pelo governo federal e apresenta um significativo prestígio, na opinião pública brasileira.

4.3 - O ENSINO SUPERIOR

4.3.1 – O período do ensino superior

Neste item, analisamos o período de graduação dos estudantes cooperadores com esse trabalho, e, posteriormente, traçamos uma paralela que relaciona a ocasião da escolaridade com a respectiva graduação, sendo então, possível esclarecer se essa transição ocorreu de forma imediata ou não.

Tabela 5 – A relação entre os alunos da turma “A-EM” (2010.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática e o período de conclusão do ensino superior - IBRAPES-UVA/2010

Período			f_i	%	x_i	$f_i \cdot x$	$f_i \cdot x_i - X $	$f_i \cdot x_i - X ^2$
1998	I-----	2002	1	4%	2000	2000	7	49
2002	I-----	2006	1	4%	2004	2004	3	9
2006	I-----	2010	23	92%	2008	46184	23	23
Total			25	100%	...	50188	33	81

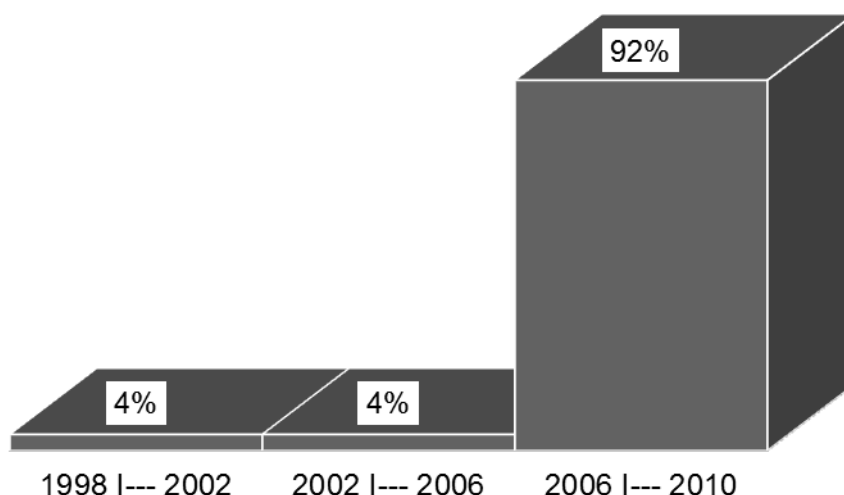
Fonte: Turma “A-EM” (2010.2) IBRAPES-UVA, 18 de setembro de 2010.

A frequência absoluta está relacionada com período de conclusão do ensino superior dos alunos da turma de pós-graduação da turma “A-EM” (2010.2) do IBRAPES-UVA, de posse a essa relação foi possível determinar que a média anual entre os períodos citados é um valor relativo ao ano de 2007, o coeficiente

da variabilidade aproximasse do inteiro 3, o desvio médio é relativo ao inteiro 1, e o desvio padrão é equivalente ao valor inteiro 2.

A seguir, temos a representação gráfica do período da conclusão do ensino superior dos alunos da turma “A-EM” (2010.2) da pós-graduação no Ensino da Matemática do IBRAPES-UVA/2010.

Gráfico 3 – O percentual relativo dos alunos da turma “A-EM” (2010.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com o período de conclusão do ensino superior - IBRAPES-UVA/2010



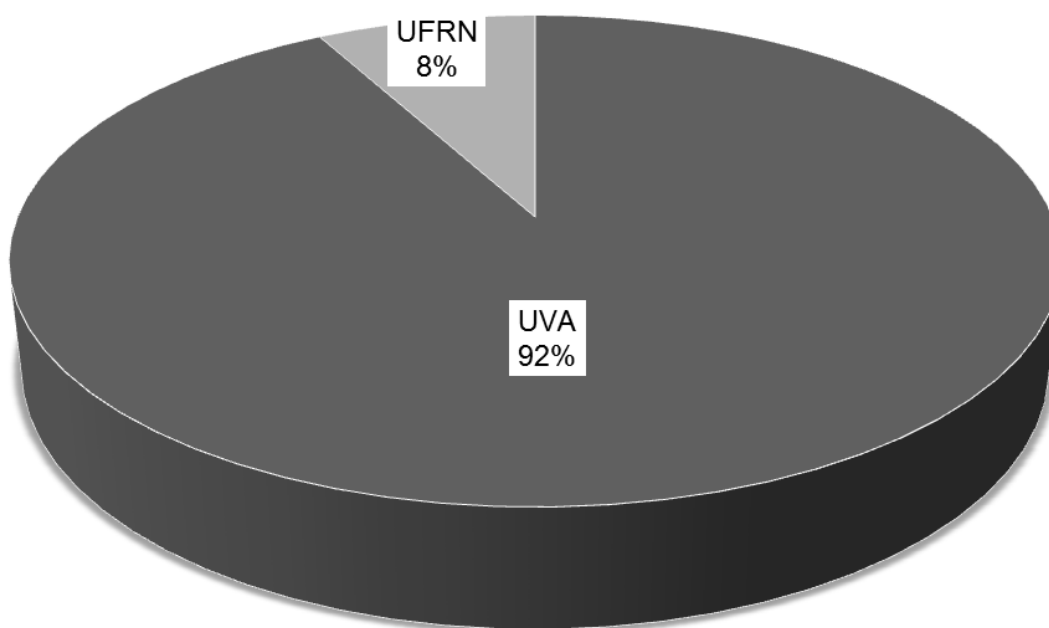
Fonte: Turma “A-EM” (2010.2) IBRAPES-UVA, 18 de setembro de 2010.

Na análise do gráfico 3, podemos observar que o valor relativo a 4% representa a frequência relativas dos alunos da turma “A-EM” (2010.2) da pós-graduação no Ensino da Matemática que concluíram o ensino superior entre os anos de 1998 e 2002, tal percentual permanece estável entre os anos de 2002 e 2006. Por fim, temos indicativo que a maior frequência relativa associada a conclusão do ensino superior desses respectivos alunos ocorreu entre os anos de 2006 e 2010, e é representado pelo percentual aproximado ao inteiro de 92%.

4.3.2 – A instituição de ensino superior

A composição do campo empírico dessa pesquisa se deu exclusivamente pela por uma turma composta por alunos graduados da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN) e da Universidade Estadual Vale do Acaraú (IBRAPES-UVA).

Gráfico 4 – O percentual relativo dos alunos da turma “A-EM” (2010.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com a instituição em que concluiu o ensino superior - IBRAPES-UVA/2010



Fonte: Turma “A-EM” (2010.2) IBRAPES-UVA, 18 de setembro de 2010.

Um dado foi duplamente contabilizado nesse item, pois um dos participantes cursou a graduação em Bacharel em Matemática na Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN) e, posteriormente, Licenciatura Plena em Matemática na Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA).

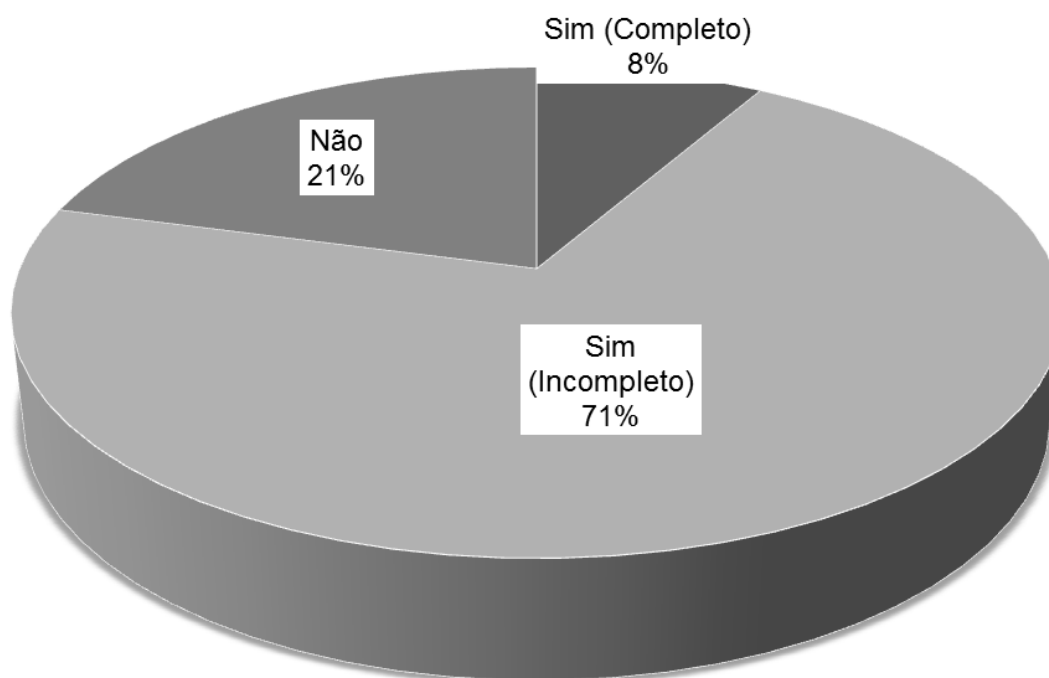
Na leitura do gráfico 4 podemos apontar que 8% dos estudantes cursaram o ensino superior na Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN/Brasil) e 92% na IBRAPES-UVA.

4.4 - A ABORDAGEM DA TRIGONOMETRIA NA ESCOLA

Em geral, os livros didáticos de Matemática utilizados pelas escolas do Brasil, sequenciam os assuntos de tal maneira que os conteúdos de trigonometria são fixados no final dos módulos didáticos. Essa colocação evidencia que a ausência de um planejamento rigoroso pode comprometer o aproveitamento das matérias finais a serem desenvolvidas em sala de aula. No exercício da docência de quase duas décadas e, as lembranças da formação colegial, fez com que o autor dessa pesquisa verificasse se os conteúdos de trigonometria estavam sendo expostos em sua totalidade nas escolas do Brasil.

Ao questionarmos os colaboradores desse trabalho sobre a exposição dos conteúdos durante a formação escolar obtemos uma expressiva similaridade nas respostas exibidas.

Gráfico 5 – O percentual relativo dos alunos da turma “A-EM” (2010.2) da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com os conteúdos trigonométricos abordados na escola - IBRAPES-UVA/2010



Fonte: Turma “A-EM” (2010.2) IBRAPES-UVA, 18 de setembro de 2010.

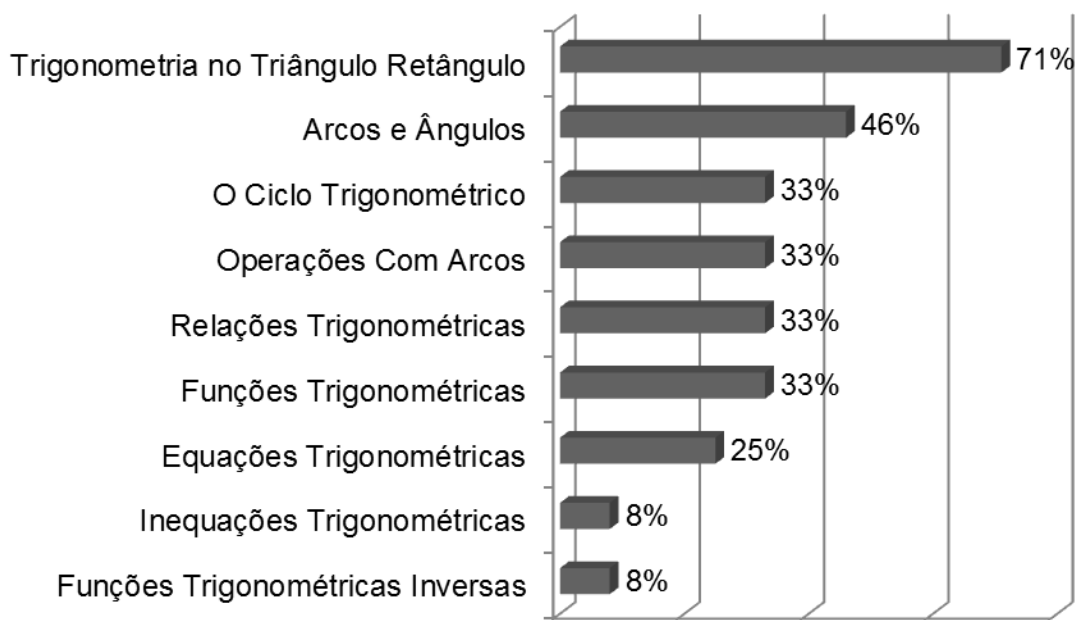
Os dados indicam que 71% dos alunos indicaram o termo incompleto, ou seja, estudaram apenas partes dos conteúdos trigonométricos durante a formação escolar, 21% desses estudantes mencionou que não viram os conteúdos de trigonometria e, apenas 8% teve a oportunidade de estudar os referentes conteúdos em sua totalidade.

4.5 - OS CONTEÚDOS ABORDADOS NA ESCOLA

A proeminência dos dados coletados indicou que a maioria dos alunos estudou apenas parte dos assuntos de trigonometria na escola. Esse resultado reafirmou o esperado e, conseqüentemente, afluíu a curiosidade de saber qual, ou quais, o(s) índice(s) do(s) conteúdo(s) da trigonometria foi(ram) apresentado(s). As implicações obtidas apresentam uma diversidade conforme as particularidades dos discentes.

Para elaborar as alternativas desse item no questionário, tomamos como base os assuntos referentes à trigonometria apresentados no sumário do livro **Matemática aula por aula**: volume único: ensino médio / Barreto Filho, Cláudio Xavier Barreto – São Paulo: FTD, 2000.

Gráfico 6 – O percentual relativo dos alunos da turma “A-EM” (2010.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionando aos conteúdos da Trigonometria abordados na escola - IBRAPES-UVA/2010



Fonte: Turma “A-EM” (2010.2) IBRAPES-UVA, 18 de setembro de 2010.

A Trigonometria é uma disciplina obrigatoriamente ensinada no atual Ensino Médio e não podemos negar a importância dos seus conteúdos para o aprendizado da Física e da própria Matemática enquanto ciências. No entanto, nossos dados explanam que os alunos chegam ao Ensino Superior sem os conhecimentos precisos nessa área do conhecimento. Menos da metade dos alunos tiveram a oportunidade de estudar, sequer, metade dos assuntos referentes à trigonometria. Apenas 8% dos discentes tiveram a oportunidade de estudar essa disciplina em sua totalidade durante a escolaridade.

Em depoimento, quatro dos sujeitos colaboradores apresentaram declarações que apontam a justificativa de suas resostas no que se refere ao estudo da Trigonometria durante a escolaridade. A primeira, cursou os dois anos iniciais do ensino médio na rede pública de ensino e concluiu em uma instituição privada, hoje, é professora da rede Municipal de Ensino do Natal, ela justifica que durante o seu período de escolaridade, estudou apenas parte dos conteúdos da trigonometria e por isso, teve que aperfeiçoar os seus conhecimentos trigonométricos para poder ser aprovada no vestibular da Universidade Federal do Rio Grande do Norte. O segundo, desenvolveu suas atividades escolares na rede pública de ensino, explicou que os conceitos básicos da Trigonometria no Triângulo Retângulo foi o único assunto da Trigonometria visto durante o ensino médio, justifica ainda que, tal fato se deu devido a ausência de um livro didático e ao não comprimento dos conteúdos programáticos por parte dos professores. O terceiro, cursou o ensino médio em seu conjunto na rede pública de ensino, afirma não ter visto os assuntos relacionados a Trigonometria durante a sua escolaridade, relata que a greve dos funcionários da educação e dos professores aconteciam com constância e esses afluídos afetou a abordagem dos conteúdos programáticos escolares. Por derradeiro, tivemos um depoimento de um aluno que diz ter concluído a sua escolaridade na rede pública de ensino, ele afirma que faltou apenas as inequações e as funções trigonométricas inversas para ter analisado a conjuntura dos conceitos escolares da Trigonometria, é válido destacar, esse discente estudou no Centro Federal de Educação Tecnológica do Rio Grande do Norte (CEFET-RN).

Ao analisarmos os depoimentos apresentados de forma escrita e oral pelos sujeitos colaboradores desse trabalho, observamos, de maneira genérica, que a

disciplina de trigonometria foi apresentada superficialmente por docentes que, muitas vezes, demonstravam insegurança sobre o conhecimento do assunto, na maioria dos casos, os conteúdos de trigonometria eram pertinentes aos últimos capítulos dos livros didáticos e, além disso, os professores alegavam que o tempo destinado a efetivação do ano letivo era insuficiente para o extensão do programa de matemática, sendo assim, os assuntos referentes à trigonometria não eram apresentados na escola.

CAPÍTULO V

DISCUSSÕES E RESULTADOS DA REAPLICAÇÃO DA PESQUISA

A pesquisa exploratória é o primeiro estágio de todas as investigações científicas, é nessa fase que o problema é caracterizado, definido e classificado.

A tenacidade dos estudos científicos nos direciona a execução de uma reaplicação da pesquisa piloto, utilizando os métodos da investigação pioneira, do qual, foi aproveitado como instrumento da pesquisa, o questionário, a observação e a apresentação oral. O emprego dessas técnicas nos possibilitou descrever quais foram os conteúdos da Trigonometria exibidos em sala de aula durante o processo da formação escolar dos colaboradores desse trabalho.

A reaplicação foi efetuada com os alunos do curso de pós-graduação no Ensino da Matemática da turma “A-EM” (2011.2) IBRAPES-UVA, localizada no polo do município de Natal/RN – Brasil.

Para que a amostragem fosse constituída de forma expressiva foi definido que todos os alunos da turma “A-EM” (2011.2) IBRAPES-UVA, localizada no polo do município de Natal/RN – Brasil, participassem da amostragem. Nesse caso, a amostra foi composta pela coleta dos 31 alunos. No entanto, a falta de assiduidade e o contrassenso da resposta apresentadas por alguns dos sujeitos colaboradores, não possibilitou a validação da totalidade dos alunos da turma. Sendo assim, foram validados 23 questionários.

A reaplicação do questionário se deu no dia 20 de Outubro de 2011, momento em que se desenvolvia a última aula da disciplina O Ensino da Trigonometria.

Com os dados obtidos na reaplicação de uma pesquisa científica é possível executar um comparativo com os resultados da análise pioneira, para com isso, termos um trabalho com um eficaz grau de confiabilidade.

Como na primeira aplicação da pesquisa, as implicações obtidas e explicitadas nesta análise demandam maiores estudos e refletem, quando muito, apenas os dados de um universo histórico e social específico.

5.1 - A CONCEPÇÃO ESCOLAR

5.1.1 - A Formação Escolar

Seguindo o aplicativo executado na pesquisa pioneira, elaboramos a apresentação dos dados pertinentes ao período da formação escolar dos discentes do curso de pós-graduação no Ensino da Matemática da turma “A-EM” (2011.2) IBRAPES-UVA, localizada no polo do município de Natal/RN – Brasil, durante o desenvolvimento da disciplina O Ensino da Trigonometria.

Os resultados foram analisados e tabulados, apresentando os coeficientes das variáveis, o desvio médio e, posteriormente, o desvio padrão.

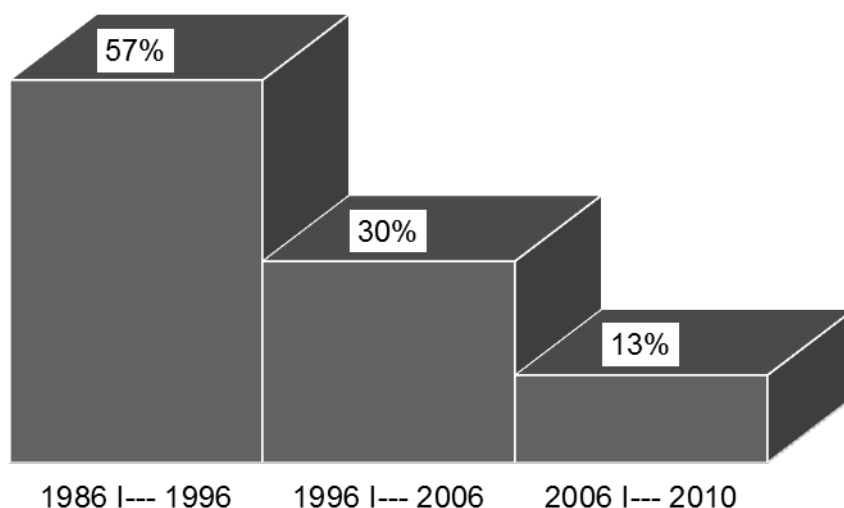
Tabela 6 – A relação entre os alunos da turma “A-EM” (2011.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática e o período de conclusão do ensino colegial - IBRAPES-UVA/2011

ANO			f_i	%	x_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i - \bar{X} $	$f_i \cdot x_i - \bar{X} ^2$
1986	I-----	1996	13	57%	1991	25883	39	117
1996	I-----	2006	7	30%	2001	14007	35	175
2006	I-----	2010	3	13%	2008	6024	36	432
Total			23	100%	...	45914	110	724

Fonte: Turma “A-EM” (2011.2) IBRAPES-UVA, 20 de outubro de 2011.

A maior intensificação do período de conclusão do ensino colegial dos alunos da turma “A-EM” (2011.2) da pós-graduação no Ensino da Matemática do IBRAPES-UVA/2011, ocorre entre os anos de 1986 e 1996, à frequência média absoluta (f_i) é alusiva ao ano de 1996, o coeficiente de variabilidade é de aproximadamente 31, o desvio médio é equivalente ao valor inteiro 5, e o desvio padrão tem valor aproximado ao termo inteiro 6.

Gráfico 7 – O percentual relativo dos alunos da turma “A-EM” (2011.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com o período de conclusão do ensino colegial - IBRAPES-UVA/2011



Fonte: Turma “A-EM” (2011.2) IBRAPES-UVA, 20 de outubro de 2011.

No gráfico 7, representamos as frequências relativas referentes ao período de formação escolar dos discentes. A representação estatística de um gráfico de coluna utiliza as formas geométricas para expressar visualmente as informações numéricas obtidas através de uma pesquisa e organizadas em tabela. Esse recurso visual facilita a leitura e a compreensão na análise das informações dos dados de um fenômeno estatístico. No período entre os anos de 1986 e 1996, obtemos a maior frequência relativa dos nossos dados, esse termo é equivalente a 57% dos alunos da turma “A-EM” (2011.2) da pós-graduação no Ensino da Matemática do IBRAPES-UVA/2011, nessa época, a educação das escolas brasileiras eram instituída pelo primeiro e segundo grau científico. Entre o período de 1996 ao ano de 2006, contivemos a segunda maior representação da frequência relativa da observação, aproximadamente, 30% desses participantes cursaram a escolaridade em uma instituição de ensino composta pelo Ensino Fundamental, com duração de oito anos, e, respectivamente, o Ensino Médio, com duração de três anos. Por fim, em meio ao ano de 2006 e o ano de 2010, 13% dos estudantes participaram de uma formação escolar constituída por um Ensino

Fundamental, com nove anos de duração, e conseqüentemente, o Ensino Médio correspondente ao período anteriormente citado (três anos).

5.1.2 - A Rede de Ensino

Os dados seguintes levantam a questão sobre o órgão responsável pela a instituição de ensino onde se deu a formação dos alunos colaboradores dessa pesquisa.

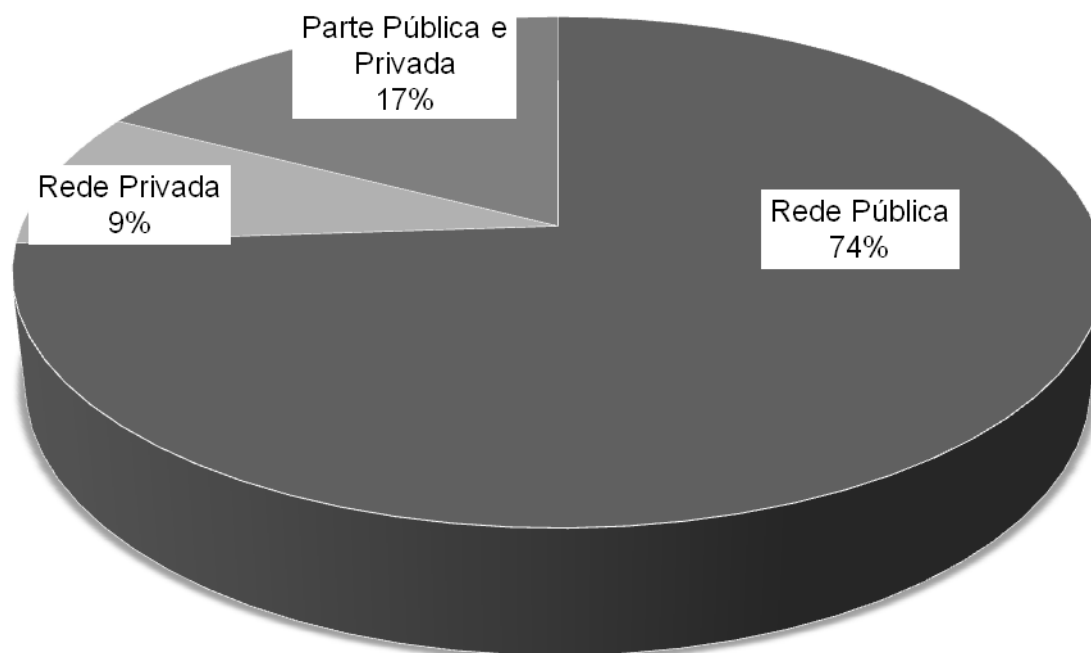
Ao traçarmos uma paralela entre a qualidade de ensino da rede pública e privada, tomando como base as ideias de Breno Sampaio; Juliana Guimarães (2009), desse modo, é possível assinalar que a rede privada possui um ensino mais eficaz que a rede pública, embora algumas instituições do ensino público mereçam destaques, como as escolas militares e as instituições federais, as mesmas são insuficientes à população estudantil brasileira. A massa dos estudantes está nas escolas públicas que apresentam diversas dificuldades, entre elas podemos enfatizar a falta de infraestrutura e a baixa remuneração dos seus profissionais.

Uma comparação recente entre o ensino público e privado é o resultado de 2010 do exame nacional do ensino médio – Enem, os desempenhos das escolas privadas superaram os das escolas públicas, entre as cem melhores instituições, apenas treze são da rede pública e, entre os cem piores resultados, nenhuma é pertencente à rede privada.

Segundo a análise de Breno Sampaio; Juliana Guimarães (2009), sobre as diferenças de eficiência entre ensino público e privado no Brasil, o ensino público necessita de uma substancial melhoria para efetivamente contribuir com a redução das disparidades de oportunidades de ensino, minimizando assim, os problemas causados pela falta de oportunidades sociais e econômicas.

Essas informações pertinentes ao ensino das redes pública e privada das escolas brasileiras nos fez entender que uma análise sobre esse assunto torna-se relevante para a nossa investigação.

Gráfico 8 – O percentual relativo dos alunos da turma “A-EM” (2011.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com a rede de ensino em que concluiu o ensino colegial - IBRAPES-UVA/2011



Fonte: Turma “A-EM” (2011.2) IBRAPES-UVA, 20 de outubro de 2011.

Na análise do gráfico 8, podemos afirmar que:

- 9% dos alunos desenvolveram as suas atividades escolares em uma instituição de ensino administrada pela rede privada de ensino;
- 17% dos discentes cursaram o ensino fundamental nas escolas pertencentes a rede pública de ensino, e o ensino médio, em uma instituição da rede privada;
- Por último, temos que 74% dos alunos desenvolveram o seu processo de formação escolar no âmbito da rede pública de ensino.

As informações pertinentes a rede de ensino nos apresentaram que as instituições de ensino privada responsáveis pelo processo de formação escolar dos colaboradores dessa pesquisa não possuíam uma tradição no ensino, ou seja, são escolas fundadas nos últimos trinta anos de existência e administradas por

professores que, por sua vez, diante dessa realidade, também passaram a desenvolver a atividade empresarial.

A administração das escolas públicas relatadas nesse item, divide as responsabilidades em dos órgãos públicos, ou seja, o ensino fundamental a responsabilidade administrativa do poder municipal e o governo estadual é a mantenedora responsável pelo ensino médio.

Os alunos que afirmaram terem concluído as suas atividades escolares nas instituições de ensino administradas pelo poder público apontaram uma série de fatores que contribuíram para um deficiente processo de formação. Dentre os problemas apontados como a falta de infra-estrutura, a falta de apoio por parte dos gestores, o planejamento ineficiente dos conteúdos, as reivindicações salariais dos professores, o desinteresse por parte dos professores e o desestímulo dos alunos, iremos destacar um breve comentário sobre as greves. Dentre as problemáticas apresentadas, a greve nos parece ser uma das causas mais relevante para a ineficiência do ensino, pois as constantes paradas dos professores causam uma quebra no ritmo de estudo dos alunos e as reposições das aulas ocorrem, na maioria das vezes, de forma desestruturadas sem satisfazer as necessidades mínimas para o cumprimento do devido programa escolar.

5.2 – O ENSINO SUPERIOR

5.2.1 - O período da graduação

A seguinte observação assinala o período de graduação dos alunos colaboradores onde contabilizamos duplamente os resultados coletados referentes aos discentes que apresentaram mais de uma graduação, evidenciando distintamente a época de cada formação.

Os resultados obtidos foram analisados e apresentados tendo como base a pesquisa pioneira destacada nesse trabalho.

Tabela 7 – A relativo entre os alunos da turma “A-EM” (2011.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática e o período de conclusão do ensino superior - IBRAPES-UVA/2011

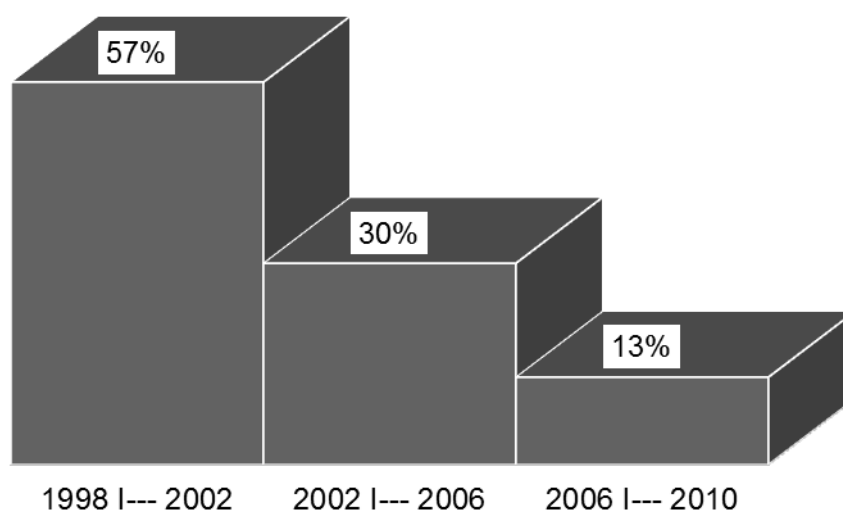
Período			f_i	%	x_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i - \bar{X} $	$f_i \cdot x_i - \bar{X} ^2$
1998	I-----	2002	13	57%	2000	26000	26	52
2002	I-----	2006	7	30%	2004	14028	14	28
2006	I-----	2010	3	13%	2008	6024	18	108
Total			23	100%	...	46052	58	188

Fonte: Turma “A-EM” (2011.2) IBRAPES-UVA, 20 de outubro de 2011.

Aos dados da tabela 7 apontam que a maior frequência relativa dos alunos da turma “A-EM” (2011.2) da pós-graduação no Ensino da Matemática se deu entre os anos de 1998 e 2002, essas informações foram compostas por um coeficiente de variabilidade aproximado ao número inteiro 8, um desvio médio relativo ao valor inteiro 3, e um desvio padrão referente ao termo do conjunto dos números inteiros, 3.

A seguir, representamos graficamente os dados da tabela 7.

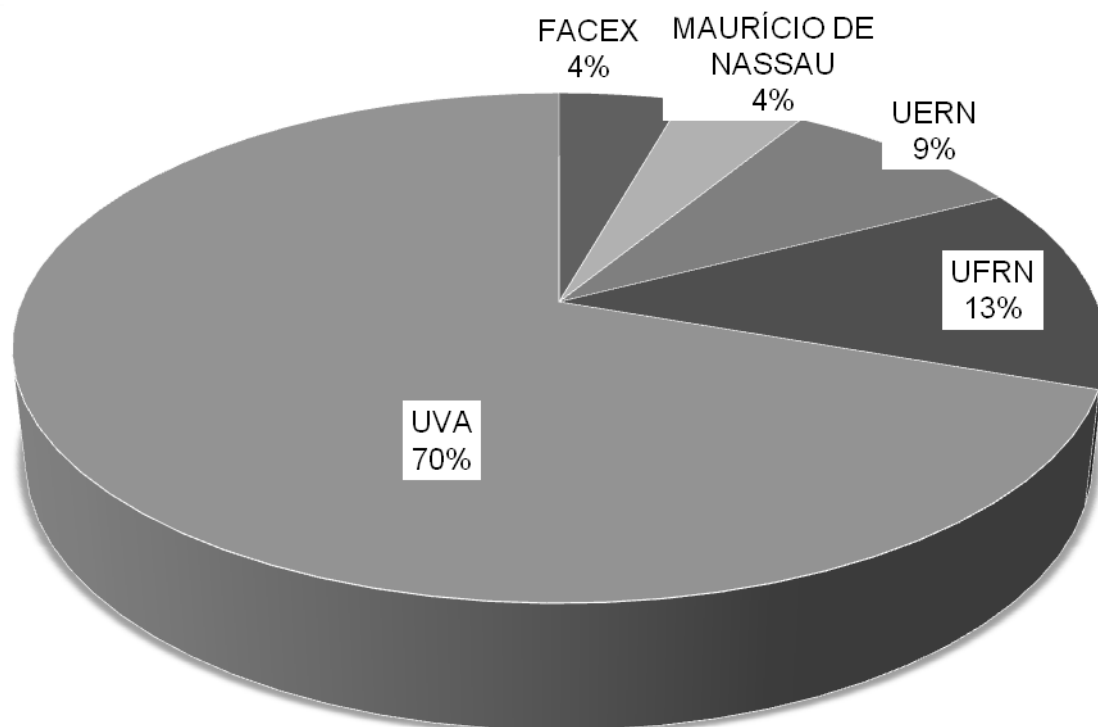
Gráfico 9 – O percentual relativo dos alunos da turma “A-EM” (2011.2) da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com o período de conclusão do ensino superior - IBRAPES-UVA/2011



Fonte: Turma “A-EM” (2011.2) IBRAPES-UVA, 20 de outubro de 2011.

A observação dos dados referentes ao período da graduação dos alunos da turma “A-EM” (2011.2) da pós-graduação no Ensino da Matemática que concluíram o ensino superior nos respectivos períodos - IBRAPES-UVA/2011 apresentado em gráfico, aponta que a maior frequência se deu entre os anos de 1996 a 2002, por outro lado, o menor índice ocorreu entre o ano de 2006 e o ano de 2010. Com esses dados, podemos afirmar que, de modo semelhante à pesquisa primária, a transição dos alunos da escola até o ensino superior ocorreu periodicamente, ou seja, esses estudantes não seguiu a sistemática de forma imediata a transição da escola para o ensino superior. Vale ressaltar que essa cavidade de tempo pode ser prejudicial à fixação dos conteúdos desenvolvido durante o período escolar para a reutilização desses assuntos requisitados na iniciação do ensino superior.

Gráfico 10 – O percentual relativo dos alunos da turma “A-EM” (2011.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com a instituição em que concluiu o ensino superior - IBRAPES-UVA/2011



Fonte: Turma “A-EM” (2011.2) IBRAPES-UVA, 20 de outubro de 2011.

Alguns dados foram contabilizados em duplicidade devido aos estudantes que apresentaram mais de uma graduação, onde a formação ocorreu em locais distintos.

O demonstrativo do gráfico 10 aponta que os sujeitos colaboradores são provenientes de cinco instituições distintas, a Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), a Universidade Estadual do Rio Grande do Norte (UERN), a Faculdade Maurício de Nassau, a Faculdade de Ciências, Cultura e Extensão do Rio Grande do Norte (Facex) e, finalmente, a Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA).

O indicativo de 13% dos nossos colaboradores cursaram o ensino superior na Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), que, por sua vez, é uma instituição pertencente a rede pública de ensino superior brasileira localizada no estado do Rio Grande do Norte, na cidade do Natal. Essa instituição foi originada no ano de 1958, e atualmente é o principal centro universitário do estado.

A quantia de 9% dos alunos conquistaram a sua graduação na Universidade do Estado do Rio Grande do Norte (UERN). Fundada em 1968, a UERN é o segundo maior centro universitário do Rio Grande do Norte, é remanescente da rede pública de ensino brasileiro e mantida pelo governo estadual, sua sede principal é localizada no município de Mossoró/RN, no entanto, suas atividades didáticas são desenvolvidas em várias cidades desse estado.

Um, do percentual de 4% representados no gráfico 10, faz referência os alunos que cursaram o ensino superior na Faculdade Maurício de Nassau. Tal Faculdade foi originada em no ano de 2003 na cidade do Recife, no estado de Pernambuco/Brasil e, presentemente, atua em diversas cidades do nordeste brasileiro, entre elas, destacamos a unidade da cidade brasileira, Natal - Rio Grande do Norte, do qual foi responsável pela formação do ensino superior dos alunos em questão.

O outro percentual de 4% da apresentação no gráfico 10, é remanescente aos estudantes que cursaram o ensino superior na Faculdade de Ciências, Cultura e Extensão do Rio Grande do Norte (Facex). Esse centro de acadêmico possui uma sede única na cidade de Natal, Rio Grande do Norte/Brasil. É válido ressaltar que, o autor desse trabalho atua como discente nessa instituição.

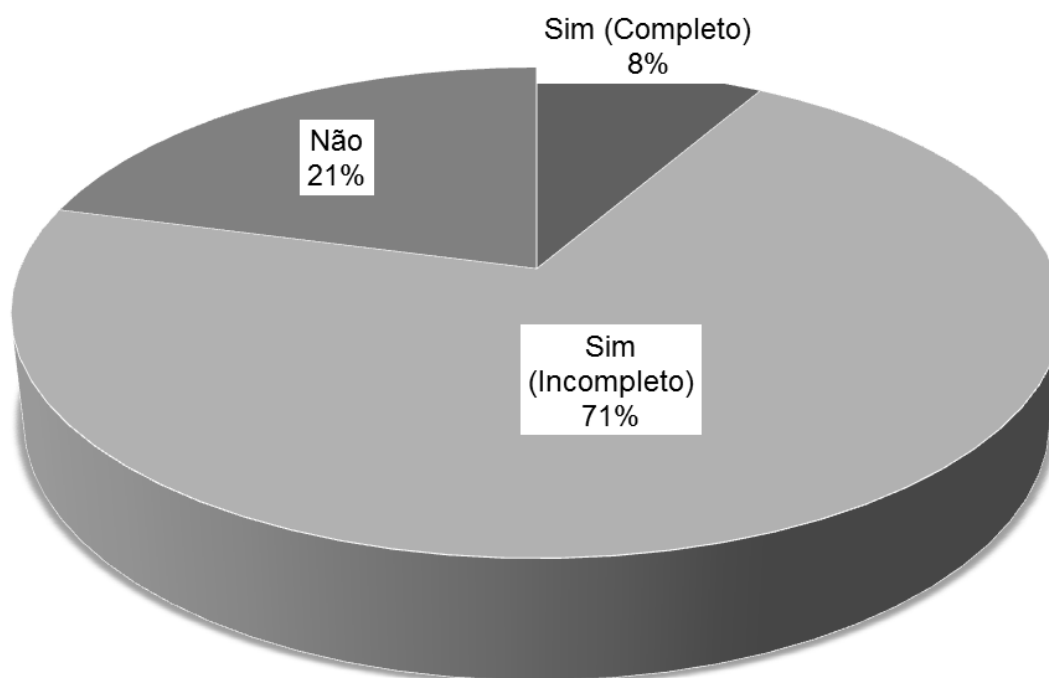
Por último, 70% dos discentes colaboradores com esse trabalho tornaram-se graduados na Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA). É interessante destacar que foi nesse centro universitário onde ocorreram as coletas dos dados utilizados nessa pesquisa.

5.2.2 - A exposição da trigonometria na escola

Este texto resume os assuntos respeitantes à trigonometria os quais atualmente são lecionados no ensino médio. Como tal, não se discute nesta escrita a metodologia de ensino da aplicabilidade no nível médio, nossa intenção é investigar se, durante o período escolar, os nossos colaboradores abordaram ou não os conteúdos de trigonometria.

Nesse item, a coleta dos dados se deu por meio de um questionamento onde se apresentou três alternativas como resposta, na primeira, referencia-se a afirmação da completa abordagem dos assuntos da trigonometria aplicada no ensino médio, na alternativa seguinte, a confirmação que os conteúdos trigonométricos não foram apresentados durante esse processo do ensino, e por último, apenas partes dos assuntos dessa disciplina foram desenvolvidos no processo de formação escolar. A resposta dessa indagação se deu de forma adversa, no entanto, tivemos um elevado índice na alternativa que faz referência ao estudo parcial dos assuntos da trigonometria.

Gráfico 11 – O percentual relativo dos alunos da turma “A-EM” (2011.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado aos conteúdos trigonométricos abordados na escola - IBRAPES-UVA/2011



Fonte: Turma “A-EM” (2011.2) IBRAPES-UVA, 20 de outubro de 2011.

Ao interpretarmos o gráfico 11, observa-se que 21% dos estudantes confirmam que o seu professor de Matemática não abordou os conteúdos de trigonometria durante o ensino médio. Na justificativa oral dessa resposta, foi colocado que na escola os discentes dos nossos colaboradores preocupavam-se de forma contundente em obter um acentuado índice de aprovação, isso acabava deixando em segundo plano a inquietação do aprendizado e, por último, a pretensão de concluir o conteúdo programático da Matemática.

O mais acentuado índice percentual dessa parte da investigação é alusiva à declaração que apenas parte dos assuntos da trigonometria foram abordados durante o ensino médio. Esse dado é referente a 71% da totalidade respondida no nosso questionamento. Na justificativa oralmente apresentada, a colocação plausível a tal afirmação constitui-se com certa conjuntura da explicação efetuada pelos estudantes que não abordaram a trigonometria na escola. Houve uma

concordância de que o objetivo primário dos professores era o índice de aprovação, seguindo do aprendizado. Entretanto, foi colocado que o descumprimento do programa da trigonometria se deu, possivelmente, a problemas adversos como: as constantes greves dos professores, a falta de comprometimento para com os conteúdos programáticos e a ausência de material didático.

Um importante relato dos alunos que não estudaram a trigonometria na escola e os estudantes que abordaram apenas parte dos conteúdos foi a alegação da ausência de um livro didático, ou seja, esses discentes estavam totalmente a mercê do que o professor escrevia no quadro. O desenvolvimento de cada assunto se dava primeiramente pela escrita dos conteúdos da lousa, esse ato de escrever e copiar ocupava pelo menos metade de um horário de aula, só posteriormente, era possível iniciar as devidas explicações. Dessa forma, foi alegado também que, os professores não utilizavam exercícios contextualizados, pois para desenvolver tal atividade era necessário escrever bastante na lousa, sendo assim, o melhor era trabalhar com os exercícios objetivos fazendo uso de um enunciado curto como, resolva, calcule e determine o valor de x . É válido lembrar que esses enunciados são causadores de uma elevada abstração dos assuntos matemáticos, conforme as ideias de Mendes (2005), a ausência de familiaridade dos conceitos matemáticos com o cotidiano dos alunos são causadores de porquês matemáticos relacionados aos tópicos abordados, essa indagação desencadeia um obstáculo no processo do ensino-aprendizagem. Não temos a pretensão de nos retermos em uma discussão de métodos de ensino, no momento, apresentaremos apenas os dados coletados que fazem referência aos assuntos trigonométricos abordados no ensino médio.

Para completarmos o percentual apurado nesse item da pesquisa, é possível afirmar que apenas 8% dos nossos colaboradores tiveram a oportunidade de estudar no ensino médio os assuntos da trigonometria em sua totalidade. Esse depoimento foi dado por alunos que alegaram ter cursado o Ensino Médio em escolas que ofereciam uma estrutura física satisfatória e uma boa gama de professores, os conteúdos foram desenvolvidos de acordo com a sequência dos livros didáticos e não foram vítimas de problemas adversos como greve dos professores e ausência de material didático.

5.3 - OS CONTEÚDOS ABORDADOS NA ESCOLA

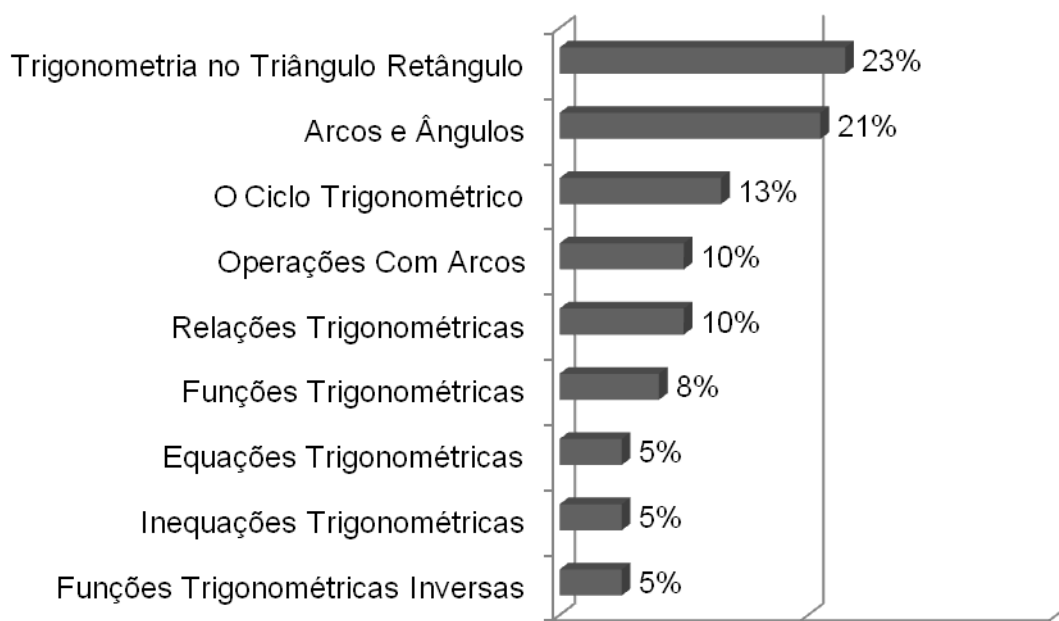
Os indicativos obtidos no item remissivo à abordagem dos assuntos da trigonometria no ensino médio relataram uma realidade já esperada semelhante aos dados da pesquisa pioneira.

A maior parte dos estudantes afirma que os conteúdos da trigonometria não foram abordados em sua totalidade durante o desenvolvimento do ensino médio. Esse elevado índice despertou mais uma vez o nosso interesse em analisar quais os assuntos alusivos a trigonometria foi abordados na escolar pelo nosso estudante. Para executarmos essa averiguação, reutilizamos as mesmas alternativas utilizadas na nossa pesquisa piloto que, por sua vez, teve como base para a constituição das alternativas, os títulos dos capítulos apresentados no sumário do livro Matemática aula por aula: volume único: ensino médio / Barreto Filho, Cláudio Xavier Barreto – São Paulo: FTD, 2000. Tal livro dividiu os assuntos da trigonometria, atendendo as exigências do pré-requisito necessário para o desenvolvimento de cada conceito.

As respostas obtidas nessa etapa não apresentou nenhuma surpresa, é notável que, conforme o aprofundamento dos conteúdos da trigonometria o índice de abordagem diminui gradativamente. Essa descontinuidade nos permite supor que, pelo menos, os capítulos foram desenvolvidos de forma sequencial, atendo as exigências do pré-requisito necessário para iniciar dada cada matéria, ou seja, ao ministrar tal matéria, o discente respeitou a rígida sequência exigida pelo conceito trigonométrico.

A nossa discursão a cerca da abordagem dos conteúdos da trigonometria no ensino médio tem com embasamento os dados coletados, interpretados e posteriormente, apresentados no gráfico seguinte composto por nove barras referentes ao percentual da abordagem de cada tema.

Gráfico 12 – O percentual relativo dos alunos da turma “A-EM” (2011.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionando aos conteúdos da Trigonometria abordados na escola - IBRAPES-UVA/2011



Fonte: Turma “A-EM” (2011.2) IBRAPES-UVA, 20 de outubro de 2011.

O primeiro tema da sequência dos assuntos da trigonometria é intitulado pela a Trigonometria no Triângulo Retângulo, esse tópico é de fundamental importância para a composição das relações entre o ângulo e os lados de um triângulo. Temos que, 23% dos alunos confirmaram ter abordado esse assunto na escola. Algumas justificativas foram apresentadas durante essa argumentação, destacamos dois depoimentos que alcançou um elevado índice de concordância, um deles foi que, o fato dessa disciplina ter sido apresentada na escola não implica dizer que houve um entendimento por parte dos estudantes que pudesse caracterizar como um aprendizado eficaz. A outra arguição, é que os professores profetizavam a trigonometria como uma disciplina de extrema dificuldade e que seus conceitos não representava uma grande importância para a Matemática do ensino médio, os alunos que despertassem interesse em fazer um curso superior na área de exatas, poderiam facilmente aprender a trigonometria durante a graduação. Essa última argumentação é erroneamente colocada, pois todos os

conteúdos da Matemática do ensino médio são pré-requisito para o desenvolvimento de um curso de graduação não só da área de exatas, mais também são necessários para todas as demais áreas que precise relacionar, mesmo que superficialmente, o cálculo com a prática do cotidiano.

No segundo tema, é presumível notar que o percentual de 21% dos argumentos validados em nossa pesquisa é destinada a afirmação dos alunos que estudaram o tema pertinente ao contexto de Arcos e Ângulos. A composição do arco de uma circunferência é dada por um segmento qualquer da circunferência, limitado por dois de seus pontos distintos, já o ângulo em questão, é constituído por uma relação entre as extremidades do segmento do arco da circunferência e o seu ponto central. Para representar geometricamente um arco e ângulo, utilizamos o segmento $\overline{AB}$ para representar o comprimento de um arco numa circunferência de centro O , e o símbolo α na reprodução da medida de um ângulo.

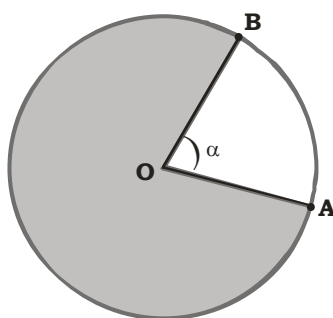


Figura 11 - Arcos e Ângulos.

O contexto de Arcos e Ângulos é de fundamental importância avaliar com precisão a medida gerada pela abertura de dois segmentos de reta que possuem um ponto central em comum.

Na sequência, o terceiro tema é indicado pelo Ciclo Trigonométrico, onde 13% dos alunos afirmaram ter estudado essa matéria na escola. A conjuntura desse tema é composta por uma circunferência centrada no ponto de origem de um plano cartesiano e o raio corresponde a uma unidade.

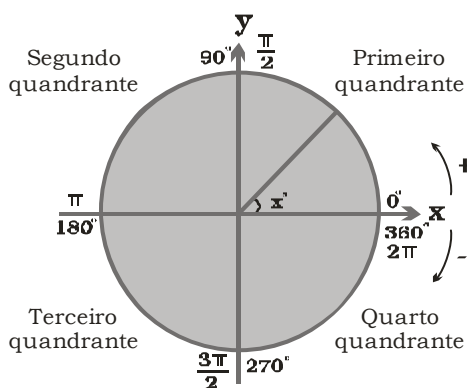


Figura 12 - Ciclo Trigonométrico.

Com o estudo do Ciclo Trigonométrico podemos desenvolver uma tabela de ângulos, representar as devidas funções trigonométricas juntamente com as suas devidas relações.

O quarto tema é intitulado pela as Operações Com Arcos, onde o demonstrativo gráfico 12 aponta que 10% dos estudantes tomaram ciência dessa matéria na escola. Por meio dessa, podemos resolver problemas que envolvem a soma, subtração e o produto a duplicidade dois arcos.

No quinto tema, temos um percentual semelhante ao o anteriormente apresentado, cerca de 10% dos discentes expuseram a abordagem das Relações Trigonometria durante o ensino médio. Essas relações são geralmente apresentadas por meio do desenvolvimento dos assuntos que norteiam o Ciclo Trigonométrico.

O próximo informativo do gráfico 12, segue com uma diminuição de 2%, nesse momento, trazemos o sexto tema intitulado pela Função Trigonométrica onde 8% indica a frequência dos estudantes que tiveram a oportunidade de abordar essa matéria durante o ensino médio. Nesse tópico desenvolve-se um estudo distinto de cada uma das seis funções trigonométricas, sendo elas: a funções seno, a função cosseno, a função tangente, a função secante, a função cossecante e a função cotangente.

No seguinte, computemos que 5% dos entrevistados conheceram o assunto relativo ao nosso sétimo tema, intitulado de Equações Trigonométricas. A exposição desse contexto pode ser composta pela igualdade de toda a equação em que a incógnita é uma função trigonométrica.

O sétimo item é especificado pelo assunto que norteia as Inequações Trigonométricas, nesse tema, contivemos a afirmação de apenas 5% da totalidade dos dados validados que apontam os alunos que tiveram o privilégio de estudar essas inequações durante a formação escolar.

As Inequações Trigonométricas são as desigualdades que envolvem funções trigonométricas da incógnita. A resolução é semelhante à usada nas equações trigonométricas, observando-se a circunferência e determinando o conjunto verdade, ou seja, ao encontrarmos a função trigonométrica da incógnita ou função trigonométrica de alguma função da incógnita em pelo menos um dos membros de uma inequação, dizemos que tal equação passa a ser denominada de Inequação Trigonométrica.

Finalmente, no nono tópico, as considerações são alusivas a Função Trigonométrica Inversa onde se repetiu o baixo índice percentual de 5% dos sujeitos colaborados que conseguiram abordar esse assunto no Ensino Médio.

A composição desse tema é fundamentada em uma função bijetora, por esse motivo é plausível afirma que nem todas as funções trigonométricas são invertíveis nos seus domínios de definição, pelo que importa considerar subconjuntos destes domínios onde possamos inverter as ditas funções.

Na conclusão dos questionamentos, seis dos participantes preencheram o espaço destinado as justificativas e observações. O primeiro relata que cursou o ensino colegial em sua conjuntura na rede pública de ensino e não teve a oportunidade de abordar os conteúdos da trigonometria devido a constantes ausências de professores de matemática no desenvolvimento do ano letivo. O segundo relata que cursou o ensino colegial na rede pública de ensino e não conseguiu aborda os conceitos trigonométricos em sua conjuntura devido a ausência do comprimento dos conteúdos programáticos dos respectivos anos letivos. O terceiro descreve que desenvolveu suas atividades colegiais na rede pública de ensino e não abordou os conceitos trigonométricos devido à omissão do comprimento dos conteúdos programáticos causados pelas constantes greves trabalhistas por parte dos docentes. O quarto participante, cursou o ensino médio parcialmente na rede pública, por meio do magistério, e concluiu na rede privada através do Ensino Técnico em Contabilidade, afirma ter visto apenas parte dos assuntos de trigonometria devido ao não comprimento dos conteúdos

programáticos por parte de seus professores. O quinto, cursou o ensino médio em seu conjunto na rede pública de ensino, explica que o planejamento do ano letivo não foi concluído devido a ausência do livro didático, pois o professor tinha que escrever o conceito de cada assunto no quadro-negro para, posteriormente, efetuar as devidas explicações, e, como os conceitos trigonométricos encontravam-se na parte final dos conteúdos programáticos, não foi possível estudá-los na escola. Por último, temos um relato de um participante que cursou anteriormente seu ensino colegial na rede pública de ensino, o mesmo descreve que não pode abordar os assuntos da trigonometria devido a greve dos docentes, a ausência do livro didático e a deficiência na estrutura física da escola.

CAPÍTULO VI

O COMPARATIVO ENTRE AS ANÁLISES

A análise das informações apresentadas nesse trabalho foi coletada por um questionário único aplicado em duas turmas distintas. No questionamento, investigamos os dados que norteiam implicações sobre os conteúdos da trigonometria aplicados no durante o ensino médio. A composição do questionário ocorreu por meio de seis itens, onde os primeiros incisos foram constituídos por questões relacionadas ao período percussor da escolaridade e do ensino superior, juntamente com a indicação da rede administrativa responsável, pública ou privada, seguido das indagações sobre a abordagem dos conteúdos da trigonometria. Em meio às perguntas, encontram-se estudos da pós-graduação em Ensino da Matemática que, por sua vez, buscam as características que tornam um sistema educacional eficiente e que atenda a todos com ensino de qualidade.

Nesse momento da dissertação, sobressaímos com um estudo que permita-nos destacar uma observação paralela entre os resultados obtidos em cada turma que participou da pesquisa, comparando os dados de cada item das indagações que compõe o questionário, e posteriormente, formalizando a média obtida pela associação das declarações que constituíram os resultados. A comparação e a média das análises foram elaboradas evidenciando distintamente os seis itens que compõe o questionário observando a aproximação entre os termos que apresentam uma relação de semelhança. A comparação, porém, é feita por meio de um conectivo e busca realçar determinada qualidade do que podemos classificar de meio termo.

De antemão, podemos afirmar que ao longo do desenvolvimento desse trabalho foi possível observar que os dados coletados nas duas análises apresentam evidências comuns nos seus respectivos resultados, ou seja, as implicações descobertas são, porém, pouco vigorosas. O efeito das variáveis estudadas sobre a abordagem da trigonometria no ensino médio diferencia-se em

significância estatística e até mesmo em sentido da consequência causado por essa distinção.

A seguir, em cada tópico, utilizaremos gráficos para apresentarmos as comparações e médias que comporam as conjecturas do estudo paralelo entre os questionamentos, sendo assim, é possível apresentarmos com propriedade as indagações norteadoras sobre o tema desse trabalho.

6.1 - A COMPARAÇÃO E A MÉDIA DO PERÍODO DE FORMAÇÃO ESCOLAR E A REDE DE ENSINO

6.1.1 - O comparativo e a média do período de formação

Na tabela 4, da pesquisa piloto, é possível observar com clareza os percentuais obtidos na resposta dos estudantes quando indagados sobre período em que frequentou os seus estudos escolares. Nos resultados analisados concluímos que 42% acentuaram a participação escolar entre os anos de 1986 a 1996, o que nos estima um ano médio referente a 1991, a maioria de 54% estão inseridos entre 1996 a 2006, onde essa média anual ocorre em 2001, por último, temos um percentual 4% está compreendido entre os anos de 2006 a 2010, onde a média entre esses, é o ano de 2008.

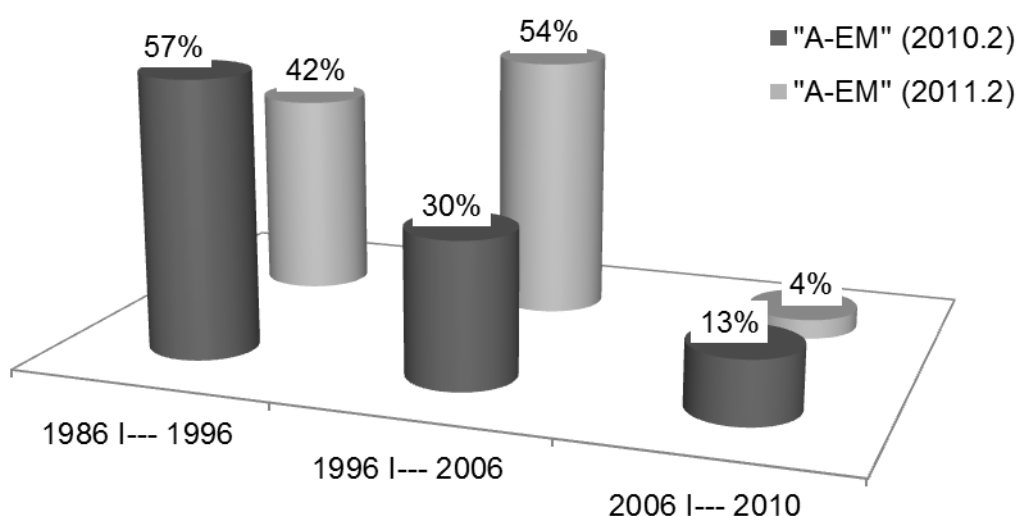
Na reaplicação do questionário, temos os seguintes dados de referência nesse item. De acordo com a tabela 5, é possível indicar que 4% dos estudantes concluíram suas atividades escolares entre o ano de 1998 e o ano de 2002.

A maior frequência relativa se deu entre o ano de 2006 e 2008, onde a média periódica entre esses dados é equivalente ao o ano de 2008.

Para melhor visualização dos resultados, apresentamos os percentuais relativos às respectivas análises em um mesmo gráfico que relaciona o período anual a media entre os anos e o percentual relativo aos alunos da turma “A-EM” (2010.2) e “A-EM” (2011.2) do curso de pós-graduação no Ensino da Matemática

do IBRAPES-UVA/2012, em seguida desenvolvemos argumentos relativos a comparação das análises.

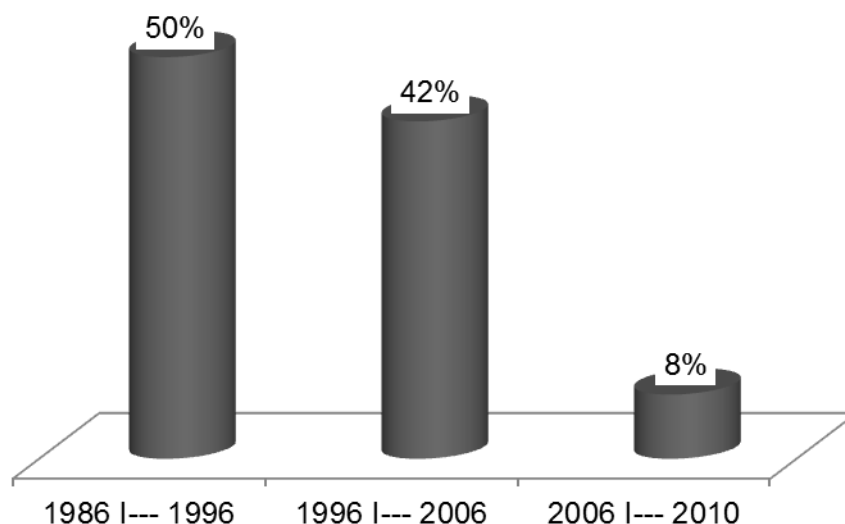
Gráfico 13 – O percentual relativo dos alunos das turmas “A-EM” (2010.2) e “A-EM” (2011.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com o período de conclusão do ensino escolar - IBRAPES-UVA/2012



Fonte: Turmas: “A-EM” (2010.2), “A-EM” (2011.2) IBRAPES-UVA, 12 de fevereiro de 2012.

O estudo comparativo do gráfico 13, mostra que ao período da escolaridade dos alunos da turma “A-EM” (2010.2) e “A-EM” (2011.2), é composto de modo semelhante, no ponto de partida do gráfico 13 temos um percentual de 57% dos componentes da turma A-EM (2010.2) e 42% dos participantes da turma A-EM (2011.2), pertinente aos anos entre 1986 e 1996, em seguida, temos a correspondência entre os anos de 1996 e 2006, onde a turma A-EM (2010.2) tem uma participação equivalente a 30% de seus componentes, já a turma A-EM (2011.2) é representada pelo percentual de 54%. Por fim, temos a diminuição analógica dos percentuais referentes ao período de 2006 a 2010, sendo a frequência relativa de 13% dos componentes da turma A-EM (2010.2) e apenas 4% da turma A-EM (2011.2).

Gráfico 14 – O percentual médio relativo dos alunos das turmas “A-EM” (2010.2) e “A-EM” (2011.2), do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com o período de conclusão do ensino escolar - IBRAPES-UVA/2012



Fonte: Turmas: “A-EM” (2010.2), “A-EM” (2011.2) IBRAPES-UVA, 12 de fevereiro de 2012.

A representação do gráfico obtido através da média entre os resultados das aplicações do questionário nas duas turmas indicam que a maior frequência entre os nossos colaboradores se deu, entre os anos de 1986 e 1996. É válido ressaltar que, nesse período a organização das escolas do Brasil era estruturada pelo ensino de primeiro grau, composto por oito anos de duração, e o segundo grau, com duração de três anos. Outro significativo percentual médio é os 42% associados ao ano de 1996 e o ano de 2006, nessa época as escolas brasileiras seguiam a Lei de Diretrizes e Base da Educação Brasileira que, por sua vez, determinava que o ensino fosse iniciado no Ensino Fundamental, com oito anos de duração, posteriormente, o Ensino Médio com duração de três anos. Por último, podemos afirmar que 8% representa a menor frequência relativa dos dados e estão relacionados ao período entre os anos de 2006 e 2010.

Segundo o depoimento dos alunos, todas as instituições responsáveis pela formação dos mesmos seguiram rigorosamente essa estrutura escolar de suas respectivas épocas.

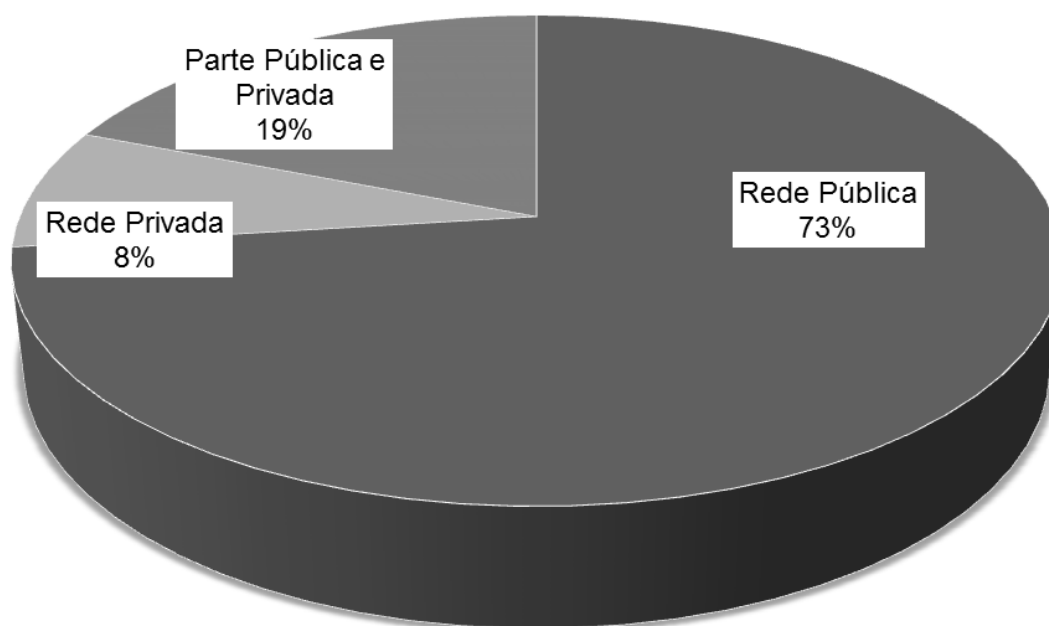
6.1.2 - A composição da rede de ensino

O componente desse tema aborda identificação da rede administrativa responsável pela instituição de ensino do qual os nossos colaboradores desempenharam, como discentes, as suas atividades escolares.

As informações adquiridas após a aplicação de um questionário em duas turmas distintas de pós-graduação no Ensino da Matemática nos possibilita compor uma união dos dados coletados em cada turma para, com isso, podermos verificar se essa nova formação ocorreu de modo semelhante aos resultados apresentados em cada análise.

Ao fazermos uma comparação entre resultados da obtido com a turma A-EM (2010.2) e A-EM (2011.2), é possível verificar que, nos dois casos, as implicações são semelhantes, maior índice ocorre no indicativo da rede pública, seguido pela alternativa que indica que os alunos cursaram o estudos escolares nas redes pública e privada, e, o menor percentual é composto unicamente pela rede privada de ensino. Após o comparativo entre essas análises, elaboramos um gráfico composto pela união dos dados das duas pesquisas.

Gráfico 15 – O percentual médio relativo dos alunos das turmas “A-EM” (2010.2) e “A-EM” (2011.2), do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com a rede de ensino em que concluiu o ensino colegial - IBRAPES-UVA/2012



Fonte: Turmas: “A-EM” (2010.2), “A-EM” (2011.2) IBRAPES-UVA, 12 de fevereiro de 2012.

O resultado da união dos dados das duas análises aponta que a média de frequência nas distintas redes de ensino assemelha-se em todos os demonstrativos, com indicativo médio de 73% podemos afirmar que a maioria dos nossos estudantes passou unicamente pela escola pública brasileira, a frequência de 19% aponta os estudantes que conheceram as duas realidades administrativa e, apenas 8% representa os discentes que estudaram excepcionalmente nas escolas da rede privada.

6.2 – AS CONCEPÇÕES PERTINENTES AO ENSINO SUPERIOR

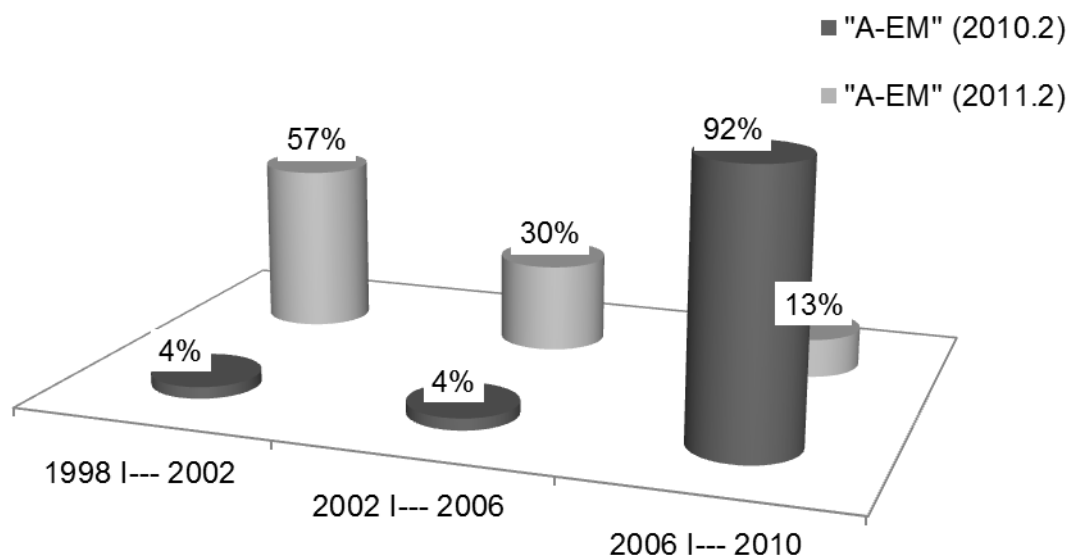
6.2.1 - O Comparativo e a Média do Período de Formação

Os dados do gráfico 3 apresentam o percentual de alunos da turma “A-EM” (2010.2) da pós-graduação no Ensino da Matemática que concluíram o ensino superior nos respectivos períodos - IBRAPES-UVA/2010. Com essa informação é possível verificar que 4% dos estudantes concluíram o ensino superior entre os anos de 1998 e 2002, em seguida, entre os anos de 2002 e 2006, temos um percentual equivalente ao anteriormente citado, ou seja, 4%. Por último, obtemos a frequência de 92% representando o número de concluintes entre o ano de 2006 e o ano de 2010.

Adotamos uma metodologia semelhante a construção do gráfico 3 para organizar os dados da composição do gráfico 9, que por sua vez, apresentou que 57% do percentual de alunos da turma “A-EM” (2011.2) da pós-graduação no Ensino da Matemática que concluíram o ensino superior nos respectivos períodos - IBRAPES-UVA/2011, concluíram suas atividades de ensino superior entre os anos de 1998 e 2002, o percentual diminuiu para 30% entre os anos de 2002 e 2006, e segue com queda para 13% no período entre os anos de 2006 e 2010.

De posse a essas informações, constituímos uma análise comparativa por meio de uma representação gráfica, em seguida, estabelecemos uma união entre os dados para compor uma média relativa entre as duas aplicações.

Gráfico 16 – O percentual relativo dos alunos das turmas “A-EM” (2010.2) e “A-EM” (2011.2), do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado o período de conclusão do ensino superior - IBRAPES-UVA/2012

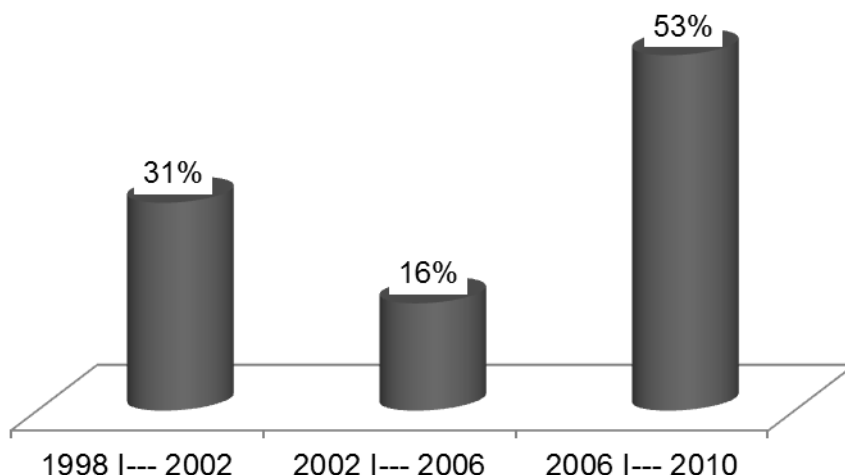


“Fonte: Turmas: “A-EM-2010.2”, “A-EM”-2011.2” do IBRAPES-UVA, 12 de fevereiro de 2012.

A média entre o percentual relativo obtido em cada turma foi relacionado ao devido período de conclusão do ensino superior.

Os dados representados no gráfico 17 são alusivos as informações coletados na turma A-EM-2010.2 e na turma A-EM-2011.2. Comparando as trajetória de cada gráfico, obsevamos uma disparidade entre o precentual relativo os anos analisados. Com esses informativos, estabelecemos uma média entre os percentuais relativos para associar com a suas determinadas épocas de ocorencia.

Gráfico 17 – O percentual médio relativo dos alunos da turma “A-EM” (2010.2) e “A-EM” (2011.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com o período de conclusão do ensino superior - IBRAPES-UVA/2012



Fonte: Turmas: “A-EM” (2010.2), “A-EM” (2011.2) IBRAPES-UVA, 12 de fevereiro de 2012.

O gráfico 17 é composto pela média do período de conclusão do ensino superior relativo ao percentual dos alunos da turma “A-EM” (2010.2) e “A-EM” (2011.2) do curso de pós-graduação no Ensino da Matemática do IBRAPES-UVA/2012. Essas informações apontam que a maioria dos discentes chega até a pós-graduação automaticamente após a sua devida graduação, ou seja, eles conseguiram seguir uma sequência contínua nos estudos sem nenhuma interrupção ao longo do tempo, onde tal fato é de fundamental importância quando velamos em conta a adaptação e o ritmo de estudo, no entanto, não entraremos no mérito dessa questão.

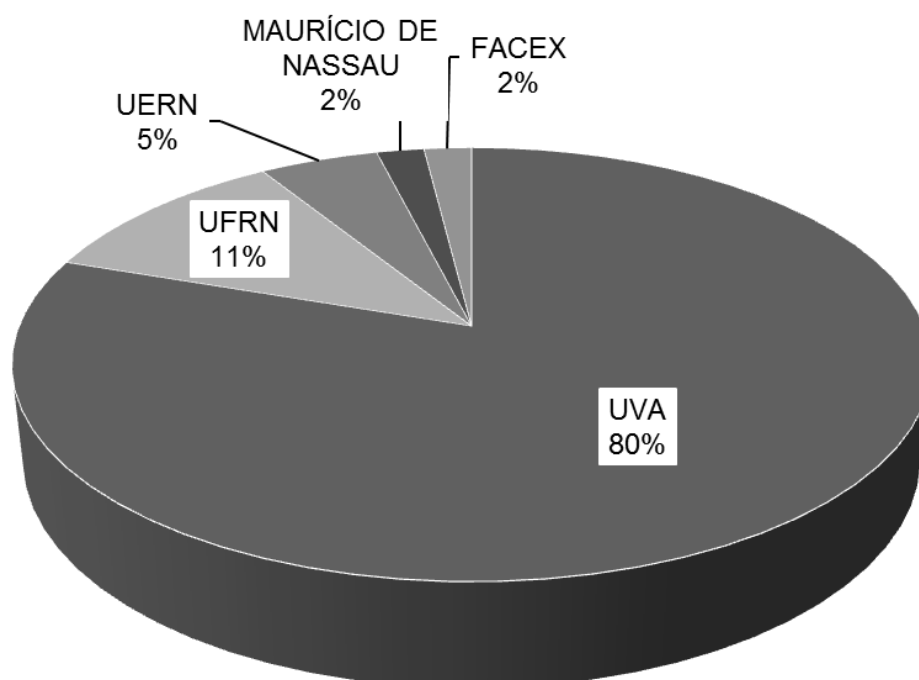
Os perceptuais gráficos representados entre os anos de 1998 e 2002 reforçou a ideia que os alunos poderiam apresentar uma deficiência no aprendizado causado pela interrupção temporária dos estudos. Tal conceito pode ser confirmando durante a vivência contínua no dia-dia das aulas e na concordância dos alunos, que necessitaram interromper momentaneamente os estudos, ao justificar suas devidas respostas do questionário com acentuando a

difficuldade causada primeiramente pela falta de lembrança dos assuntos, e em seguida, a falta de ritmo de estudo.

6.2.2 - As Instituições de Ensino Superior

O ensino superior do Brasil é desenvolvido por diversas instituições, nessa concepção, foi resolvido unificar os dados coletados das duas pesquisas para compor uma tabela que represente com clareza a instituição responsável pela graduação e a frequência relativa dos alunos em seus respectivos centro de ensino.

Gráfico 18 – O percentual relativo dos alunos das turmas “A-EM” (2010.2) e “A-EM” (2001.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionado com a instituição em que concluiu o ensino superior - IBRAPES-UVA/2012



Fonte: Turmas: “A-EM” (2010.2), “A-EM” (2011.2) IBRAPES-UVA, 12 de fevereiro de 2012.

Com a união das informações coletadas no questionário, no item referente a instituição responsável pela graduação dos estudantes colaboradores neste trabalho, foi possível compor o gráfico 14. Na análise desse gráfico percebemos que 80%, ou seja, a maioria dos alunos realizou a graduação na Universidade Estadual Vale do Acaraú – UVA, vale lembrar que foi nessa instituição que ocorreu a coleta total dos indicadores desse trabalho, e também, o autor dessa análise é um componente do quadro de docente desse estabelecimento. Em seguida, temos uma participação de 11% dos nossos alunos que se graduou na Universidade Federal do Rio Grande do Norte, esse é o maior e o mais prestigiado centro de ensino superior do estado do Rio Grande do Norte - Brasil. Temos também que 5% dos componentes conquistaram a graduação na Universidade Estadual do Rio Grande do Norte - UERN, às demais valores estão representados de forma semelhante onde 2% desenvolveram suas atividades acadêmicas como aluno da Maurício de Nassau e na Faculdade e Ciências, Cultura e Extensão do Rio Grande do Norte – Facex. O autor desse trabalho também é professor atuante da Facex.

Ao fazermos uma analogia das cinco instituições de ensino superior da qual os nossos colaboradores foram estudantes, podemos apontar primeiramente que a Universidade Estadual Vale do Acaraú – Uva, apesar de ser uma instituição pública no estado do Ceará – Brasil, atua em regime privado no estado do Rio Grande do Norte em parceria com o IBRAPES. A Maurício de Nassau é uma faculdade privada atuante em vários estados brasileiros. A Faculdade e Ciências, Cultura e Extensão do Rio Grande do Norte – Facex é uma instituição privada na atuação unicamente no estado do Rio Grande do Norte. A Universidade Estadual do Rio Grande do Norte – UERN é mantida exclusivamente pelo governo estadual e a Universidade Federal do Rio Grande do Norte é de total responsabilidade administrativa do governo federal.

6.3 - A UNIFICAÇÃO DOS DADOS REFRENTES AOS CONTEÚDOS DE TRIGONOMETRIA ABORDADOS NA ESCOLA

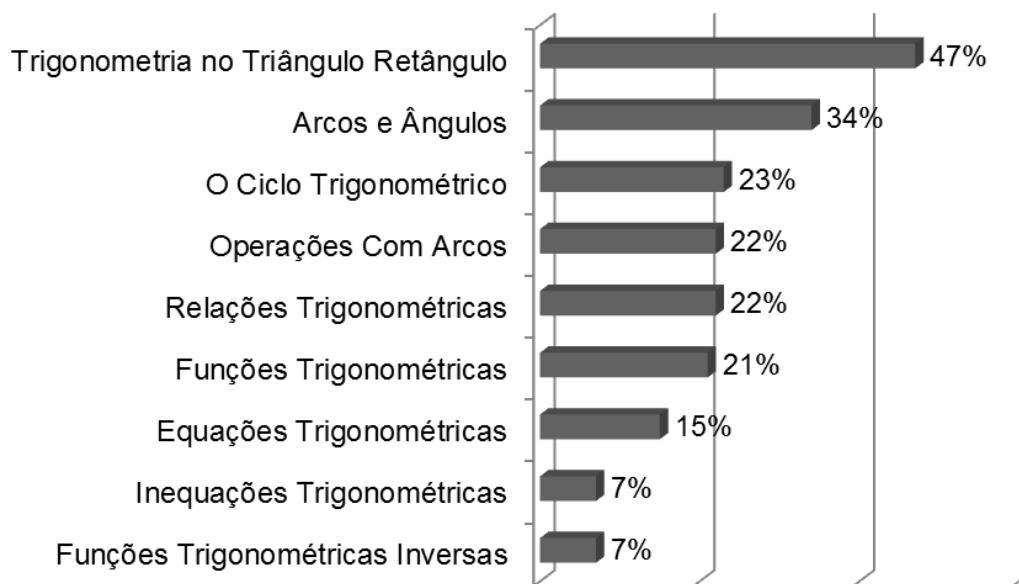
O procedimento utilizado para o desenvolvimento didático os conteúdos da Trigonometria, assume, algumas vezes, uma postura separatista que diferencia e exclui. Mesmo com pouca acessibilidade, os conteúdos trigonométricos podem desempenhar um papel decisivo na vida acadêmica do aluno que, por sua vez, pode ser classificado como apto ou inapto à participação no curso de determinadas disciplinas que dependem prioritariamente da trigonometria para o seu desenvolvimento, podemos citar como exemplo ensinamento dos assuntos da Física. Antes mesmo de falar da importância da trigonometria para o aprendizado da física é importante destacar que um aluno não será capaz de estudar Trigonometria se não conhecer os fundamentos da Álgebra, nem entenderá essa última se não souber as operações aritméticas.

A Trigonometria é uma disciplina importante para o entendimento dos conceitos básicos de algumas matérias, nesse sentido, não é fácil entender o baixo desempenho dos alunos com essa parte da Matemática.

A nossa investigação é direcionada primordialmente as assuntos da trigonometria aplicada nas escolas. Por meio de um questionário aplicado e posteriormente reaplicado em turma distinta da qual, ambas são constituídas por alunos da pós-graduação.

Ao unificarmos as informações pertinentes aos conteúdos da Trigonometria abordados na escola podem observar que, na primeira aplicação do questionário, pouco foram os estudantes que conseguiram chegar a totalidade dos assuntos dessa disciplina, na reaplicação do questionário, o quadro de resposta se apresenta semelhantemente a aplicação pioneira, e, por meio da união desses subsídios, desenvolvemos um gráfico de barras que, por sua vez, apresentou os resultado próximo as demonstração obtidas em ambas as aplicações dos dados coletados.

Gráfico 19 – O percentual relativo dos alunos das turmas “A-EM” (2010.2) e “A-EM” (2001.2) do curso da pós-graduação no Ensino da Matemática relacionando aos conteúdos da Trigonometria abordados na escola - IBRAPES-UVA/2012



Fonte: Turmas: “A-EM” (2010.2), “A-EM” (2011.2) IBRAPES-UVA, 12 de fevereiro de 2012.

Para o comprimento da obrigação escolar com o conteúdo da Trigonometria, o resultado ideal apresentado no gráfico 19, seria o percentual máximo de 100% em cada barra que corresponde aos respectivos assuntos dessa disciplina, no entanto, com base nos nossos dados, esse é um objetivo que se apresentou distante de ser alcançado. Mais da metade dos alunos não conseguiram abordar os conteúdos trigonométricos. Os que conseguiram iniciar esse assunto, não foram conduzidos ao comprimento total do programa. O percentual de 47% dos alunos entrevistados relatou em nossa pesquisa que estudaram os assuntos pertinentes a Trigonometria no Triângulo Retângulo, esse número segue de forma decrescente onde 34% indicam a abordagem de Arcos e Ângulos, 23% faz referências ao Ciclo Trigonométrico, 22% as Operações Com Arcos, e, seguindo uma constante, 22% as Relações Trigonométricas. No decorrer da representação, temos uma sucessão decrescente onde o referencial de 21% é correspondente as Funções Trigonométricas e 15% aponta a Equações

Trigonométricas e 7%, Inequações Trigonometrias, obedecendo a constante, chegamos ao percentual de 7% no assunto das Funções Trigonométricas Inversas. Em outras palavras, podemos afirmar que 53% dos alunos não conseguiram abordar os estudos da trigonometria na escola e, os que conseguiram iniciar essa matéria não chegaram a sua totalidade onde apenas 7% conseguiram ser conduzidos até a totalidade dos assuntos da trigonometria aplicada no Ensino Médio.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do exposto ora em questão, inferimos que o comprometimento do ensino das disciplinas do curso superior de Licenciatura Plena em Matemática que necessitam previamente dos conceitos da Trigonometria aplicado nas escolas brasileiras ocorria, em certo momento, de forma enigmática na concepção dos alunos. Ao investigarmos as causas desse enigma concluímos que os fatores estão além de uma abordagem pedagógica satisfatória utilizada durante o ensino médio das escolas do Brasil.

O período escolar dos nossos estudantes se deu basicamente entre os anos de 1965 e 2008. Durante essa trajetória uma série de mudanças ocorreu no programa curricular das escolas e esse fato possibilitou apenas o levantamento de algumas hipóteses do que poderia ter ocorrido no ensino dos conceitos trigonométricos. Nessa concepção, um possível fator que poderia se tornado um obstáculo para o ensino da Trigonometria foi, primeiramente, a ausência da distinção dos assuntos dessa disciplina nos livros didáticos, mas, com o passar do tempo, os conceitos da trigonometria passaram a ser contextualizados separadamente nos livros utilizados nas escolas brasileiras e a maior frequência escolar dos nossos estudantes se deu em uma época em que os livros já apresentavam a Matemática separando os conceitos da álgebra, geometria e trigonometria. Entretanto, não podemos atribuir a problemática referente ao ensino da trigonometria à transformação pedagógica ocorrida nas escolas brasileiras ao longo do supracitado período, sendo assim, esse informativo torna-se excepcionalmente um complemento para a nossa investigação.

Ao distinguirmos a rede de ensino responsável pela formação escolar dos acadêmicos contribuintes com o nosso trabalho, concluímos que a maioria dos nossos estudantes cursou o colegial na rede pública de ensino e foram vítima de uma diversidade de problema administrativo do qual podemos ressaltar as constantes greves. As paralizações das atividades escolares causadas pelas reivindicações dos educadores e a ineficiência no ensino certamente traz a vida do estudante cavidades que dificilmente serão repostas em sua na trajetória acadêmica, pois, é visível que, além das inúmeras dificuldades enfrentadas pelos

alunos nos ambientes escolares, eles ainda terão pela frente problemas com o aprendizado, por não terem visto o conteúdo didático completo, devido ao fato de que a reposição das aulas não é eficaz, e, além disso, o aluno se torna ainda mais descrente e desmotivado. Diante desses fatos, podemos constatar em nossa análise que poucos foram os estudantes que tiveram a oportunidade de estudar a trigonometria na escola, pois os conteúdos dessa matéria geralmente são posicionados no final dos livros de Matemática devido a sequência dos assuntos previamente requisitados.

A intensidade do período entre a conclusão do ensino médio e o ingresso no ensino superior também é um agravante para o ensino não só de assuntos que envolvem a trigonometria, mas para todos os demais contextos desenvolvidos em uma instituição de ensino. Em nossa pesquisa, pudemos comprovar que vários alunos não tiveram uma transição imediata entre a escola e o ensino superior. Esse episódio causou em alguns sujeitos, o esquecimento dos conceitos da trigonometria apesar de tê-los abordados apenas parte dessa disciplina durante o ensino médio.

Em relação ao ensino superior, podemos aprontar que a maior percentual dos nossos entrevistados cursou o ensino superior em uma instituição privada, nesse centro de ensino temos a obviedade de que é destinada somente àqueles que podem pagar. Não é nossa pretensão abordamos o tema que distingue as instituições de ensino superior da rede pública e privada em poucas palavras.

Uma resposta contundente para o nosso estudo foi constituída pela indicação de não abordaram os assuntos da trigonometria durante a escolaridade, e os estudantes que conseguiram abordar os assuntos de trigonometria não chegaram à metade do que realmente deveriam ter estudado durante o ensino médio. O prejuízo causado pela ausência dessas informações tornou-se algo difícil de ser reparado uma vez que a trigonometria deve ser desenvolvida de modo sistemático e sequencial, além de sintonizado com os demais conceitos da Matemática que assim, seja possível a obtenção de um aprendizado eficaz desses conceitos.

Ao concluirmos a nossa análise, podemos considerar, portanto, que o ensino da trigonometria aplicada na escola do Brasil se esbarra em algumas

problemáticas do qual podemos destacar o desinteresse dos estudantes causado pelo modo como a trigonometria é apresentada em sala de aula, a problemática administrativa da educação brasileira onde greve e a ausência de um planejamento adequado comprometeram o ensino dessa matéria e a carência de uma metodologia que possa aproximar os conceitos trigonométricos com a vida cotidiana do aluno para que assim, possamos sanar parte dos questionamentos que rotineiramente ouvimos dos estudantes, no que se diz respeito aos porquês matemáticos relacionados aos tópicos da trigonometria abordados em sala de aula.

É válido lembrar que a implicação da nossa análise demanda maiores estudos e é característica apenas de alguma conjectura de um universo histórico e social específico.

REFERÊNCIAS

BARRETO FILHO/ CLÁUDIO XAVIER BARRETO, **Matemática aula por aula:** volume único: ensino médio – São Paulo: FTD, 2000.

BRENO SAMPAIO; JULIANA GUIMARÃES; **Diferenças de eficiência entre ensino público e privado no Brasil**, Econ. Apl. vol.13 no.1 Ribeirão Preto Jan./Mar. 2009. Disponível em: www.scielo.br/scielo.php?pid=S1413-80502009000100003&script=sci_arttext, acessado em: 12 de janeiro de 2012 às 01:23h.

BRITO, A. de J.; MOREY, B. B. **Geometria e trigonometria: dificuldades dos professores de matemática do ensino fundamental**. In: John A. Fossa (org). Presenças Matemáticas. Natal: Edufrn, 2004. p. 9 – 33.

BRITO; NEVES; MIGUEL, **Fundamentos de Ensino-Aprendizagem das Ciências Naturais e da Matemática: O Novo Ensino Médio** / Isauro Beltrán Nuñez e Btenia Leite Ramalho (orgs.). – Porto Alegre: Sulina, 2004. 330p.

COSTA, N. M. L., **Funções seno e cosseno: uma seqüência de ensino a partir dos contextos do “mundo experimental” e do computador**. 250f. Dissertação (Mestrado em ensino da matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997.

D'AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. ed. São Paulo: Summus, 1986. 115p.

JOHN A. FOSSA (ORGANIZADOR) / MOREY, B. B. **Matemática e medida: três momentos históricos** – São Paulo: Editora Livraria da Física/SBHMate, 2009 Vários autores.

LAVORENTE, CAROLINE RIEGO. **A matemática moderna nos livros de osvaldo sangiorgi**. São Paulo, SP, 2008. 254p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP. São Paulo, 2008.

MACHADO, NILSON JOSÉ. **MATEMATICA E EDUCAÇÃO: ALEGORIAS, TECNOLOGIAS E TEMAS AFINS**, 5. ED. – São Paulo, Cortez, 2006 – (coleção questão da nossa época).

MAYOR, Frederico; FORTI, Augustos. **Ciência e poder**. Tradução de Roberto Leal Ferreira. Campinas, SP: Papirus, 1998.

MENDES, **A trigonometria e o seu ensino: alguns fragmentos dessa história** – Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGEdu/UFRN, 2001.

MENDES, **História da matemática em atividades didáticas**. Organizador Arlete de Jesus Brito....[et al.]. – Natal,RN: EDUFRN Editora da UFRN, 2005.

NIETZSCHE, Friedrich. **Escrito sobre história**. Tradução de Noel Correia de Melo Sobrinho. Rio de Janeiro; São Paulo: Loyola, 2005.

NOBRE, SÉRGIO. **Leitura crítica da história: reflexões sobre a história da matemática**, 2004. Disponível em: www.scielo.br/pdf/ciedu/v10n3/15.pdf. Acesso em: 28 mar. 2011 às 23:12h.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS PARA O ENSINO MÉDIO, 1998. Disponível em: www.portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf Acesso em: 18 dez. 2009 às 14:27h.

RENATA HONORATO, **Para brasileiros, educação é a chave para desenvolvimento Ibope/CNI: 6 entre cada 10 entrevistados acham que ensino ruim atrasará país**. Revista Veja, Disponível em: <http://veja.abril.com.br/noticia/educacao/para-brasileiros-educacao-e-a-chave-para-o-desenvolvimento-do-pais>. Acessado em: 20 de setembro de 2011 às 08:19h.

RONAN, COLIN A. **História Ilustrada da Ciência da Universidade de Cambridge**, volume 2: Oriente, Roma e Idade Média / Colin A Ronan; tradução, Jorge Enéas Fontes. Revisão técnica, Yelda Botelho Salles, - RJ: Jorge Zahar Ed, 2001.

SAMPAIO, HELENARA REGINA. **Uma abordagem histórico-filosófica na Educação Matemática: Contribuições ao processo de aprendizagem de trigonometria no Ensino Médio** – Londrina, 2008. 188f.:il.

ANEXOS

 		
DEPARTAMENTO DE ENSINO DE GRADUAÇÃO - DEG - RECONHECIDA PELA PORTARIA MEC nº 821 DE 31.05.94 - DOU 01.06.94		
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DA MATEMÁTICA - RESOLUÇÃO Nº 71 - C.E.P.E/2005		
Disciplina: O ENSINO DA TRIGONOMETRIA	TURMA:	POLO:
Aluno(a):		

01. Em que ano você concluiu o ensino colegial?

02. Em que rede de ensino você cursou o ensino colegial?

- ☐ Rede Pública
- ☐ Rede Privada
- ☐ Parte Pública e Parte privada.
- ☐ outros

03. Você viu o conteúdo da trigonometria durante o colegial?

- ☐ sim (completo)
- ☐ sim (parte)
- ☐ não

04. Caso tenha estudado os conteúdos da Trigonometria na escola, assinale os títulos abordados.

- ☐ A Trigonometria No Triângulo Retângulo
- ☐ Arcos e Ângulos
- ☐ O Ciclo Trigonométrico
- ☐ Operações Com Arcos
- ☐ Relações Trigonométricas
- ☐ Funções Trigonométricas
- ☐ Equações Trigonométricas
- ☐ Inequações Trigonométricas
- ☐ Funções Trigonométricas Inversas

05. Em que instituição de ensino você cursou a graduação?

06. Em que ano você concluiu a sua graduação?
