

LÍLIA SOFIA FERREIRA LOPES MARCELINO

**SENTIDO DE NÚMERO E DESEMPENHO EM MATEMÁTICA:
IDENTIFICAÇÃO E ACOMPANHAMENTO EM ALUNOS DO 1º
ANO E 2º ANO DE ESCOLARIDADE**

Orientador: Óscar Conceição de Sousa

**Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias
Instituto de Educação**

Lisboa

2015

LÍLIA SOFIA FERREIRA LOPES MARCELINO

**SENTIDO DE NÚMERO E DESEMPENHO EM MATEMÁTICA:
IDENTIFICAÇÃO E ACOMPANHAMENTO EM ALUNOS DO 1º e
2º ANO DE ESCOLARIDADE**

Tese apresentada para a obtenção de grau de
Doutor em Educação no Curso de Doutoramento em
Educação, conferido pela Universidade Lusófona de
Humanidades e Tecnologias, Instituto da Educação com o
Despacho Reitoral – 381/2015 de 03 de novembro.

Júri:

Presidente: Prof. Doutor António Teodoro

Universidade Lusófona de Humanidades e
Tecnologias

Arguentes: Prof.^a Doutora Joana Brocardo

ESE – Instituto Politécnico de Setúbal

Prof. Doutor Leandro Almeida

Universidade do Minho

Vogal: Prof. Doutor Edgar Galindo

Universidade de Évora

Prof. Doutor José Benardino Duarte

Universidade Lusófona de Humanidades e
Tecnologias

Orientador: Prof. Doutor Óscar Conceição de Sousa

Universidade Lusófona de Humanidades e
Tecnologias

Coorientador: Prof. Doutor António Lopes, Universidade
Nova de Lisboa

Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias

Instituto de Educação

Lisboa

2015

**Esta tese de doutoramento foi subsidiada pela Fundação para a
Ciência e Tecnologia
(FCT - *SFRH/BD/69366/2010*)**



RESUMO

O presente trabalho, que consta de três estudos, procurou dar um contributo teórico e prático na identificação precoce do sentido de número como um dos precursores do desenvolvimento das competências matemáticas necessárias para a aprendizagem inicial da matemática. O primeiro estudo é uma adaptação de uma bateria de sentido de número aplicada no início do ensino formal para a população portuguesa ($n = 2246$), tendo os dados sido tratados com estatística descritiva. O segundo estudo correlacional e inferencial ($n = 222$) procurou analisar a validade preditiva do sentido de número no desempenho em matemática no final do 1º ano de escolaridade. O terceiro estudo ($n = 30$) procurou identificar percursos de aprendizagem da matemática e os conteúdos matemáticos formais associados ao baixo, médio e alto sentido de número. Os resultados demonstraram que: a) a prova apresenta um alfa de Cronbach de .874, que se traduz por um bom valor de consistência interna entre os itens; b) o sentido de número apresenta um efeito preditor moderado no desempenho em matemática no final do 1º ano de escolaridade; c) as crianças com alto sentido de número mantêm um nível alto de desempenho em matemática ao longo dos dois primeiros anos de escolaridade; d) as crianças com baixo sentido de número apresentam dificuldades em torno do conhecimento do número e operações aritméticas simples. Estes resultados permitiram demonstrar a necessidade de identificar precocemente o sentido de número em crianças dos 5 aos 8 anos de modo a prevenir dificuldades futuras na matemática.

Palavras-chave: identificação precoce, sentido de número, desempenho em matemática

ABSTRACT

This work consists of three studies sought to provide theoretical and practical contribution to the early identification of number sense as one of the precursors of the development of mathematical skills required for the initial learning of mathematics. The first study is an adaptation of a battery of number sense applied at the beginning of formal education for the Portuguese population ($n = 2246$) and the data were treated with descriptive statistics. The second is a correlational and inferential study ($n = 222$) with the purpose of examining the predictive validity of number sense in mathematics performance at the end of first grade. A longitudinal third study ($n = 30$) sought to identify the growth trajectories in mathematical learning and to identify the formal mathematical content associated with low, medium and high number sense. The results showed that a) the battery of number sense presents a Cronbach's alpha of .87, which translates into a good internal consistency value between items; b) the number sense have a moderate predictor effect on mathematics performance at the end of first grade; c) children with high number sense maintain a high level of mathematics performance over the first two years of schooling; d) children with low number sense present difficulties surrounding the knowledge of number and simple arithmetic operations. These findings show the importance of number sense in early ages and subsequently the importance of number sense early identification in 5 up to 8 years old children in order to prevent mathematical difficulties in elementary school.

Keywords: early identification, number sense, mathematics achievement

Dedico este trabalho a algumas pessoas muito especiais:

ao Nuno, à minha Mãe

e aos meus Irmãos, Helena, Raquel, Ricardo e Ana.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a várias pessoas que me acompanharam ao longo de quatro anos de trabalho e às instituições escolares que possibilitaram de algum modo a sua concretização no terreno.

Em primeiro lugar, ao *Professor Doutor Óscar de Sousa*, com quem eu tive o privilégio de conhecer e trabalhar e a quem quero testemunhar a minha gratidão pela orientação científica desta tese e pela sua permanente disponibilidade e paciência sempre que eu necessitava de tirar dúvidas, levantar questões ou discuti-las. O seu profundo conhecimento em matemática, psicologia e educação foi de um inigualável valor na prossecução deste trabalho.

Manifesto, ainda, a minha profunda gratidão, aos meus coorientadores. Ao *Professor Doutor Vitor Cruz* devo a disponibilidade em partilhar os seus profundos conhecimentos no domínio das dificuldades de aprendizagem específicas. Ao *Professor Doutor António Lopes*, agradeço a disponibilidade em transmitir-me o seu imenso conhecimento sobre métodos de investigação e tratamento estatístico.

À minha universidade, em especial à direção do *Instituto da Educação*, que sempre me acolheu de braços abertos e despoletou em mim um sentimento de pertença. À *Fundação para a Ciência e a Tecnologia* agradeço o financiamento que me foi facultado através de uma bolsa de doutoramento que me permitiu adaptar e aferir em larga escala a BSN – Bateria Sentido de Número para a população portuguesa. Sem esse financiamento não seria possível ter formado uma equipa de 12 examinadores nas mais variadas regiões geográficas nacionais e aplicar a bateria a mais de 2000 crianças. Aproveito para agradecer

à respetiva equipa de psicólogos, professores e estudantes pela disponibilidade, rigor e dedicação na aplicação das provas.

Aos professores agradeço a receptividade, em particular, ao professor *Nuno Trabulo* e às professoras *Cláudia Calado*, *Cláudia Lopes*, *Dina Tavares*, *Ivone Pina*, *Anabela Passos* e *Neuza*. A minha profunda gratidão por terem prontamente aceitado o meu pedido em construir uma prova de avaliação sumativa em matemática e aplicá-la em todas as turmas do 1º ano do agrupamento. Sem esta colaboração não teria sido possível desenvolver o segundo e terceiro estudo. Às direções dos agrupamentos de escolas estou grata pelo interesse manifestado e autorização concebida para a concretização deste trabalho. Aos encarregados de educação os meus agradecimentos por me terem confiado as suas crianças. Às crianças que participaram nesta investigação, agradeço o seu entusiasmo e curiosidade pelas atividades da prova.

Quero testemunhar aos autores da prova, *Nancy C. Jordan*, *Joseph Glutting* e *Chaitanya Ramineni* da Universidade de Delaware o meu reconhecimento pela permissão em aferir a Bateria Sentido de Número.

Por fim, vários agradecimentos essenciais. Ao *Professor Doutor Edgar Galindo* pelas provas de confiança e amizade que me ajudaram a atingir este ponto na minha carreira académica. Desejo que esta tese possa constituir uma reconhecida homenagem. À minha querida amiga e colega *Joana Rodrigues Rato* por não me fazer sentir sozinha nesta área tão pouco conhecida em Portugal e a todos aqueles que não mencionei diretamente, mas que pontualmente me deram sugestões imprescindíveis e me apoiaram ao longo destes quatro anos de investigação, apresento a minha profunda gratidão.

ÍNDICE

Lista de Tabelas	iv
Lista de Figuras.....	vi
Introdução	1
1. Enquadramento teórico	8
1.1. O número na sociedade em que vivemos.....	9
1.2. Desempenho em matemática - estatísticas nacionais e internacionais	10
1.3. A nossa herança sociocultural no desenvolvimento numérico	12
1.4. As primeiras teorias da aprendizagem e do desenvolvimento numérico.....	15
1.5. O modelo de desenvolvimento numérico na criança pré-escolar	18
1.5.1. O sistema numérico primário ou pré-verbal	21
1.5.2. O sistema simbólico secundário ou verbal.....	30
1.6. Capacidade preditiva do sentido de número no desempenho em matemática	47
1.7. Objetivos gerais e específicos do estudo	50
2. Investigação prática	52
2.1. Estudo I.....	53
2.1.1. Objetivos	55
2.1.2. Participantes	55
2.1.3. Materiais.....	58
2.1.4. Procedimento	64
2.1.5. Análise dos dados.....	69

2.1.6. Resultados	70
2.1.7. Discussão	108
2.2. Estudo II.....	114
2.2.1. Objetivos	114
2.2.2. Participantes	115
2.2.3. Materiais.....	117
2.2.4. Procedimento	124
2.2.5. Análise dos dados.....	125
2.2.6. Resultados	125
2.2.7. Discussão	134
2.3. Estudo III	138
2.3.1. Objetivos	138
2.3.2. Participantes	139
2.3.3. Materiais.....	139
2.3.4. Procedimento	141
2.3.5. Análise dos dados.....	142
2.3.6. Resultados	142
2.3.7. Discussão	149
3. Discussão geral, limitações e implicações práticas.....	150
3.1. Resumo dos principais resultados encontrados	151
3.2. Implicações teóricas.....	153
3.3. Implicações práticas.....	154

3.4. Limitações e desafios futuros	156
3.5. Considerações finais	160
Referências bibliográficas	163
Apêndices e Anexos.....	181

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Competências numéricas primárias ou SN percetual.....	22
Tabela 2. Competências numéricas secundárias ou SN simbólico	31
Tabela 3. Caraterísticas individuais e sociodemográficas da amostra em estudo.....	56
Tabela 4. Tamanho da população (N) e da amostra (n) de alunos matriculados no 1º ano de escolaridade em 2010/2011 por unidade territorial de nível I e II	58
Tabela 5. Frequência de agrupamentos escolares por fase de aplicação	66
Tabela 6. Frequência de autorizações dos pais e provas aplicadas por fase de aplicação	68
Tabela 7. Resultados do teste (média, mediana, moda e desvio-padrão)	73
Tabela 8. Coeficientes de consistência interna (por idade e para a amostra total)	76
Tabela 9. Análise correlacional inter-item e por subtestes	78
Tabela 10. Análise de componentes principais seguida de rotação varimax com saturação a .40.....	84
Tabela 11. Análise de componentes principais seguida de rotação varimax com saturação a .30 e percentagem de variância total	86
Tabela 12. Análise dos itens de acordo com a Teoria Clássica dos Itens.....	91
Tabela 13. Intercorrelações entre os subtestes da BSN e a BSN total.....	95
Tabela 14. Médias e desvio padrão dos resultados obtidos na BSN por grupo etário	96
Tabela 15. Médias e desvios padrão dos resultados da BSN por grupo etário e sexo	97
Tabela 16. Médias e desvios padrão dos resultados da BSN por região geográfica.....	98

Tabela 17. Médias e desvios padrão dos resultados da BSN por idade e região geográfica (litoral vs interior)	99
Tabela 18. Médias e desvios padrão dos resultados da BSN por grupo etário e nível socioeconómico da mãe	101
Tabela 19. Médias e desvios padrão dos resultados da BSN por grupo etário e nível socioeconómico do pai.....	102
Tabela 20. Médias e desvios padrão dos resultados da BSN por grupo etário e nível de educação da mãe	103
Tabela 21. Médias e desvios padrão dos resultados da BSN por grupo etário e nível de educação do pai.....	104
Tabela 22. Estratégias de contagem por grupo de rendimento na BSN.....	107
Tabela 23. Características demográficas das amostras do estudo.....	116
Tabela 24. Características demográficas por grupo de rendimento na BSN	117
Tabela 25. Coeficientes de regressão e variância explicada	128
Tabela 26. Resultados médios na matemática por grupo de rendimento na BSN	129
Tabela 27. Resultados de significância dos resultados da ACM e subáreas nos três grupos de rendimento na BSN em função dos três momentos de avaliação	130
Tabela 28. Coeficientes de significância por grupos de rendimento na BSN nos diferentes momentos de avaliação na resolução de conteúdos matemáticos.....	132
Tabela 29. Desempenho médio na matemática por grupo de rendimento na BSN	133

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Curva de desempenho médio na BSN em função da idade cronológica.....	72
Figura 2. Distribuição amostral dos valores da BSN.....	74
Figura 3. Taxas de acertos por item.....	93
Figura 4. Gráficos de dispersão dos resultados da ACM e ASM em função dos resultados da BSN.....	126
Figura 5. Gráficos de dispersão dos resultados da ACM 1 em função da BSN no final do 1º ano de escolaridade.....	144
Figura 6. Gráficos de dispersão com os resultados da ASM em função da BSN no final do 1º ano de escolaridade.....	144
Figura 7. Gráficos de dispersão com os resultados da ACM 2 em função da BSN no final do 2º ano de escolaridade.....	146
Figura 8. Resultados por conteúdo matemático em crianças com baixo SN no final do 1º e do 2º ano de escolaridade.....	147
Figura 9. Resultados por conteúdo matemático em crianças com médio SN no final do 1º e do 2º ano de escolaridade.....	148
Figura 10. Resultados por conteúdo matemático em crianças com alto SN no final do 1º e do 2º ano de escolaridade.....	148

INTRODUÇÃO

Este estudo surgiu de uma necessidade prática. A intervenção educativa dos psicólogos nos problemas na aprendizagem inicial da leitura, escrita e matemática incide essencialmente na aplicação de provas de diagnóstico e programas de treino adaptados às necessidades de cada criança. Como psicóloga na área das dificuldades na aprendizagem específica da leitura, escrita e matemática, deparei-me com a inexistência de provas válidas de identificação e intervenção precoce nas competências matemáticas.

Se compararmos com a identificação e intervenção na leitura, verificamos um largo investimento de estudos científicos relacionados com problemas na literacia e as suas implicações práticas. No entanto, o mesmo não acontece com a numeracia (também denominada por literacia matemática). Por exemplo, Murphy, Mazzocco, Hanich e Early (2007), numa pesquisa de base de dados científicos, verificaram que durante o período de 1985-2006 foram publicados cinco vezes mais estudos científicos relacionados com a palavra-chave “dislexia” (dificuldade severa na aprendizagem específica da leitura), do que com o termo “discalculia”, (dificuldade severa na aprendizagem específica da matemática).

No caso da leitura, foram desenvolvidas medidas para ajudar as escolas e centros educativos a fornecer apoio e intervenção adicional ao nível das competências precoces da leitura, com particular atenção à consciência fonológica (segmentação e reconstrução fonémica e silábica, ou seja, a capacidade de isolar e reconstruir unidades fonémicas e silábicas da palavra ouvida), sendo atualmente considerada, entre outros fatores

cognitivos, a capacidade mais preditiva do desempenho futuro da leitura (Schatschneider, Fletcher, Francis, Carlson, e Foorman, 2004).

Só na última década, proliferaram estudos sobre as dificuldades na aprendizagem da matemática. Um leque de pesquisadores, na sua maioria psicólogos e neurocientistas interessados nas dificuldades na aprendizagem da matemática focam os seus estudos no sentido de número e as suas implicações no desempenho matemático (Dehaene, 2002; Greeno, 1991; Okamoto e Case, 1996; Gersten, Jordan, e Flojo, 2005).

Na qualidade de psicóloga tive o privilégio de ter acesso e trabalhar com um programa de intervenção precoce na construção do sentido de número em crianças com discalculia, o Método Kiel – Imagens Numéricas, no original *Kieler Zahlenbilder* (Rosenkranz, 1992) que muito agradeço ao meu mentor, Prof. Doutor Edgar Galindo da Universidade de Évora. Foi traduzido e aplicado pela primeira vez em Portugal em colaboração com um centro de aprendizagem (Marcelino e Stamate, 2009). Mas a aplicabilidade do método apresentou-se insuficiente pela ausência de um teste válido que identificasse os precursores das dificuldades na matemática e que posteriormente servisse de pré-teste e pós-teste para analisar (num projeto futuro) a eficácia do mesmo.

Esta situação levou-me a uma longa pesquisa sobre o sentido de número e o seu impacto nas dificuldades na matemática. Na altura, deparei-me com o artigo de Gersten et al. (2005) que compila resultados de vários estudos sobre a relação positiva entre o baixo sentido de número e as dificuldades na aprendizagem inicial da matemática. Numa pesquisa posterior, com a descoberta do teste *Number Sense Battery* de Jordan, Kaplan, Olah e Locuniak (2006). O *Number Sense Battery* é um instrumento que avalia o sentido de número (um conjunto de competências numéricas elementares à aprendizagem inicial

da matemática) em crianças do jardim-de-infância e início do ensino formal e segundo os autores tem como objetivo identificar precocemente crianças em risco de terem dificuldades futuras na matemática, podendo ser aplicado por psicólogos, professores e outros profissionais na área da educação (Jordan et al., 2006).

Após tomar conhecimento desse teste, decidi delinear um projeto de investigação para adaptar a bateria à população portuguesa e numa fase posterior analisar o impacto da mesma no desempenho em matemática ao longo dos dois primeiros anos de escolaridade. O trabalho que aqui se apresenta é fruto de toda a pesquisa e resultados encontrados nos últimos quatro anos.

Outro aspeto introdutório importante de salientar diz respeito à clarificação e definição das variáveis envolvidas neste estudo.

Relativamente à variável “sentido de número” (que passaremos a denominar de SN) começaremos por apresentar a aceção de Dehaene (2002), matemático e neurocientista. Foi um dos impulsionadores do conceito, definindo-o, em termos gerais, como uma capacidade universal de representação e manipulação de quantidades não-verbais. É uma definição lata que não caracteriza o suficiente a nossa variável independente, pois não se trata apenas de uma capacidade inata que faz parte da nossa herança biológica. Faz também parte da nossa herança cultural.

Alguns autores, na procura da sua etiologia, consideram-no como parte da nossa herança biológica ou de “baixa ordem”, conhecido também como “sentido de número percetual”, enquanto outros consideram-no como parte da nossa herança cultural ou de “alta ordem” (Berch, 2005), também conhecido como “sentido de número simbólico”. Como herança cultural, é um conjunto de competências adquiridas que se desenvolve

com a experiência e instrução sendo responsável pela aprendizagem inicial da matemática.

O presente trabalho seguirá a definição proposta por Berch (2005). Neste sentido, o SN envolve as seguintes competências numéricas: percepção e estimação de pequenas quantidades, contagem, comparação de magnitudes numéricas e desempenho de pequenas transformações numéricas aditivas e subtrativas (Berch, 2005).

Na apresentação do modelo de desenvolvimento numérico que sustenta teoricamente este trabalho iremos aprofundar esta questão complementando as duas perspectivas com a apresentação de dois sistemas numéricos – o sistema pré-verbal primário (ou SN perceptual) e o sistema verbal simbólico secundário (ou SN simbólico).

Relativamente ao conceito “dificuldades na matemática”, optámos por manter este termo embora fosse estritamente mais apropriado falar de “dificuldades na aritmética”, uma vez que a maior parte dos estudos sobre dificuldades na matemática em crianças dos 4 aos 6 anos estão relacionados com números e aritmética básica (Dowker, 2005). Deste modo, seria mais indicado usar “dificuldades na aritmética”, pois a variável “dificuldades na matemática” abrange muitos outros itens, tais como a geometria, medidas e álgebra (Dowker, 2005). No entanto, por uma questão de consensualidade científica, optámos por manter a terminologia “dificuldades na matemática” ou “dificuldades na aprendizagem da matemática”.

Os sujeitos com dificuldades na aprendizagem da matemática, em comparação com os seus pares que pertencem ao seu grupo etário e ano escolar, apresentam um baixo desempenho em tarefas particularmente relacionadas com a fluência de operações aritméticas (Geary, 2011). A fluência na resolução de operações aritméticas está

associada a competências numéricas, tais como: estratégias de contagem, compreensão e o domínio das propriedades básicas da matemática (relações entre as operações aritméticas) e está também relacionada com outras competências cognitivas tais como a recuperação automática e precisa de fatos numéricos provenientes da memória a longo prazo (Geary, 2011; Jordan, Kaplan, Ramineni, e Locuniak, 2008). Contudo, neste trabalho não iremos abordar outros fatores cognitivos (como a memória ou as relações espaciais) que podem influenciar o desempenho em matemática. O desempenho em matemática (que passaremos a designar de DM) será, deste modo, a nossa variável dependente.

Resta sublinhar que procurámos ter em atenção os três âmbitos de pesquisa que compilam os estudos no campo das dificuldades na matemática e da cognição matemática. O primeiro assenta na operacionalização do SN como uma medida válida de identificação e diagnóstico precoce nas dificuldades na matemática. O segundo está relacionado com a validade preditiva do SN no DM, nomeadamente, como fator crítico no desenvolvimento de competências inerentes ao sucesso da matemática. O terceiro procura identificar a natureza da matemática (e.g. conteúdos matemáticos que estão associados às dificuldades na matemática, nomeadamente, a fluência e domínio de operações numéricas (Gersten et al., 2005).

Estas áreas de estudo emergiram de trabalhos desenvolvidos por autores como Dehaene (2002) e Butterworth (1999) no campo das neurociências cognitivas, em particular, no campo da cognição matemática. Estes autores defendem que os humanos nascem com um domínio biológico específico para conhecer o mundo que os rodeia e são estas capacidades elementares que nos permitem aprender, com mais ou menos

espontaneidade, a categorizar coisas e eventos do ambiente que nos rodeia, a calcular com os dedos, a decidir rapidamente que o quatro é maior do que o três ou que o três fica entre o dois e o quatro ou mesmo que $12+15$ não pode ser igual a 96, quase sem muita introspeção (Dehaene, 2002).

Segundo Seron e Pesenti (2001) estes estudos no campo das neurociências cognitivas têm como ponto forte a primeira tentativa de enquadrar as capacidades elementares numéricas (ou SN) numa verdadeira perspetiva das neurociências cognitivas, preocupando-se em delinear a arquitetura do cérebro matemático na identificação das áreas cerebrais onde decorrem os mecanismos cognitivos na tentativa de entender a forma como o cérebro aprende a matemática.

Os estudos ligados a esta abordagem originaram o modelo de desenvolvimento do SN na criança pré-escolar que nos servirá como suporte teórico. O modelo aqui apresentado é uma compilação de vários trabalhos de investigação na área da cognição matemática e das neurociências cognitivas assentando na premissa que a maior parte das crianças inicia a escolaridade obrigatória com competências numéricas elementares que são necessárias para a aprendizagem formal da matemática sendo essas competências consideradas os alicerces para a aprendizagem do conhecimento matemático abstrato (Ginsburg, 1989).

O presente trabalho será dividido em três estudos. É objetivo do primeiro estudo a adaptação e aferição da *NSB - Number Sense Brief Screener* (Jordan, Glutting, e Ramineni, 2008) de uma população representativa de crianças ($n = 2246$) das regiões do Norte, Centro e Sul, bem como das regiões autónomas dos Açores e da Madeira que em 2011 e 2012 frequentavam o 1º ano de escolaridade. O tipo de pesquisa é quantitativo e

serão abordadas algumas das questões relacionadas com o processo de aferição no que se refere aos mecanismos de inferência estatística e a análise das características metrológicas dos resultados (sensibilidade, fidelidade e validade dos resultados).

No segundo estudo, quantitativo e correlacional, a validade preditiva da medida é analisada em confronto com o DM no final do 1º ano de escolaridade em 222 crianças de três agrupamentos de escolas do concelho de Lisboa.

No terceiro estudo, quantitativo e longitudinal, procurou-se identificar os conteúdos matemáticos formais que estão associados ao baixo SN e identificar os possíveis percursos de aprendizagem da matemática ao longo de dois anos letivos através da análise de 30 estudos de caso. No segundo e terceiro estudo, a amostra foi dividida em grupos de pesquisa com baixo, médio e alto SN de acordo com os valores normativos da BSN recolhidos do primeiro estudo e o DM avaliado em seis momentos, no final de cada trimestre escolar ao longo dos dois primeiros anos de escolaridade.

Resta sublinhar que esperamos com este estudo, contribuir, modestamente, para alargar a psicólogos, professores e outros profissionais um melhor conhecimento da cognição matemática nos primeiros anos escolares; para além disso, alertar para a situação em que se encontram as crianças portuguesas ao nível das competências numéricas elementares a partir da análise dos dados recolhidos da aferição; e não menos importante sensibilizar todos os agentes educativos para a necessidade de identificar e intervir precocemente nas dificuldades na aprendizagem inicial da matemática.

PARTE I

Enquadramento teórico

1.1. O número na sociedade em que vivemos

Se olharmos ao nosso redor, verificamos que o número faz parte do nosso dia-a-dia e poucos são os fenómenos quotidianos que resistem à quantificação. Se lermos um jornal ou ouvirmos o telejornal, podemos observar que todos os temas se baseiam em números: poupanças, dívidas, sondagens, taxas de juro, temperatura do ar, entre outros.

Os conhecimentos ligados aos números e operações numéricas são reconhecidos, pela literatura nacional e internacional, como fundamentais no conhecimento do mundo que nos rodeia e na resolução de problemas da vida quotidiana (e.g. Ponte, 2003; Parsons e Bynner, 2005). No entanto, evidências científicas sugerem que muitos adultos nas sociedades ditas desenvolvidas possuem competências matemáticas imaturas (Parsons e Bynner, 2005).

O relatório inglês do *Department for Business, Innovation and Skills* (2012)¹ revelou que 49% da população adulta obteve resultados padrão na numeracia funcional (entendida como a capacidade em lidar adequadamente com números, tabelas e gráficos no quotidiano) comparável a crianças de 11 anos de idade (enquanto 14.9% atingiu esses padrões na literacia). Além disso, 23.7% dos adultos atingiram resultados padrão típicos de crianças de 9 anos de idade (comparados com 7,1% na literacia).

Um outro relatório, intitulado “*Does numeracy matter more?*”, organizado por Parsons e Bynner (2005) em Inglaterra com cerca de 17 000 bebés acompanhados até à

¹ Esse relatório apresenta os resultados do questionário *Skills for Life 2011* que examina os níveis de desempenho em matemática, no inglês e nas tecnologias de informação e comunicação em jovens e adultos entre os 16 anos e os 65 anos em toda a Inglaterra. Disponível em: https://www.gov.uk/government/uploads/system/uploads/attachment_data/file/36000/12-p168-2011-skills-for-life-survey.pdf

idade adulta, demonstraram que a baixa numeracia tem um impacto negativo nas atividades da vida quotidiana. Os autores concluíram que, por exemplo, os indivíduos com baixa numeracia funcional têm maior propensão para o abandono escolar e uma dificuldade acrescida de inserção social.

Mais ainda, os sujeitos com baixa numeracia tendem ainda a optar por áreas profissionais menos qualificadas, com maior probabilidade de exercerem trabalhos precários. Mesmo em termos psicológicos, assinalam mais propensão para depressões e baixa autoestima. Estes resultados revelam que os custos dos fracos resultados na matemática são preocupantes para o indivíduo e para a sociedade quer seja nas atividades quotidianas, na criminalidade, na obtenção de cursos académicos ou no desenvolvimento de carreiras profissionais (Parsons e Bynner, 2005).

Embora em Portugal não haja estudos que apontem para as consequências sociais e educacionais da baixa numeracia funcional na nossa população, os resultados destes relatórios internacionais podem indiciar a necessidade de investir o mais precocemente possível na prevenção de futuras dificuldades na matemática como é defendido no Relatório Nacional de Educação sobre retenção e abandono escolar (2015).

1.2. Desempenho em matemática – estatísticas nacionais e internacionais

Se procurarmos entender em que situação se encontram os alunos portugueses em relação aos seus pares europeus ao nível do DM, podemos analisar alguns relatórios internacionais, nomeadamente, o *Programme for International Student Assessment* (PISA) e o *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS).

O relatório PISA (2009) evidenciou uma melhoria de 3.6 pontos percentuais no rendimento dos alunos na leitura e matemática, quando comparados com a média europeia do PISA (2006). No entanto, o rendimento na matemática continua a estar abaixo da média europeia.

O TIMSS (2008) reportou que Portugal foi dos países que mais evidenciou melhorias no DM no final do 4º ano de escolaridade, aparecendo em 9º lugar dos 52 países aderentes. Em termos de desempenho geral, aparece em 15º lugar e com um aumento de 3.4 pontos percentuais. Todavia, os alunos portugueses continuam a apresentar níveis baixos de competências matemáticas avançadas. Apenas 8% das crianças portuguesas atingiram um nível de maior complexidade na compreensão e explicação do raciocínio.

Segundo os relatórios do Instituto de Avaliação Educativa (IAVE), responsável pela elaboração e realização dos exames nacionais, o desempenho global dos alunos em 2012 em matemática, em relação a 2010 e 2011, entram em contradição com os resultados internacionais. Em 2010 (IAVE, 2010) no final do 4º ano de escolaridade do 1º CEB, 11,1% das crianças apresentaram um baixo DM e 23% no 2º CEB. Em 2011, a situação agravou-se: 20,9% dos alunos apresentaram um baixo DM e no final do 2º CEB, a percentagem aumentou para 36,4%. Mas comparativamente com 2012, estes resultados podem ser considerados relativamente animadores.

Em 2012, 44% dos alunos tiveram uma avaliação global de “Não Satisfaz”, mostrando maior dificuldade no cálculo mental em operações aritméticas como a multiplicação; em reconhecer em que condições o quociente é maior do que o dividendo na divisão; e em determinar as áreas e os perímetros. De acordo com o relatório, estes

resultados sustentam a necessidade não só de promover a realização de tarefas que envolvam uma prática compreensiva de conceitos e procedimentos matemáticos e o aprofundamento da compreensão das operações, como também o desenvolvimento da destreza do cálculo mental e das relações numéricas em contexto de sala de aula (IAVE, 2012).

Perante estes resultados, podemos deduzir que, independentemente da falibilidade destas estatísticas e dos fatores que influenciam o desempenho nacional em matemática, todos estes resultados indiciam e sustentam, entre outras, a necessidade de criar medidas válidas de identificação, diagnóstico e intervenção precoce em matéria das dificuldades na matemática em Portugal.

1.3. A nossa herança sociocultural no desenvolvimento numérico

O desenvolvimento e a aprendizagem do número surgiram por necessidades quotidianas que envolvem o meio ambiente e que levaram ao aparecimento da sequência numérica e das palavras-número socioculturalmente transmitidas ao longo do tempo. Em termos gerais, o conhecimento matemático originou-se no dia-a-dia do homem, da sua necessidade de contar objetos e animais, comercializar, marcar o tempo, entre outras atividades quotidianas. Desenvolveu-se a partir do contacto com a realidade física, tal como defendia Piaget (1952).

Segundo Imenes (1992), a primeira forma de contagem utilizada no quotidiano foi a correspondência um a um, associada à noção de agrupamento/conjunto. Consiste em cada objeto de um conjunto (e.g. ovelhas) estar associado e tão-somente associado a outro objeto de outro conjunto (e.g. pedras).

Imenes (1992) relata a história que exprime esta primeira forma de contagem. Um pastor, de manhã, antes de levar as suas ovelhas para o pasto, fazia um monte de pedras, cada uma associada a cada ovelha. Ao final do dia, no regresso, ele tirava uma pedra para cada ovelha que saía do pasto e assim podia verificar se o rebanho estava completo ou não.

Esta história pode explicitar a origem da palavra “cálculo” e a sua associação à contagem. O termo “cálculo” deriva da palavra latina *calculus* que significa “pedra” e era na antiguidade aplicado na contagem de pedras. Parece ter sido assim que o homem pode se iniciar na arte do cálculo (Imenes, 1992).

Esta primeira forma de contagem foi posteriormente desenvolvida para um dos princípios de contagem apontados por Gelman e Gallistel (1978): a correspondência termo a termo ou correspondência biunívoca que diz respeito à correspondência objeto - palavra número (termo) onde cada objeto corresponde a uma e tão-somente uma palavra-número na contagem.

Antes do aparecimento do número como algarismo associado a uma palavra-número, outros recursos ou sistemas de quantidades foram necessários para auxiliar o homem nas contagens. Encontram-se as marcas nas pedras e paredes, ossos, madeira, dedos das mãos, não sendo talvez por acaso que a associação dedo-número está presente na palavra “digital” que provém da palavra latina *digitus* que também significa algarismo/palavra-número (Imenes, 1992).

Ainda assim, estes recursos eram limitados. Movido pela necessidade de contar e agrupar grandes quantidades, cada povo criou o seu próprio sistema de representação de quantidades com recurso ao símbolo, entre outros, o sistema de numeração egípcio,

grego, romano, chinês, maia ou hindu-arábico (Imenes, 1992). Segundo Ifrah (1997), estes sistemas de grandes quantidades têm a sua origem nos ábacos, que constituem tabelas de contas ancestrais que ainda hoje estão em uso na China, Japão e noutros países orientais.

O hindu-arábico – sistema de base decimal - consiste numa representação decimal dos números em unidades, dezenas, centenas, milhares e originou-se na Índia tendo sido difundido pelos árabes e atualmente usado na maior parte do mundo (Ifrah, 1997).

Esta breve apresentação histórica da matemática pode ser explanada na obra de Gundlach (1992). Apresentamos apenas uma das suas citações “ (...) parece certo que, ao longo do caminho para níveis mais avançados da civilização, a enumeração precedeu a numeração, e a numeração, por sua vez, precedeu o número (p. 2).

Segundo Gundlach (1992), numa primeira fase, surge um simples processo de contagem que se baseia na correspondência um a um numa sequência em que o último objeto contado significa a totalidade de objetos (princípio da cardinalidade) que depois se desenvolve para a correspondência termo a termo. Gundlach (1992) designa este fenómeno como processo de enumeração.

Só depois surge a necessidade de recorrer a outros meios para facilitar a contagem e para contar grandes quantidades. O uso do símbolo-quantidade, representado por sistemas de representação de quantidades (e.g. sistema de numeração maia e egípcio) é adicionado e toma lugar à correspondência termo a termo, chegando assim à fase de numeração (Gundlach, 1992).

Tendo a natureza fornecido ao homem todos os modelos cardinais possíveis (as asas de um pássaro para simbolizar o par, as folhas de um trevo comum para o três, as

patas de um animal para o quatro, os dedos da mão para o cinco, etc.) para assim aceder progressivamente à numeração, foi possível aceder evolutivamente a um processo abstrato. Este processo numérico abstrato levou à combinação do número (como algarismo) com a sua palavra-número e a combinações numéricas abstratas (o cálculo verbal). Todo este processo desenvolveu-se por transmissão sociocultural (Ifrah, 1997).

Em resumo, a enumeração (correspondência termo a termo) enquadra-se no uso da palavra-número culturalmente transmitida. Perante a limitação da contagem pelos dedos e a necessidade de contar números maiores tornou imprescindível a criação de sistemas de numeração mais complexos, como o sistema de base 10 e a criação do número com a introdução da palavra-número e cardinais arábicos surgiu com a necessidade de substituir as marcas nas pedras e paredes, ossos, madeira e os dedos das mãos.

1.4. As primeiras teorias da aprendizagem e do desenvolvimento numérico

Por muitos anos, as teorias de aprendizagem e desenvolvimento cognitivo sustentaram que as crianças são desprovidas de conhecimento matemático antes da entrada na escolaridade obrigatória. Teóricos da aprendizagem (e.g. Bereiter e Engleman, 1966; Clapp, 1924; Knight e Behrens, 1928) acreditavam que o conhecimento matemático começa quando a criança está exposta à componente abstrata da aritmética, tais como, a escrita dos números (e.g. 1, 2, 3) e os símbolos aritméticos (e.g. +, -, =). Uma vez que a instrução formal aritmética normalmente começa no primeiro ciclo de ensino básico, a criança era e de alguma forma ainda é conotada como “tábua rasa” em termos matemáticos à entrada na escolaridade obrigatória.

Na mesma linha de pensamento, a teoria do desenvolvimento cognitivo de Piaget considerou que o conhecimento matemático não está presente até que a criança entre no período das operações concretas por volta dos 6-7 anos de idade (Piaget, 1952). Durante o pré-escolar, a criança “pré-operacional” está apenas a desenvolver conhecimentos ao nível das classes e das relações que serão usados como um bloco basilar de construção cognitiva que lhe permite construir as primeiras estruturas numéricas abstratas no início do período das operações concretas. Piaget acreditava que a aprendizagem da matemática se dava com o início do período de operações concretas, logo o ensino da matemática durante os anos pré-escolares seria contrário aos princípios teóricos piagetianos.

Durante vários anos, as teorias da aprendizagem e as teorias de Piaget tiveram o efeito de desviar a procura do conhecimento matemático precoce na primeira infância (Starkey e Klein, 2006). Isso começou a mudar quando alguns teóricos da aprendizagem (e.g. Starkey & Cooper, 1980; Strauss e Curtis, 1981) se mostraram insatisfeitos com a caracterização vigente da criança “pré-operacional”. Estes autores procuravam uma melhor compreensão da cognição matemática nas crianças pré-escolares. Começaram assim a ser desenvolvidas tarefas que permitisse atingir tal objetivo, nomeadamente, com a utilização do método do olhar preferencial (ver Sistema numérico preciso, p. 24).

Piaget discordou destes teóricos da aprendizagem realçando a primazia da aritmética formal no desenvolvimento matemático na criança. No entanto, o contributo deste psicólogo construtivista não foi esquecido. Piaget acreditava que, o conhecimento que antecede o conhecimento matemático formal estava focado na realidade física, ou seja, na manipulação da criança com os objetos. Estes podem ser adicionados, subtraídos, ou dispostos numa correspondência um a um com outros objetos. O conhecimento

matemático observado em atividades infantis com objetos concretos, ao invés da sua utilização com símbolos matemáticos, foi um grande avanço na compreensão de como o conhecimento matemático se origina e se desenvolve precocemente. Este método de observação piagetiano foi muito útil para estudos científicos futuros. Passou-se a desenvolver e a usar tarefas matemáticas que envolvessem a interação da criança pré-escolar com objetos concretos para uma melhor compreensão do desenvolvimento numérico na criança pré-escolar, nomeadamente, ao nível da passagem da representação concreta para a representação abstrata de conjuntos de objetos.

Outro avanço científico diz respeito à amostragem. Estas pesquisas foram conduzidas por uma geração de investigadores nos últimos 25 anos e tem revelado que o conhecimento matemático começa na infância (Geary, 1994; Haith e Benson, 1998; Wynn, 1992) e sofre um extenso desenvolvimento ao longo dos primeiros cinco/seis anos de vida (ver Ginsburg, Klein, e Starkey, 1998; Bisanz, Sherman, Rasmussen, & Ho, 2005). Este conhecimento matemático precoce envolve certas competências numéricas tais como o *subitizing*² (Starkey e Cooper, 1995), a contagem (Cordes e Gelman, 2005), a resolução de problemas aritméticos (Bisanz et al., 2005), o raciocínio espacial e conhecimento geométrico (Clements, Battista, Sarama e Swaminatha, 1997; Newcombe e Huttenlocher, 2000), até o conhecimento pré-algébrico (Klein e Starkey, 2004a). Estas

² *Subitizing* foi um termo proposto por Kaufman, Lord, Reese e Volkmann (1949) para poder descrever com clareza os resultados encontrados no seu estudo no que se refere à discontinuidade verificada na discriminação da quantidade entre números maiores e menores do que 6. Kaufman et al. (1949) denominaram de *subitizing*, a percepção e julgamento da quantidade em números menores do que 6. Tem na sua origem o termo latino *subitus* que significa *súbito* e no verbo do latim medieval *subitare* que significa *chegar rapidamente*. É um termo ainda hoje utilizado pelos teóricos na área da cognição matemática para definir a capacidade em determinar com precisão e subitamente a quantidade de pequenos conjuntos até 3 elementos, sem recorrer à contagem. Dado a sua origem latina, optámos por traduzir o termo para português, passando a ser referenciado neste trabalho como *subitização* ou *subitizar*.

competências numéricas elementares passaram por um desenvolvimento considerável durante os anos pré-escolares e fornecem uma base para a aquisição do conhecimento matemático formal no primeiro ciclo de ensino básico ao nível dos números e cálculo, geometria e álgebra (Geary, 1994; Ginsburg, 1989).

Estas descobertas científicas mudaram a visão sobre a criança pré-escolar. Passou a ser vista como um sujeito que adquire e utiliza naturalmente conhecimentos matemáticos desde os primeiros anos de vida, tal como é natural adquirir e utilizar a linguagem (Geary, 1994).

O quadro teórico que sustenta o presente trabalho assenta nos resultados de vários estudos sobre o desenvolvimento numérico na criança pré-escolar que passaremos de seguida a designar. Neste modelo estão presentes as competências numéricas inerentes à aprendizagem inicial da matemática.

1.5. O modelo de desenvolvimento numérico na criança pré-escolar

Os primeiros estudos sobre a forma como os seres humanos discriminam a quantidade foram efetuados nos anos quarenta (Taves, 1941; Saltzman e Gardner, 1948 citados por Kaufman, Lord, Reese, e Volkmann, 1949).

Para analisar como os indivíduos percecionam a numerosidade³, Taves (1941) apresentou a 133 participantes coleções de objetos projetados numa tela que variavam entre 1 a 180 pontos pretos. Os participantes eram instruídos a referir a numerosidade e a reportar o grau de confiança nas suas respostas numa escala de 6 pontos que variavam

³ Por numerosidade entende-se a propriedade de uma coleção de objetos que se pode discriminar quantitativamente sem recorrer à contagem.

entre 0 e 5. Este autor verificou que as respostas dos participantes até 6/7 pontos eram precisas, ou seja, identificavam corretamente o tamanho de cada coleção de pontos, e o grau de confiança nas suas respostas eram altas. A partir de 8, as respostas dos participantes eram cada vez mais imprecisas e o grau de confiança baixava drasticamente conforme aumentava o tamanho de pontos ($<$ que 8). Taves (1941), na explicação dos resultados encontrados, indicou dois mecanismos para a descontinuidade observada a partir de 8: 1) a discriminação da quantidade entre números pequenos onde existe uma adequada percepção da numerosidade; 2) a discriminação da quantidade de números maiores onde existe uma inadequada percepção da numerosidade - os erros eram imensos e o grau de confiança nas respostas dadas era praticamente nula.

Num outro estudo, Saltzman e Garner (1948) introduziram ao procedimento de Taves (1941), entre outras variáveis, a habituação (uma, três e dez repetições a cada 10 ensaios) e o tempo de reação às respostas dadas. Verificaram que a partir de 6, a repetição tinha pouco efeito e a taxa de sucesso nas respostas dadas a 100% só se verificava até 3. Verificaram também que o tempo de reação aumentava com o tamanho da amostra, ou seja, quanto maior a numerosidade, maior o tempo de reação e menor a precisão nas respostas dadas. Estes resultados eram semelhantes aos que Taves (1941) observou só que com uma única diferença; o espaço numérico era mais curto. Com menos de 3 pontos, Saltzman e Garner verificaram uma imediata e adequada percepção da numerosidade.

Kaufman et al. (1949) foram os primeiros autores a utilizarem o termo *subitização* (ver nota de rodapé, pág. 17) para explicar os resultados encontrados pelos estudos supracitados. Propuseram assim dois termos para distinguir os dois mecanismos

encontrados por Taves (1941). A *subitização* que explica o mecanismo de representar numerosidades inferiores a 6 com precisão e rapidez e a *estimação* que implica a ação de representar numerosidades quando estas têm subjacentes coleções de objetos maiores do que 6 sem ter presente a precisão e rapidez na resposta.

Estes estudos foram replicados até aos dias de hoje com amostras diferentes e serviram de base para perceber o desenvolvimento numérico na criança pré-escolar. Sabe-se hoje que a *subitização* é um sistema de representação precisa de pequenas quantidades não inferiores a 6 mas sim inferiores a 4 (tal como já tinha sido observado por Saltzman e Garner (1948); e é partilhada por adultos de diferentes culturas (Pica et al., 2004), por bebés humanos (Starkey & Cooper, 1980) e por outras espécies animais, como os chimpanzés (Rumbaugh, Savage-Rumbaugh, e Hegel, citado por Dehaene, 2002).

Relativamente aos bebés humanos, as teorias atuais do desenvolvimento numérico sugerem que os bebés têm uma capacidade natural de representar números a partir de dois sistemas numéricos não-verbais (*ver* Dehaene, Dehaene-Lambertz, e Cohen, 1998; Gallistel e Gelman, 2000; Feigenson, Dehaene, e Spelke, 2004). Um sistema para a representação precisa de pequenas quantidades até 3 objetos e um sistema análogo de representação de magnitudes aproximadas de conjuntos maiores (Dehaene, 2002; Feigenson et al., 2004) que diferem de um sistema numérico verbal simbólico apenas partilhado pelos humanos e dependente do ambiente onde estão inseridos.

O sistema numérico verbal ou secundário segue uma perspetiva sociocultural dependendo das diferenças culturais e da instrução formal da matemática. É constituído por quatro competências numéricas simbólicas (contagem, comparação numérica,

operações aritméticas, problemas verbais). Um sumário destes dois tipos de conhecimento numérico pode ser observado na Tabela 1 e 2 que resume o modelo teórico sustentado no presente estudo que foi adaptado a partir dos estudos de Geary (1995) 2000) e Jordan e Levine (2009).

1.5.1. O sistema numérico primário ou pré-verbal

As primeiras aceções neurocognitivas apontavam, não para dois, mas para um único sistema neuronal de representação quantitativa não-verbal (Dehaene, 2002). Em 1998, Revkin, no laboratório *Cognitive Neuroimaging Unit* do Professor Stanislas Dehaene no Collège de France em Paris, fez uma experiência que demonstrou que o sistema numérico pré-verbal é equipado de dois processos distintos rejeitando a hipótese inicial. A hipótese inicial era a seguinte: se a mente humana é equipada por um único sistema numérico neuronal, será igualmente fácil distinguir quantidades separadas num mesmo intervalo (iguais distâncias). Ou seja, distinguir 1, 2 ou 3 será tão fácil como distinguir 10 a 20 ou 20 a 40.

Os participantes do primeiro grupo experimental teriam de distinguir entre 1 a 8 pontos, o mais rapidamente possível, seguindo a instrução: “Quantos pontos são?”. No outro grupo, teriam de distinguir rapidamente quantidades, que apareciam de 10 a 10 até 80. Os resultados não confirmaram a hipótese inicial. O desempenho com conjuntos de itens de 10, 20 e 30 foram drasticamente piores do que 1, 2 ou 3 e não foram processados com mais precisão e rapidez que 40 ou 50. De toda a série de números apresentados aos participantes, apenas os números 1, 2 e 3 forneceram resultados diferentes dos restantes: com estes pequenos números, nós humanos, somos mais do que 200 milésimos de

segundos mais rápidos a nomear quantidades inferiores a 3 e quase sempre de uma forma precisa do que a nomear quantidades superiores a 3.

Estes resultados não levantaram dúvida que existem dois sistemas neuronais primários: um processo que representa pequenas quantidades – o sistema numérico preciso com 1, 2, e 3 elementos; e um outro processo neuronal que representa grandes quantidades (a partir de 3 elementos) – sistema numérico aproximado (SNA) (Revkin, Piazza, Izard, Cohen, e Dehaene, 2008).

Passaremos de seguida a apresentar cada um dos sistemas numéricos primários com mais pormenor (ver Tabela 1).

Tabela 1.

Competências numéricas primárias ou SN percetual

<i>Sistema numérico pré-verbal primário</i>
1. Sistema numérico preciso (Starkey & Cooper, 1980; Starkey, Spelke, e Gelman, 1990) a) <i>Subitização</i> - representação exata e imediata de pequenas quantidades (menores do que 4 elementos).
2. Sistema numérico aproximado (Feigenson e Carey, 2003; Feigenson et al., 2004) b) Estimação de pequenas quantidades - representação aproximada de pequenas quantidades (maiores do que 5 elementos). c) Comparação de quantidades por aproximação - discriminação aproximada de grandes quantidades (maiores do que 5 elementos).
3. Pré-Aritmética (Wynn, 1992) d) Sensibilidade ao aumento “ pôr um” (adição) ou à diminuição “tirar um” (subtração) de pequenos conjuntos (< 2 itens).

Nota. Adaptado de Geary (2000) e de Jordan e Levine (2009)

1.5.1.1 Sistema numérico preciso

O estudo de Starkey e Cooper (1980) apresenta um dos trabalhos de referência sobre esta competência quantitativa biológica - a *subitização*, com bebés humanos, a partir de um método que ainda hoje é extensivamente utilizado nas neurociências cognitivas e na psicologia do desenvolvimento cognitivo, conhecido como o “Paradigma do Olhar Preferencial”⁴.

Para testar se os bebés humanos conseguem detetar diferenças nas quantidades, Starkey e Cooper (1980) convenceram 72 mães a levarem os seus bebés para o seu laboratório na Universidade da Pensilvânia para uma nova experiência. Enquanto estavam sentados ao colo das mães, cada bebé, com idades entre as 16 e 30 semanas, observa diapositivos projetados num ecrã. Os diapositivos continham dois a três pontos pretos distribuídos numa linha horizontal. Os autores variaram os espaços entre os pontos para que, nem o comprimento da linha nem a densidade dos pontos pudessem ser usados para discriminar a quantidade.

Após inúmeras projeções, os autores repararam que o tempo médio de fixação era de 1.9 segundos para o diapositivo-dois pontos, e aumentava numa média de 2.5 segundos (aumento de 32%) para o diapositivo-três pontos. Este estudo foi posteriormente replicado por Strauss e Curtis (1981) na Universidade de Pittsburgh, com a repetição do mesmo formato, mas com fotografias coloridas de objetos comuns

⁴ No método “Paradigma do Olhar Preferencial” é observado os movimentos oculares dos bebés enquanto se apresenta dois ou mais estímulos (e.g. conjuntos de pontos). Avalia-se o tempo médio de fixação. Se um bebé olha mais para um estímulo do que outro, isso sugere que este discrimina os estímulos apresentados.

(bicicleta, vaso, candeeiro, entre outros) em vez de pontos. Os objetos variavam em tamanho e alinhamento, para que só o número fosse constante. Os bebés continuaram a detetar a diferença entre os diapositivos de dois e três objetos.

Posteriormente e em consequência desses, outros estudos experimentais foram conduzidos com resultados semelhantes. Por exemplo, em 1990, Starkey et al. verificaram que os bebés, já na 1ª semana de vida, são sensíveis à quantidade de 1 a 3, talvez 4 itens. Nesse estudo, foram apresentados aos bebés, conjuntos de estímulos (e.g. brinquedos) para saber se eles conseguiam discriminar quantidades a partir da duração do olhar para um conjunto em detrimento de outro. Verificou-se que os bebés olhavam mais tempo para o conjunto de 3 brinquedos do que para o de 1 ou 2 brinquedos.

Noutro estudo mais recente (Xu e Spelke, 2000) três figuras foram colocadas em frente a bebés de seis meses de idade. A primeira mostra uma figura com 2 pontos pretos, as outras mostram 1 e 3 pontos pretos em representação horizontal. Os bebés ouvem três sons de tambor e imediatamente olham para a figura com três pontos pretos. Estas evidências replicadas em vários estudos demonstram que os bebés estão atentos à constância dos objetos e conseguem detetar diferenças nas suas quantidades.

Estes estudos permitem deduzir que, embora os bebés não tenham um conceito de contagem sofisticado, têm uma conceção precisa da quantidade (Geary, 1995; Geary, 2000), que ainda hoje é consensualmente denominada de *subitização*.

A *subitização* apresenta um sistema neuronal distinto de um outro sistema que discrimina conjuntos de objetos maiores por aproximação (sistema numérico aproximado).

Esta premissa mantém-se cientificamente consensual até aos dias de hoje e corroborada por métodos variados desde técnicas comportamentais (e.g. método do olhar preferencial), passando por técnicas eletrofisiológicas até à imagem cerebral (e.g. Dehaene e Changeaux, 1993; Dehaene, 2002; Butterworth, 1999, Xu e Spelke, 2000; Xu, 2003). Como a *subitização* realmente funciona em termos neuronais é ainda hoje um mistério (Dehaene, 2002).

1.5.1.2. O sistema numérico aproximado (SNA)

O SNA envolve a representação aproximada de grandes quantidades (conjuntos maiores do que 3 ou 4 objetos) sem preservar nenhuma representação precisa da quantidade.

Para medir o SNA em adultos humanos, foram desenvolvidas tarefas de discriminação simultânea entre dois estímulos apresentados num paradigma de escolha forçada com duas únicas alternativas. Os sujeitos eram forçados a decidir entre dois estímulos visuais com diferentes numerosidades, e de entre estes, qual é que continha o maior número de pontos. Estas duas tarefas implicavam dois tipos de competências numéricas: a estimação de pequenas quantidades (“Quantos são no total?”) e a comparação de quantidades por aproximação (“Qual é o maior?”/“Qual é o menor?”).

Em bebés humanos e outras espécies animais, é comumente utilizado o paradigma do olhar preferencial onde se observa a direção do olhar. Verificou-se que a representação da criança até aos 3/4 anos em estimar quantidades e comparar quantidades sem recorrer à contagem é idêntica à observada no comportamento numérico animal (Dehaene et al., 1998).

Neste tipo de tarefa os desempenhos são tipicamente medidos pela lei de Weber – Fechner partindo do seguinte princípio: se a percepção da quantidade é representada por logaritmos, os números pequenos (que representam pequenas quantidades) estão a uma certa distância, mas os números seriam progressivamente comprimidos (a uma distância menor) à medida que a magnitude dos valores aumentasse (Moeller, Neuburger, Kaufmann, Landerl, e Nuerk, 2009).

Assim, o indivíduo teria um melhor desempenho numa discriminação entre os números 1 e 4 do que entre os números 5 e 6. Esta teoria da compressão da resposta encaixa bem na lei de Weber. Em geral, a lei de Weber diz-nos que se a magnitude do estímulo muda, também deve mudar a diferença entre os estímulos para que o desempenho na discriminação de magnitudes se mantenha ao mesmo nível. Deste modo, à medida que a magnitude do estímulo aumenta, a precisão da discriminação diminui para estímulos igualmente distanciados.

Os resultados de alguns estudos comprovaram a lei de Weber (Halberda, Mazzocco, e Feigenson, 2008; Piazza, 2010). Os participantes eram menos precisos em discriminar duas quantidades com pequenos rácios, ou seja, com distâncias menores (e.g. rácio 1.25 – 8 vs 10 pontos) do que duas quantidades com grandes rácios, ou seja, com distâncias maiores (e.g. rácio 2.0 – 8 vs 16 pontos). Quando a distância duplica, a precisão em discriminar quantidades aumenta. Quando a distância é menor do que um rácio de 2.0 (e.g. 8 vs 4; 16 vs 8), a precisão parece diminuir. A taxa de erro observada entre dois conjuntos numéricos depende de dois efeitos: o “efeito de distância” acompanhado pelo “efeito de magnitude” (Dehaene, 2002).

O efeito de distância ocorre quando dois números estão numericamente distantes (e.g. 1 vs 9). A imprecisão (tempo de reação na resposta mais longo e com mais erros) surge quando a distância é menor, ou seja, quando duas quantidades estão numericamente próximas (e.g. 49 vs 50; 8 vs 9). Este é acompanhado pelo efeito de magnitude, ou seja, para distâncias iguais, surge mais dificuldade em discriminar duas grandes quantidades, como 90 vs 100, do que pequenas quantidades, como 10 vs 20.

A precisão não aumenta somente com a distância, mas também com o desenvolvimento etário. Bebés de 6 meses conseguem discriminar com sucesso numerosidades de 16 vs 32 (rácio 2.0) mas não de 16 vs 24 (rácio 1.5). No entanto, bebés de 9 meses já conseguem discriminar sons sequenciais de 8 sons vs 12 sons. Isto mostra que o rácio passou de 2.0 para 1.5 entre os 6 e os 9 meses de idade (Lipton e Spelke, 2003). Bebés com 10 meses conseguem discriminar numerosidades de 8 vs 12 (rácio 1.5) mas não de 8 vs 10 (rácio 1.25) (Xu e Arriaga, 2007).

Em resumo, as propriedades que distinguem as pequenas quantidades exatas e as grandes quantidades aproximadas assentam no limite do tamanho. Para o sistema numérico preciso - até 4 itens para os adultos e 3 itens para as crianças e animais. Para o sistema numérico aproximado - o ratio da estimação do tamanho do conjunto tem um limite de 1.15 para os adultos e entre 1.5 e 2.0 para os bebés humanos (Xu, Spelke, e Goddard, 2005).

1.5.1.3. Pré-aritmética simples

Para tentar perceber o desenvolvimento numérico numa escala mais ampla, alguns autores procuram perceber se os bebés conseguiam ter alguma noção de aritmética precoce. Alguns estudos (Sharon e Wynn, 1998; Wynn, 1995; Starkey, 1992) sugerem que bebés com 6 meses já conseguem enumerar, ou contar, séries de 2 ou 3 objetos e aos 18 meses conseguem contar até 3 ou 4 objetos físicos.

Os resultados de Wynn (1992), que ainda hoje intrigam os investigadores de cognição matemática e da psicologia do desenvolvimento, demonstraram que aos 5 meses de idade os bebés são sensíveis à adição e subtração de pequenas quantidades ao observar que estes olhavam mais tempo para resultados incorretos em adições simples ($1 + 1 = 3$) e subtrações simples ($2 - 1 = 2$) do que para resultados corretos em adições ($1 + 1 = 2$) e subtrações ($2 - 1 = 1$). A autora inferiu que os bebés humanos, ao olharem durante mais tempo para resultados incorretos, esperavam uma redução na quantidade quando um item era removido de um conjunto de dois itens e um aumento da quantidade quando um item era adicionado ao outro item. Este estudo foi mais tarde replicado por Simon e colaboradores com resultados semelhantes (Simon, Hespos, e Rochat, 1995).

Outros autores, como Wakeley, Rivera e Langer (2000) também tentaram replicar o estudo de Wynn (1992) para investigarem a robustez das competências aritméticas dos bebés humanos, mas os seus resultados foram inconsistentes. Observaram uma variabilidade e imprecisão nas respostas e concluíram que as capacidades aritméticas em bebés humanos não são robustas. Segundo os autores, estes resultados levantam a hipótese que o adicionar e subtrair pequenas quantidades de objetos desenvolve-se

gradual e continuamente durante a infância, a partir de uma quantificação ordinal imprecisa para uma quantificação precisa.

Embora os mecanismos cognitivos e neuronais que suportam estas competências pré-aritméticas ainda não tenham sido totalmente compreendidos, para alguns autores parece haver algum tipo de sistema numérico pré-verbal nas competências aritméticas precoces (Gallistel e Gelman, 1992). No entanto, havendo resultados consistentes e inconsistentes na tentativa de replicar o estudo de Wynn (*ver os artigos de Wynn e Wakeley et al. em resposta aos resultados aos respetivos estudos*⁵), de acordo com Clements e Sarama (2009) ou Jordan e Levine (2009), não se pode inferir com resultados sólidos que os bebés têm uma capacidade inata para adicionar e subtrair pequenas quantidades.

Segundo Clements e Sarama (2009), é consensualmente aceite, por autores que estudam a cognição numérica, que as crianças com dois anos de idade, em tarefas com pequenas transformações numéricas como $2 + 1$ ou $2 - 1$, mostram sinais de ser capazes de reconhecer que a quantidade aumenta com a adição (+1) e diminui com a subtração (-1). Com três anos de idade, começam a desenvolver uma explícita compreensão da adição e subtração com pequenos números a partir da resolução de problemas aditivos e subtrativos simples não-verbais (Starkey e Gelman, 1992; Levine et al., 1992). Aos quatro anos, a maioria das crianças já consegue transformar conjuntos adicionando e subtraindo os seus elementos com alguma precisão (Huttenlocher, Jordan, e Levine,

⁵ - Wynn, K. (2000). Findings of addition and subtraction in infants are robust and consistent. Reply to Wakeley, Rivera and Langer. *Child Development*, 71 (6), 1535-1536.

- Wakeley, A., Rivera, S.M., e Langer, J. (2000). Not proved: Reply to Wynn. *Child Development*, 71(6), 1537-1539.

1994) e só a partir dos 5 anos é que a maioria das crianças consegue resolver problemas aditivos com quantidades maiores do que 4 sem o suporte de objetos concretos (Clements e Sarama, 2009).

1.5.2. O sistema numérico simbólico secundário ou verbal

Embora as teorias clássicas do desenvolvimento cognitivo clássicas sugiram que a criança pré-escolar desenvolve uma capacidade natural ou biológica de representar números de modo não-verbal (Mix, Huttenlocher, e Levine, 2002), o subsequente desenvolvimento do SN para a aquisição de aprendizagens superiores é de natureza simbólica e fortemente influenciado pelos *inputs* que a criança recebe do seu meio envolvente, além de requerer instrução e aprendizagem social (Geary, 2000).

O sistema simbólico secundário ou verbal implica, desde modo, uma organização cognitiva mais elaborada com o recurso a processos abstratos. Inclui competências verbais, relacionais e competências de cálculo (*ver* Tabela 2).

1.5.2.1. Competências de contagem

Em termos de desenvolvimento numérico na criança pré-escolar, os bebés e as crianças pré-escolares são capazes de reconhecer e discriminar com precisão pequenas quantidades de forma espontânea, sem qualquer instrução (Klahr e Wallace, 1976; Shaeffer, Eggleston, e Scott, 1974; citados por Clements, 1999). A subitização, estimação e discriminação da quantidade passaram, deste modo, a serem consideradas competências ainda mais “básicas” que a contagem verbal onde os limites dos seus mecanismos parecem só poder ser ultrapassados por mecanismos abstratos, como a contagem verbal

(Clements, 1999). Enquanto no caso da subitização dá-se uma resposta única (verbal ou não-verbal) rápida e precisa sem recorrer à contagem, no caso da contagem dá-se uma resposta verbal a cada objeto em particular, num dado conjunto de N objetos por correspondência termo a termo. A contagem é um processo abstrato e preciso, no entanto com um tempo de reação mais longo.

Tabela 2.

Competências numéricas secundárias ou SN simbólico

Sistema numérico simbólico/verbal secundário

1. Competências de contagem
 - a) Contagem verbal e Princípios de contagem - representação de quantidades maiores do que 4/5 elementos. É necessário contar recorrendo a palavras-número ou numerais arábicos por correspondência termo a termo. Implica a recitação oral até 10 e a compreensão dos princípios de contagem (“como contar”).
2. Competências relacionais
 - b) Comparação numérica
 - c) Linha mental numérica - discriminação da quantidade em linha numérica
3. Competências de cálculo
 - d) Cálculo não-verbal e cálculo verbal na resolução de problemas aritméticos (transformação aditiva ou subtrativa de pequenos conjuntos com/sem referência a objetos e com/sem a presença de estímulos verbais)
 - e) Estratégias de cálculo. Procedimentos de contagem (e.g. procedimento-soma) e procedimentos de não-contagem (e.g. memorização de factos numéricos)

Nota. Adaptado de Geary (2000) e de Jordan e Levine (2009)

Contagem verbal. Especificamente, a contagem ocorre quando, para discriminar a quantidade de um determinado grupo de N objetos, a criança tem de emparelhar ou corresponder cada objeto com uma palavra-número (de uma série de numerais), começando pela primeira palavra-número da série. A utilização de palavras-número e respetivos algarismos varia consoante o meio onde a criança está inserida.

O recurso a palavras-números é um conhecimento simbólico precedendo assim o conhecimento primário ou pré-verbal (Geary, 1995). A passagem para o conhecimento simbólico permite chegar ao domínio do número abstrato e das estratégias aritméticas que completam o desenvolvimento do SN na criança pré-escolar (Levine, Jordan, e Huttenlocher, 1992; Huttenlocher et al., 1994; Geary, 1995) permitindo, deste modo, a aprendizagem de estratégias de contagem e resolução de problemas matemáticos cada vez mais complexos.

Outros estudos sugerem que a criança concilia os dois tipos de conhecimento (pré-verbal e simbólico) quando esta aprende a utilizar a palavra-número (Mix et al., 2002; Feigenson et al., 2004; Wynn, 1990; Wynn, 1992) sendo, deste modo, o ponto de partida para o domínio da matemática. Os autores supracitados sugerem ainda que a apreensão do *princípio da cardinalidade* (o conhecimento de que o último número dito representa o tamanho de um dado conjunto de objetos) acontece quando, para definir o tamanho do conjunto, esta começa a utilizar a sequência numérica para determinar essa mesma cardinalidade (e.g. “um, dois, três, quatro. Tem quatro.”) usando o mesmo mecanismo para conjuntos maiores do que três elementos (e.g. Le Corre e Carey, 2007).

Para manter a precisão e o tempo de reação mais curto é necessário recorrer a estratégias de contagem mais eficientes que não a contagem um a um. Por exemplo, a

contagem verbal 2 em 2 (ou 3 em 3) é uma forma interessante de *subitização* e contagem verbal. A cada subgrupo de n objetos, dá-se uma única e precisa resposta verbal até que o grupo de N objetos fique saturado (Clements, 1999).

O recurso a padrões numéricos (ou subgrupos de um dado grupo de N objetos) é uma estratégia de contagem também ela mais elaborada do que a contagem um a um. Quando é apresentada uma peça de dominó com 4 pontos de cada lado e a criança responde “8”, esta passa a reconhecer o número do dominó como um padrão numérico composto por partes (ou subgrupos) e por um todo. Cada parte é constituída por “um quatro” e o todo por “um oito” (Clements, 1999).

Exemplificando, no estudo de Ginsberg (1977, citado em Clements, 1999) foi pedido a uma criança do 1º ano de escolaridade para definir o tamanho de uma figura de 3 x 3 pontos, ao qual ela imediatamente responde “Nove.”. Ao perguntar-lhe como chegou à resposta, esta responde da seguinte forma: “Quando eu tinha quatro anos, eu andava no jardim-de-infância. Tudo o que eu tinha de fazer era contar. Então, eu fazia assim: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9... e assim eu já sabia e fiz isto até ter cinco anos. E depois eu continuei a saber que era o 9 mas assim [dividindo a figura em 3 + 3 + 3].” Ou seja, a criança passa a ter a capacidade de ver e discriminar quantidades a partir de partições numéricas organizadas espacialmente (Steffe e Cobb, 1988, citado em Clements, 1999).

A contagem não implica apenas o recurso de padrões numéricos espaciais para identificar com eficiência o tamanho do conjunto de N objetos. A contagem verbal pode abranger padrões temporais e cinestésicos, incluindo o uso de padrões rítmicos e auditivo-espaciais. Por exemplo, quando na resolução de uma operação $9 + 3$, a criança verbaliza: “Eu sei que há mais três. 9...10, 11, 12”. Neste caso, a criança está a utilizar

padrões temporais, ao fazer uma pausa no “nove” e depois tocando ritmicamente em cada dedo, associando assim cada gesto a cada compasso e a cada palavra-número. O uso de padrões digitais é o mais utilizado pela criança para calcular e resolver problemas de adição ou subtração (Clements, 1999). Falaremos mais adiante do uso dos dedos como uma estratégia de contagem na resolução de problemas aritméticos.

Resta salientar que as dificuldades na aprendizagem da matemática podem surgir quando a criança não consegue utilizar estratégias de contagem mais elaboradas e apresenta dificuldades na aprendizagem de processos aritméticos, pois estas ações implicam uma crescente construção de processos de contagem e de cálculo mais sofisticados com números maiores (Baroody, 1987; Clements, 1999; Baroody, Lai e Mix, 2006).

A contagem verbal é um componente crítico na aprendizagem da matemática, sendo um dos mais importantes alicerces matemáticos para a compreensão e domínio aritmético de números maiores. A criança pré-escolar possui, desde logo, uma sensibilidade à quantidade e irá utilizar a contagem para chegar ao domínio do SN simbólico (Gallistel e Gelman, 1991; Gelman e Gallistel, 1978; Starkey et al., 1990; Dehaene, 2002). As crianças aprendem a recitar a sequência numérica ou a utilizar as palavras-número logo depois de aprenderem a falar (Fuson, 1988) mas ainda não o fazem com “sentido”.

Princípios de Contagem

O estudo de Gelman e Gallistel (1978) é uma referência teórica no estudo das competências da contagem com “sentido”. Estes autores consideram o conhecimento da

sequência numérica e o recurso a estratégias de contagem mais elaboradas como o ponto de partida para resolver problemas aritméticos utilizando estratégias de contagem mais sofisticadas e modeladas aos conteúdos dos problemas verbais.

Portanto, tal como a recitação oral, a aprendizagem da contagem com “sentido” é um instrumento socioculturalmente construído (Gelman e Gallistel, 1978). Contar objetos implica o domínio de determinadas capacidades que se vão desenvolvendo, através da experimentação e observação, sempre com o apoio do outro (criança ou adulto).

Recorrendo a Vygostky (1978), podemos referir que o sujeito aprende a partir de novos elementos/conceitos que são introduzidos socioculturalmente na conhecida “zona de desenvolvimento proximal”.

Nesta perspetiva, o número é visto “como um conceito que se desenvolve no tempo como resultado direto de experiências de contagem” (Castro e Rodrigues, 2008, p. 122). Esta posição vygostkiana já tinha sido defendida por Fuson (1988) e abordada por Fosnot e Dolk (2001). Estes autores defendem que a construção de significados cada vez mais complexos do número depende do uso do mesmo em diferentes contextos, levando por fim à sua maturação.

A contagem com “sentido” é referenciada por Gelman e Gallistel (1978) como *Princípios de Contagem*. A compreensão destes princípios por parte da criança torna possível o desenvolvimento de estratégias de contagem cada vez mais eficientes. Os três primeiros estão associados ao “como se conta” e os dois últimos “ao que se conta” (Cruz, 2009):

a) *Princípio da ordem estável*. A capacidade da criança em compreender que a sequência numérica está organizada de acordo com uma ordem consistente e que cada palavra-número ocupa um lugar bem definido, que não pode ser alterada.

b) *Princípio da correspondência termo a termo*. Cada item só pode ser contado uma única vez com uma única correspondência um a um entre o objeto (ex. estrela) e a palavra-número;

c) *Princípio da cardinalidade*. A capacidade da criança em identificar o último termo da contagem como o número total de objetos de um determinado conjunto;

d) *Princípio da irrelevância da ordem*. A capacidade de perceber que a contagem não depende da ordem pela qual os objetos são contados e é irrelevante para a cardinalidade de um conjunto;

e) *Princípio da abstração*. A capacidade de compreender que, independentemente dos seus arranjos espaciais e dos seus elementos constituintes, a quantidade mantém-se.

Deste modo, a criança gradualmente internaliza que pode contar qualquer conjunto (e.g. homogéneo ou heterogéneo, concreto ou abstrato) em qualquer ordem (e.g. da esquerda para a direita ou da direita para a esquerda) sabendo que, independentemente dos seus arranjos espaciais e dos seus elementos constituintes, a totalidade mantém-se (Gelman e Gallistel, 1978).

Podemos remeter os princípios de contagem propostos por Gelman e Gallistel (1978) aos trabalhos de Piaget (1952). Segundo Piaget (1952), existem duas estruturas mentais necessárias para a criança construir o número - a ordem/seriação e a inclusão hierárquica. A criança só consegue quantificar o conjunto de objetos numericamente (ou seja, recorrer à contagem verbal com sentido) se conseguir colocar todos os objetos numa

única relação que abranja a ordenação e o incluir hierarquicamente um em dois, em três e assim sucessivamente.

O desenvolvimento da ordenação refere-se à capacidade da criança em encontrar uma forma de distribuir os objetos de tal forma que um fique em primeiro, outro em segundo e assim por diante. A inclusão hierárquica refere-se à capacidade da criança em perceber mentalmente que o número 1 está incluído no 2, o 2 incluído no 3 e assim por diante (Piaget, 1952).

Segundo Kamii (2011), no ensino pré-escolar que corresponde ao período pré-numérico ou pré-operatório em Piaget, observa-se, nas crianças por volta dos quatro anos, a tendência que elas têm de contar objetos saltando alguns ou contarem duplamente outros. Esta tendência mostra que esta não sente a necessidade lógica de colocar os objetos numa determinada ordem, de uma forma organizada. Contudo, quando a criança passa a ordená-los mentalmente e de uma forma organizada, esta está a basear-se no que Piaget denomina de conhecimento lógico-matemático, mas que ainda não é suficiente para a construção do número.

Kamii (2011) relata na sua obra um episódio com uma criança de 4 anos: “Depois de contar 8 objetos arranjados numa relação ordenada (em linha, da esquerda para a direita), a criança geralmente diz que há oito. Se lhe pedirmos para nos mostrar o 8, às vezes ela aponta para o último (oitavo objeto). A criança vê estes elementos de forma individual de uma série, como João, Maria,...Pedro. Portanto, quando lhe perguntamos quantos são, a criança responde “Pedro”. O nome Pedro serve apenas como o último da série e não para o grupo todo. Para quantificar os objetos num grupo, a criança tem que colocá-los numa relação de inclusão hierárquica. Esta relação significa que a criança

inclui mentalmente um em dois, dois em três, três em quatro, etc.” (Kamii, 2011, p. 23). Deste modo, só através da ordem e da inclusão hierárquica a criança percebe a cardinalidade, ou seja, o último termo da contagem como o número total de objetos de um conjunto (Kamii, 2011).

Em resumo, na construção do número, a criança começa por recitar a sequência numérica mecanicamente (de um modo semelhante quando recitam o alfabeto) e depois extrai os princípios de contagem a partir de experiências quotidianas com os números (Briars e Siegler, 1984) através do desenvolvimento da relação de ordem e da inclusão hierárquica (Kamii, 2011).

Resta salientar que as competências de contagem verbal e os princípios de contagem são interdependentes (Baroody, 1992). No jardim-de-infância e no 1º ano de escolaridade, a criança começa a adquirir competências de contagem mais elaboradas. Aprende a contar inversamente, a contar de 2 em 2, a enumerar conjuntos maiores de 10, a contar as dezenas, e a combinar as dezenas com as unidades. Estas aprendizagens são o ponto de partida para aprendizagens superiores como estabelecer relações numéricas (Gelman e Gallistel, 1978; Fuson, 1988; Fosnot e Dolk, 2001), calcular e dominar o sistema de numeração decimal (Jordan e Levine, 2009).

1.5.2.2. Competências relacionais

Para além de recitar a sequência numérica no espaço de 1-10 (contagem verbal) e dominar os princípios que regem a contagem verbal (princípios de contagem), a criança, para aprender a matemática, necessita também do domínio do conhecimento do número, ou seja, necessita de discriminar e relacionar quantidades utilizando processos

matemáticos simbólicos como a utilização de numerais e cardinais numéricos. Por exemplo, saber que oito (8) é maior ($>$) do que cinco (5); e o seis (6) é menor ($<$) do que o nove (9) ou que o 5 está mais próximo do 6 do que do 7 (Case e Griffin, 1990).

Comparações numéricas. Em termos de desenvolvimento cognitivo, a criança aos quatro anos já consegue discriminar quantidades (Case e Griffin, 1990). Por exemplo, é capaz de dizer qual dos pacotes têm mais ou menos bolachas. Como já foi referido anteriormente (*ver sistema numérico aproximado*), a criança nesta idade e em idades inferiores utiliza um mecanismo para representar quantidades aproximadas, mas não precisas. Por outras palavras, apoia-se mais no sistema de magnitudes aproximadas para fazer julgamentos de pequenas quantidades maiores do que 3 (Xu e Spelke, 2000).

Com seis anos de idade, a criança integra esquemas de contagem que lhe permite desenvolver uma linha mental numérica (Siegler e Booth, 2004). É esta linha mental que lhe vai permitir raciocinar melhor sobre as suas “palavras quantitativas” (Griffin, 2002; Griffin, 2007) passando a compreender que os números na sequência numérica vão tornando-se maiores e inclusivos dos números precedentes e começa assim a dominar a identificação dos números sucessores e antecessores (Le Corre e Carey, 2007; Sarnecka e Carey, 2008). Para além disso, começa também a perceber que os números por si mesmos, nessa sequência numérica, têm magnitudes distintas (e.g. 5 é maior do que o 4 e menor do que o 6).

A criança utiliza a comparação numérica num vasto leque de contextos. Compreende assim que na relação entre os números, estes crescem linearmente, cada um deles tem um valor posicional fixo em relação aos restantes e com eles (na manipulação de relações numéricas) podem-se efetuar cálculos mentais (Jordan e Levine, 2009).

Linha mental numérica. Siegler e colaboradores (Siegler e Opfer, 2003; Booth e Siegler, 2006) desenvolveram uma tarefa de estimação de números para avaliar a comparação de magnitudes em linha numérica. Trata-se uma tarefa computadorizada de conhecimentos de magnitudes numéricas a partir da estimação de números em linha numérica (e.g. entre 1 e 100 onde deveria estar o 44). Na parte superior do ecrã está um número entre 1 e 99 (e.g. 44) e no meio do ecrã está uma linha horizontal de 25 cm com o 0 (zero) à esquerda e com o 100 (cem) à direita. As crianças eram induzidas a marcar a localização, ou seja, o valor posicional de um dado número na linha numérica (e.g. “Onde deve estar o número 44?”).

A representação linear de magnitudes está associada às competências matemáticas necessárias para a aprendizagem da matemática. Ensinar a criança a manipular os números numa linha ou reta numérica geralmente aumenta o seu DM (Booth e Siegler, 2008).

1.5.2.3. Competências de cálculo

Outro dos alicerces para a aprendizagem da matemática diz respeito à capacidade da criança para resolver problemas aritméticos simples através da transformação de numerosidades por adição ou subtração.

Matematicamente, estas transformações aditivas (adição) e subtrativas (subtração) simples poderiam ser definidas em termos de contagem, dado que existe uma conexão direta entre a aritmética (a ciência que estuda os números e as quatro operações possíveis entre eles) e a contagem (Geary, Bow-Thomas, Liu, e Siegler, 1996). Uma vez que

fazemos referência ao desenvolvimento numérico na criança pré-escolar, iremos apenas apresentar as duas operações aritméticas mais básicas: a adição e a subtração.

A adição é uma operação aritmética sucessora que deriva da contagem de + 1 a um dado número. Por exemplo, a soma de $3 + 2$ é um número total que resulta de contar 5 números a partir de 3. Em geral, para qualquer número a e b , a soma $a + b$ é o número que resulta de contar b números a partir de a . Outro aspeto da adição é que a própria construção do número inclui a adição (Kamii, 2011). A adição é uma seriação em que se adiciona sempre “mais” uma unidade.

No caso da subtração, esta é definida matematicamente como a operação aritmética inversa à adição que implica transformações numéricas decrescentes. Por exemplo $3 - 2$, a diferença é o número que adicionado a 2, resulta num 3. É um processo inverso, em que se retira uma parte ao todo, fazendo aparecer uma terceira noção: o que resta. Em vez de se juntarem duas partes para se obter um todo (adição), há um todo a que se tira uma parte, pretendendo-se saber a outra parte que resta. Remetendo para a contagem, neste caso, decrescente (em que se tira - 1's a um dado número), na diferença $3 - 2$, 1 é o número que resulta da contagem de 2 números para trás a partir do 3. Perguntar o que é $3 - 2$ significa perguntar qual o número que adicionado a 2 dá 3 (adição inversa). Deste modo, a adição e a subtração podem ser entendidas em termos de contagem que por si só, inclui as noções de quantidade, ordenação e inclusão hierárquica.

Cálculo não-verbal, problemas verbais e operações numéricas

As transformações numéricas aditivas e subtrativas presentes na resolução de problemas simples apresentam-se de três formas diferentes que crescem por nível de

dificuldade: cálculo não-verbal, problemas verbais e operações numéricas (Jordan e Levine, 2009).

No estudo de Jordan e Levine (2009) verificou-se que para a criança pré-escolar é mais fácil resolver um problema se este for apresentado sem estímulo verbal e com a presença de objetos concretos (cálculo não-verbal) do que um problema apresentado com estímulo verbal e com referência a objetos (problema verbal). Se este for apresentado com estímulo verbal sem qualquer referência a objetos (e.g. operação numérica: . Quanto é $3 + 2$?) aumenta o grau de dificuldade na sua resolução. Deste modo, Jordan, Levine e Huttenlocher (1994) descobriram que antes da instrução formal, a criança pré-escolar resolve problemas verbais simples aditivos e subtrativos (com referência a objetos) mais facilmente do que simples operações numéricas (sem referência a objetos).

Porém, ao longo dos primeiros quatro anos de escolaridade, a situação reverte-se. A complexidade linguística crescente nos enunciados verbais faz com que os problemas em formato verbal com referência a objetos passem a ser mais difíceis de resolver do que simples operações numéricas como calcular somas e diferenças.

Parece assim que a capacidade para desempenhar cálculos não-verbais é desenvolvida mais cedo que a capacidade para desempenhar cálculos que envolvem estímulos verbais (combinações verbais e problemas verbais). Uma criança de três anos é capaz de resolver um cálculo $2+1$ num formato não-verbal, como por exemplo, mostrar três fichas, tapar e através de um orifício colocar mais duas e de seguida pedir à criança para dizer quantas fichas estão agora debaixo da caixa. Porém só quando atingir os quatro anos de idade, esta conseguirá resolver o mesmo cálculo com o formato de um problema verbal (Jordan e Levine, 2009).

Em resumo, para a criança pré-escolar, a referência a objetos e enunciados simples e diretos que representam situações quotidianas matemáticas facilita a resolução de um problema aritmético.

Estratégias de contagem

Em termos de desenvolvimento numérico, as crianças pré-escolares e do 1º ano de escolaridade inventam estratégias diversas e criativas para resolverem tarefas de cálculo verbal. Geary et al. (1996) aduzem que a criança começa por utilizar procedimentos de contagem e só depois passa a resolver problemas aritméticos simples com procedimentos de não-contagem, sendo estes mais eficientes e com a prática igualmente a levar menos tempo a executar.

Nos *procedimentos de contagem*, as crianças usam a contagem pelos dedos como uma capacidade introdutória necessária para a compreensão visual de factos numéricos aditivos e subtrativos como $2 + 3$ ou $5 - 4$ (Geary, Hoard, Nugent, e Byrd-Craven, 2007). A criança usa assim a contagem pelos dedos para ter uma compreensão visual dos factos numéricos, passando posteriormente para estratégias mais sofisticadas envolvendo, nomeadamente, estratégias de cálculo mental (Geary et al., 2007). Deste modo, o uso dos dedos tem um papel significativo na maturação do sistema de contagem para chegar ao domínio do cálculo mental com números maiores (Butterworth, 2005; Fuson, 1982).

Segundo Fuson (1982), durante o primeiro ano escolar, as crianças usam estratégias mistas (contagem pelos dedos e contagem verbal) para resolver problemas aritméticos simples. Geary e Hoard (2002) aduzem que, independentemente de usarem a estratégia de contagem pelos dedos ou a verbal, o mais comum dos procedimentos de

contagem é o “procedimento soma” (ou contagem-todo, contar ambos os subconjuntos começando pelo 1 para chegar ao todo) e gradualmente mudam para o “procedimento mínimo” (ou “contagem a partir de”, começar a contar a partir do primeiro ou do subconjunto maior e depois adicionar um por um ao segundo ou subconjunto menor).

Por exemplo, para resolver $5 + 3$, a criança pré-escolar e do 1º ano de escolaridade começa por contar ambos os subconjuntos um a um (e.g. 1, 2, 3, 4, 5...6, 7, 8) depois passa para uma estratégia mais eficiente com a contagem a partir do número dado (e.g., 5...6, 7, 8). Ocasionalmente, indica o valor do subconjunto menor e depois conta o subconjunto maior, que é denominado por “procedimento máximo” (ou “contagem a partir do número menor”. Com o desenvolvimento das competências procedimentais, a criança gradualmente alterna entre o procedimento mínimo e o procedimento máximo, até que passa a usar com mais frequência o segundo procedimento (Geary, Bow-Thomas, e Yao, 1992).

A criança pré-escolar e do 1º ano de escolaridade pode também tentar simplesmente adivinhar a resposta ou então dar respostas aproximadas baseadas no seu conhecimento intuitivo em adicionar ou subtrair (Jordan, Kaplan, Ramineni, e Locuniak, 2008). Neste caso, a criança responde rapidamente, mas de forma aleatória e sem confiança. Quando o facto numérico já está representado na memória a longo prazo, a resposta imediata tem um grau de confiança elevado e acertado. Siegler (1988) considerava que existem, deste modo, critérios de confiança nas respostas dadas que varia de criança em criança. Se uma criança tiver um critério de confiança elevado nas suas respostas, só dará uma resposta se tiver a certeza absoluta que está correta. Se uma criança tiver um critério de confiança baixo, dará qualquer resposta, correta ou não.

Os procedimentos de não-contagem, ou seja, o uso de procedimentos de contagem mais sofisticados do que a “contagem total” e a “contagem a partir de” parece estar relacionado com o desenvolvimento da representação mnemónica de factos numéricos básicos (Siegler e Shrager, 1984).

Existem dois tipos de representação mnemónica: a recuperação direta de factos numéricos (*direct retrieval*) e a decomposição. Com a recuperação imediata de factos numéricos, a criança dá uma resposta imediata com base na associação do que foi assimilado pela memória a longo prazo com o problema apresentado, como por exemplo, responder imediatamente 8 para resolver $5 + 3$. Com a decomposição, a criança reconstrói a resposta baseada na recuperação de uma soma parcial. Por exemplo, para responder $6 + 7$, a criança pode resolvê-lo imediatamente recuperando da memória a longo prazo o facto numérico $6 + 6$ e depois só acrescenta 1 a esta soma parcial (Geary e Hoard, 2004).

Ainda mais elaborado quando o problema apresenta uma das somas parciais de forma incógnita. Por exemplo, para responder $6 + ? = 13$, a criança pode contar a partir de 6 recuperando da memória a longo prazo $6 + 6$ e depois é só acrescentar 1 a esta soma parcial. Neste tipo de estratégia, a criança tem um pensamento numérico mais elaborado. Imediatamente percebe o 6 e o número em falta como unidades parciais e o 13 como uma unidade total. Em contraste com as crianças que usam o procedimento-soma, neste tipo de procedimento nenhum número necessita de ser contado um a um para ganhar significado (Resnick, 1983). Este procedimento pode ser descrito como uma estratégia de construção parte-todo, ou seja, uma estratégia de não-contagem que remete para a capacidade de repartir o todo em pequenas partes. Resnick (1983) propôs que as crianças

usam a construção parte-todo para resolver todos os problemas matemáticos, dado que a criança passa a ter a capacidade de ver várias combinações parciais no todo. Quanto mais a criança relaciona combinações parciais, mais domina o cálculo mental. Esta estratégia requer também que a criança comece a ter um conhecimento automático de algumas operações numéricas como o conhecimento do dobro (o dobro de 6 é 12), e as combinações numéricas com 5 (e.g. $5 + 6$; $5 + 7$) e com 10 (e.g. $10 + 5$; $10 + 6$), e as partições de 10 (e.g. $9 + 1$; $8 + 2$; $7 + 3$; $5 + 5$).

Para além disso, o pensamento parte-todo habilita a criança a perceber a adição como uma operação inversa da subtração (Steffe e Cobb, 1988), permitindo-lhe começar a integrar as propriedades básicas da aritmética, nomeadamente:

a) A propriedade associativa da adição:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Esta propriedade possibilita uma estratégia mental aditiva que simplifica algumas operações numéricas por decomposição. Por exemplo,

$$4 + 4 + 6 = 4 + (4 + 6) = 4 + 10 = 14$$

b) A propriedade comutativa da adição:

$$a + b = b + a$$

Tal como acontece com os princípios de contagem, as crianças não conhecem estas propriedades de forma explícita, mas usam-nas intuitivamente (Clements e Sarama, 2009). Com a instrução formal e a prática sistemática, a transição dos procedimentos de contagem para os procedimentos de não-contagem baseados em processos mnemónicos de longo prazo resulta numa resposta automática para cada problema individual e uma redução no recurso a processos mnemónicos de curto prazo (Geary e Hoard, 2002). A

resposta automática a factos numéricos (e.g. $2 + 2 = 4$) acompanhada pela redução da memória de trabalho parece desenvolver o SN, permitindo a resolução de problemas aritméticos cada vez mais complexos (onde os problemas aritméticos simples estão incorporados) e com menos probabilidade de erro (Geary, Liu, Chen, Saults, e Hoard, 1999).

1.6. Capacidade preditiva do sentido de número no desempenho em matemática

As tarefas não-simbólicas (e.g. tarefas SNA) também têm sido relacionadas com o DM em vários estudos (e.g. Halberda e Feigenson, 2008; Inglis, Attridge, Batchelor, e Gilmore, 2011; Libertus, Feigenson, e Halberda, 2011; Mazzocco, Feigenson, e Halberda, 2011; Piazza et al., 2010). Por exemplo, Inglis et al. (2011) demonstraram que a fração de Weber medida em crianças de 7 a 9 anos de idade está positivamente associada com os resultados dos testes matemáticos formais. Porém, estes resultados são inconsistentes, havendo outros estudos em que não se observaram uma relação positiva entre tarefas de discriminação de quantidades não-simbólicas e o desempenho futuro na matemática (e.g. De Smedt e Gilmore, 2011; Holloway e Ansari, 2009; Sasanguie, De Smedt, Defever, e Reynvoet, 2012; Soltész, Szűcs, e Szűcs, 2010). Mais recentemente, o estudo de Sasanguie, Göbel, Moll, Smets e Reynvoet (2013) também não encontrou uma associação significativa entre as tarefas não-simbólicas SNA e o DM em crianças com 6, 7 e 8 anos de idade.

Parece ser nas tarefas simbólicas, nomeadamente, nas comparações numéricas e nas operações aritméticas, que os resultados se apresentam mais consistentes. Usando o quadro teórico respeitante à relação entre SN e DM, Chard et al. (2005) replicaram a

validade preditiva e concorrente de um conjunto de medidas propostas por Clarke e Chinn (2004) para avaliar o SN simbólico em crianças do pré-escolar e 1º ano de escolaridade de forma a prever os seus desempenhos matemáticos. Os resultados das medidas - Identificação do número, Discriminação quantitativa (ou comparações numéricas) e Números em falta (numa sequência numérica) - aumentaram os seus valores de coeficientes de regressão revelando uma boa capacidade preditiva no DM.

Autores como Geary et al. (2007), Gersten e Chard (1999), Griffin e Case (1997) Gersten et al. (2005), Jordan et al. (2006) e Jordan et al. (2008) aduzem que as fraquezas no SN relacionadas com a contagem, comparações numéricas e operações aritméticas simples suportam a maior parte das dificuldades na aprendizagem da matemática o que sugere consistência científica do efeito preditor do SN simbólico no desempenho futuro na matemática.

Entre outros exemplos, Jordan, Kaplan, Locuniak e Ramineni (2007) verificaram que o desenvolvimento e o desempenho do SN ao nível do jardim-de-infância, medido através da *BSN – Bateria do Sentido de Número*, explicam 66% do DM no 1º ano de escolaridade e que todas as subáreas (contagem, princípios de contagem, identificação do número, comparações numéricas, problemas verbais e operações numéricas) estavam significativamente relacionadas com os resultados na matemática. Em particular, os problemas verbais e operações numéricas foram as subáreas mais preditivas do desempenho futuro na matemática (Jordan et al., 2007).

Noutro estudo, em que a variável dependente é a fluência do cálculo numérico (e não o desempenho geral na matemática), a avaliação do SN identifica, em cerca de 52%,

crianças com dificuldades no cálculo de operações aritméticas aditivas e subtrativas (Locuniak e Jordan, 2008).

Num estudo mais recente, Jordan, Glutting e Ramineni (2010) demonstraram que o SN (medido pela BSN), mesmo numa fase inicial do jardim-de-infância, é um forte preditor do DM até, pelo menos, o final do 3º ano de escolaridade. Os resultados de uma análise ROC (*Receiver Operating Characteristic*) - uma ferramenta para avaliar a precisão diagnóstica de uma medida de diagnóstico - revelaram que a BSN apresenta uma alta precisão diagnóstica com índices que variam entre os .78 e .88.

Duncan et al. (2007) vão mais longe ao verificarem, numa meta-análise com seis estudos longitudinais, que o peso preditivo das competências iniciais da matemática (ou sentido de número, medido antes da entrada do ensino formal) são mais fortes do que as competências iniciais da leitura e as competências atencionais no desempenho académico futuro (leitura e matemática). Mais ainda, os autores verificaram que as competências iniciais da matemática (e.g. conhecimento do número) têm mais peso preditivo no desempenho futuro na leitura do que as competências iniciais da leitura têm no desempenho futuro na matemática.

Os resultados dos estudos longitudinais de Jordan et al. (Jordan et al., 2006; Jordan et al., 2007) demonstram a importância do SN em crianças do jardim-de-infância para traçar os percursos de aprendizagem da matemática. Segundo Jordan et al. (2010), estes estudos, aplicados desde o jardim-de-infância até ao final do 3º ano, revelaram três percursos possíveis na aprendizagem da matemática: (1) as crianças que iniciam o jardim-de-infância com baixo SN mostram baixo desempenho em matemática; 2) algumas crianças que iniciam o jardim-de-infância com baixo SN mostram,

relativamente, um bom desempenho em matemática; (3) as crianças que iniciam o jardim-de-infância com alto SN mostram bom desempenho em matemática e mantêm-se nesse nível.

Segundo Jordan et al. (2008), a criança quando inicia o percurso escolar com bom SN tem maior probabilidade de desenvolver com sucesso as suas aprendizagens na matemática. Neste sentido, o SN parece ser importante na predição do sucesso futuro da matemática.

1.7. Objetivos gerais e específicos do estudo

A investigação aqui apresentada consta de três partes distribuídas em três estudos sendo cada um deles uma extensão do estudo anterior. O primeiro pretende aferir a *NSB – Number Sense Brief Screener* de Jordan, Glutting et al. (2008) para a população portuguesa de modo a funcionar como um instrumento para identificar precocemente crianças em risco de terem insucesso na matemática. A bateria tem como suporte teórico o modelo do desenvolvimento numérico na criança pré-escolar. A amostra que recolhemos foi representativa da população portuguesa abrangendo todas as regiões geográficas portuguesas num total de 2246 crianças. Os resultados serão analisados tendo em conta as qualidades psicométricas da medida, os valores normativos e as diferenças individuais e sociodemográficas.

Tendo como suporte teórico os trabalhos de Geary et al. (2007), Gersten e Chard (1999), Griffin e Case (1997) Gersten et al. (2005), Jordan et al. (2006) e Jordan et al. (2008) sobre o peso preditivo do SN no DM, o segundo estudo pretende analisar a validade preditiva da BSN, nomeadamente, perceber a existência ou não de uma

associação entre o SN, medido pela BSN antes da aprendizagem formal da matemática, e o DM (medido pela *ASM – Avaliação Sumativa da Matemática* e *ACM – Avaliação dos Conteúdos Matemáticos*). O estudo recorre a 222 crianças retiradas da amostra nacional utilizada na aferição da BSN, matriculadas no 1º ano de três agrupamentos de escolas no concelho de Lisboa e Almodôvar para analisar a validade preditiva da BSN no DM.

O terceiro estudo visa aprofundar a relação entre o SN e o DM com um estudo longitudinal de curto prazo (dois anos) e com a análise de 30 crianças com baixo, médio e alto desempenho ao nível do SN durante os dois primeiros anos escolares. Como objetivos procuramos identificar os percursos de aprendizagem da matemática, identificados por Jordan et al. (2006, 2007 e 2010), tendo em conta os três grupos de desempenho na BSN; identificar os conteúdos matemáticos formais que mais interferem com o baixo SN; e analisar as suas estratégias de contagem.

PARTE II

Investigação prática

2.1. Estudo I. Adaptação e Aferição da NSB – *Number Sense Brief Screener* (Jordan, Glutting et al., 2008) para a População Portuguesa

O conceito de aferição refere-se ao processo de adaptação de um instrumento de avaliação a uma população. Este processo torna possível a sua utilização científica com o estabelecimento de normas para a interpretação de resultados (Simões, 2000).

Segundo Simões (2000), a elaboração de normas é crucial no processo de aferição pois proporciona uma tabela de referência para interpretar os resultados de um sujeito relativamente a determinado grupo, quer ao nível de desempenho em que o sujeito se encontra, quer ao nível do desempenho do próprio grupo. Para uma melhor interpretação, os resultados brutos alcançados pelos sujeitos devem estar relacionados com os resultados dos grupos normativos, ou seja, devem ser transformados noutra tipo de resultados, nomeadamente, em percentis.

O percentil é uma medida usada na estatística e indica o valor mais baixo no qual uma dada percentagem de observações pertence a um determinado grupo normativo. Por exemplo, se o valor (ou resultado) estiver no percentil 25, isso significa que é o valor mais baixo no qual 25% das observações pertencem a sujeitos do mesmo grupo normativo. Significa também que 75% dos alunos da mesma idade da amostra padronizada terão obtido uma pontuação igual ou superior ao valor obtido por esse sujeito.

É um método fácil e simples de interpretar tanto por psicólogos como por outros técnicos e, tem a vantagem prática de permitir converter o resultado bruto de um sujeito

em particular - que, por si só tem pouca utilidade - em desempenhos dos sujeitos do mesmo grupo normativo a quem foi aplicado o teste (Simões, 2000).

Deste modo, as normas, não são, pois, mais do que a informação relativa aos desempenhos de um grupo de referência particular (e.g. grupo etário ou grupo escolar) com os quais o resultado de um sujeito em particular pode ser comparado (Simões, 2000). A elaboração de normas por grupo etário é apropriada sempre que se espera que o traço medido (e.g. desempenho em matemática) apresente um crescimento contínuo e relativamente uniforme com a idade (Thorndike, Cunningham, Thorndike e Hagen (1991, citado por Simões, 2000).

A aferição visa, para além da elaboração de normas, a análise das características metrológicas dos resultados de um teste. A análise dos itens, sensibilidade, fidelidade e validade permitirá avaliar as qualidades psicométricas do mesmo. Para além disso, uma aferição permite também analisar os resultados do teste com outro tipo de resultados. Por exemplo, analisar os resultados do teste em função de variáveis individuais e sociodemográficas: idade cronológica, sexo, região demográfica e nível de educação e nível socioeconómico dos pais.

As seguintes questões de pesquisa foram consideradas:

- 1) O teste apresenta boas qualidades psicométricas?
- 2) Qual é a correlação entre os resultados dos subtestes e o teste?
- 3) Quais são as estratégias de contagem utilizadas pelas crianças na resolução dos subtestes Problemas verbais e Operações numéricas?

2.1.1. Objetivos

Este estudo tem como objetivo geral adaptar e aferir da *NSB - Number Sense Brief Screener* (Jordan, Glutting et al., 2008) traduzida para *BSN - Bateria Sentido de Número* e verificar se esta apresenta qualidades psicométricas aceitáveis para a população portuguesa.

São objetivos específicos deste trabalho: 1) converter os resultados brutos em valores normativos; 2) intercorrelacionar os subtestes e a escala total; 2) analisar os resultados relativos às qualidades psicométricas do teste: sensibilidade do teste, fidelidade e validade e análise dos itens; 3) analisar os resultados do teste em função das variáveis individuais e sociodemográficas: idade cronológica, sexo, região geográfica, nível de educação e nível socioeconómico; e 4) analisar as estratégias de cálculo na resolução de tarefas de cálculo (Problemas verbais; itens 23-27 e Operações numéricas; itens 28-33).

2.1.2. Participantes

O presente trabalho considerou 2246 crianças, que deram entrada ou frequentavam o 1º ano de escolaridade de escolas públicas nacionais. As crianças apresentaram uma média de 6 anos de idade ($MD = 6.11$; $DP = 5.84$), com cerca de metade do sexo masculino, na sua maioria provenientes de um meio socioeconómico médio-baixo (ver Tabela 3).

Tabela 3.

Características individuais e sociodemográficas da amostra em estudo (em percentagem)

Variável	Amostra (n = 2246)
Género	
Masculino	51.6
Feminino	48.4
Educação dos pais	
Educação primária	13.1
Educação secundária	61.8
Educação superior	25.1
Estatuto Socioeconómico (ESE)	
Baixo	42.8
Médio	39.0
Alto	19.2

Nota. O ESE foi calculado a partir da Classificação Nacional de Profissões 2010. ESE baixo = domésticos, desempregados, e trabalhadores não qualificados. ESE médio = serviços pessoais, proteção, vendas, operadores máquinas e construção, administração, secretariado e comércio. ESE alto = profissionais técnicos superiores especializados e cargos de direção e chefia.

A constituição da amostra supracitada pressupôs como base o cálculo da informação estatística atualizada, disponível por órgãos como o Instituto Nacional de Estatística (INE) ou Gabinete de Estatística e Planeamento da Educação (GEPE) do Ministério da Educação.

Sendo a representatividade da amostra dependente, num primeiro momento, do rigor colocado na definição da população abrangente, a abrangência a todo o território nacional foi ponderada com base nas Estatísticas da Educação, ano letivo 2010/2011, relativas às matrículas dos alunos do 1º ciclo do ensino básico (DGEEC/MEC, 2012).

Este trabalho de aferição reportou, no essencial, ao universo de crianças que deram entrada ou ainda frequentam o 1º ano de escolaridade de escolas públicas de todas as regiões de Portugal e que subdividimos da seguinte forma: Norte, Centro, Lisboa e Vale do Tejo, Alentejo, Algarve, Região Autónoma dos Açores, Região Autónoma da Madeira. Estipulou-se uma amostra média de aproximadamente 60 crianças de 5/6 anos em cada uma das regiões. As regiões do Norte teriam os seus coeficientes duplicados e as de Lisboa e Vale do Tejo triplicados, tendo em conta a representatividade da sua população. Neste sentido, a dimensão da amostra mínima foi previamente fixada entre 800 a 1200 crianças em dois anos de aplicação. Com os meios humanos e logísticos disponíveis, foi possível obter uma amostra de aferição de 2246 sujeitos.

A partir da estimativa do número da amostra em função do N da população (Krejcie & Morgan, citado em Almeida & Freire, 2007), é possível determinar o tamanho de uma amostra representativa para uma determinada população. Pode ser observado que o tamanho da amostra aumenta sempre que a população aumenta, mas com uma taxa cada vez mais reduzida, e mantém-se constante a partir de um número de amostras de 380 com um N da população igual ou superior a 50 000.

No Quadro 1 sintetizamos o valor do tamanho da nossa amostra em comparação com o N da população que ronda os 100 000 com um n de estimativa muito superior a 380 estando assim garantida a representatividade ou significância da amostra total. A amostra de aferição por unidade territorial apresenta algumas diferenças. As regiões do Alentejo, Algarve e Centro apresentam valores de representatividade mais baixos com um n da amostra inferior ao n de estimativa. Como nas regiões autónomas os valores

estão próximos, consideramos que os n da amostra apresentam-se representativos da população em estudo.

Tabela 4.

Tamanho da população (N) de alunos matriculados no 1º ano de escolaridade em 2010/2011 e tamanho da amostra (n) por unidade territorial de nível I e II.

<i>NUTS I e II</i>	<i>N população</i>	<i>Estimativa de n</i>	<i>n amostra</i>
Portugal	94 263	381	2 246
Continente (total)	89 272	381	1 636
Norte	33 520	370	474
Centro	20 145	370	299
Grande Lisboa*	24 072	370	610
Alentejo	7 114	360	134
Algarve	4 421	350	119
RA Açores	2 285	330	308
RA Madeira	2 706	330	302

Nota. N da população segundo o Relatório “Estatísticas da Educação”, p. 80 (DGEEC/MEC, 2012). Estimativa de n adaptado de Krejcie & Morgan, 1970, citado em Almeida & Freire, 2007. Grande Lisboa = Lisboa e Vale do Tejo e Península de Setúbal. RA = região autónoma. A negrito = n da amostra inferior à estimativa de n .

2.1.3. Materiais

A *NSB – Number Sense Battery* foi desenvolvida no âmbito do *Children Math Project* da Universidade de Delaware, por Jordan et al. (Jordan et al., 2006; Jordan et al., 2007). Inicialmente composta por 42 itens com um tempo de duração cerca de 30 minutos, foi posteriormente abreviada para 33 itens (Jordan et al., 2008) passando a ser denominada de *NSB - Number Sense Brief Screener*. O teste avalia o SN em crianças do

jardim-de-infância e 1º ano de escolaridade, com idades compreendidas entre os 4 e os 6 anos e apresenta boas qualidades psicométricas com um alfa de Cronbach de .84 (Jordan et al., 2008).

É um instrumento que avalia o SN simbólico com a finalidade de identificar precocemente crianças em risco de terem insucesso na matemática. É um teste que pode ser utilizado por professores, psicólogos e outros profissionais em educação.

2.1.3.1. Organização e conteúdos do teste

A *NSB – Number Sense Brief Screener*, traduzida para *BSN – Bateria Sentido de Número* está organizada por 7 subtestes num total de 33 itens: Contagem e Princípios de contagem, Identificação do número, Comparações numéricas, Cálculo não-verbal, Problemas verbais, e Operações numéricas. Apresenta uma escala dicotómica (1 = correto; 0 = incorreto) (ver Anexo C).

1. A *Contagem (3 itens)* visa o conhecimento da sequência numérica, a capacidade de numerar conjuntos até 5 e o conhecimento do princípio da cardinalidade;
2. Os *Princípios de contagem (4 itens)* avaliam a compreensão dos princípios de contagem, nomeadamente a correspondência termo a termo e o princípio da estabilidade da ordem (Geary, Hoard, e Hamson, 1999; Gelman e Gallistel, 1978);
3. A *Identificação do número (4 itens)* avalia o uso correto da palavra-número através da apresentação de um número por estímulo visual;
4. As *Comparações numéricas (7 itens)* envolvem a capacidade de comparar quantidades/magnitudes, tais como, qual de dois números apresentados, é o maior ou o menor (Griffin, 2004);

5. O *Cálculo não-verbal* (4 itens) analisa a capacidade em desempenhar simples transformações de adição e subtração com a presença de objetos (Hughes, 1986; Huttenlocher et al., 1994; Klein e Bisanz, 2000);
6. Os *Problemas verbais* (6 itens) avaliam a capacidade de resolver pequenos Problemas verbais onde os objetos referidos não estão presentes (Ginsburg e Russel, 1981; Levine et al., 1992);
7. As *Operações numéricas* (5 itens) envolvem operações de adições e subtrações simples com um estímulo meramente verbal (e.g. “Quanto é $2 + 1$?”).

2.1.3.2. Estratégias de contagem

Foram analisadas as seguintes estratégias de contagem utilizadas pelas crianças na resolução dos Problemas verbais e Operações numéricas: Dedos (D), a criança usa os seus dedos para auxiliar a contagem; Lápis/papel (LP), a criança desenha figuras (e.g. círculos, tracinhos) para representar quantidades na resolução das tarefas de cálculo; Verbal (V), a criança verbaliza a contagem sem recorrer a nenhum instrumento de apoio; Fichas (F), a criança recorre às fichas para a auxiliar nas contagens; e Mental (M), a criança dá uma resposta rápida sem que seja observada nenhuma estratégia de contagem ou instrumento de apoio.

2.1.3.3. Materiais do teste

A BSN é constituída pelos seguintes materiais:

- a) Caderno de estímulos - contém 25 estímulos visuais em formato A4 (ver Anexo A);

- b) Caderno de instruções do teste - caderno com instruções explícitas para cada item e subteste (*ver Anexo B*);
- c) Folha de cotação do teste - folha de registo com a apresentação dos itens e cotação das respostas (*ver Anexo C*);
- d) Caixa em papelão (19 x 12 cm) e um tabuleiro de cartolina (24 x 30 cm) para a tarefa de cálculo não-verbal. A tampa da caixa tem uma abertura num dos lados de comprimento, suficiente para caber uma ficha;
- e) Dez fichas de 3,5 cm diâmetro cada para a tarefa de cálculo não-verbal;
- f) “Fantoche no dedo” - o examinador pinta uns olhos e uma boca no seu dedo indicador;
- g) Lápis e papel A7 como instrumento de apoio para o uso da estratégia LP.

2.1.3.4. Condições de aplicação

O teste é de aplicação individual. Poderá ser administrado num gabinete escolar ou num local calmo e afastado de distrações exteriores. Embora seja uma prova fácil de aplicar e que cativa a atenção do sujeito, o examinador deverá escolher uma sala calma, com iluminação e ventilação adequada. É importante que o espaço seja apenas ocupado pelo sujeito e pelo examinador.

No que se refere às condições físicas e materiais do local da avaliação, tanto o sujeito como o examinador deverão sentar-se numa cadeira confortável e adequadas às suas estaturas. A mesa ou secretária deverá apresentar uma superfície lisa e ter uma largura suficiente que permita o examinador manipular facilmente os materiais de cada subteste.

2.1.3.5. *Tempo de aplicação*

Para a administração do teste, o examinador necessita de um tempo médio de 12 minutos. O tempo de aplicação varia entre os 10 - 20 minutos dependendo das diferenças individuais, quer dos sujeitos, relativamente ao seu comportamento e desempenho, quer do examinador, no que diz respeito à prática na administração do teste.

2.1.3.6. *Instruções para a aplicação do teste e cotação*

Em termos de instruções gerais, o examinador deverá colocar o sujeito ao seu lado na esquina da mesa para melhor manuseamento do material tanto para o sujeito ver o caderno de estímulos, como para o examinador ver como o sujeito interage com os estímulos. Se o examinador for dextro, o sujeito deverá estar sentado à sua esquerda. Se for canhoto, à sua direita. O examinador deverá colocar o caderno de estímulos à frente do sujeito. À sua frente, a folha de cotação e de lado o caderno de instruções. Deverá ler as instruções num ritmo normal. Se o sujeito não responder em 10 segundos, encorajar a responder (mesmo que a resposta por parte do sujeito seja “Não sei.”). Não deverá indicar se o sujeito está certo ou errado, mas sim encorajá-lo a esforçar-se. Registrar as respostas e a estratégia observada na folha de cotação. Verificar se o sujeito está atento. Se necessário, lembrá-lo que deve ouvir com muita atenção. A posição lado a lado não permite que o examinador opte pela cotação imediata das respostas pois o sujeito está em posição de verificar a cotação das suas respostas, pelo que deverá ser feita numa fase posterior.

Como passo introdutório e instrução por subteste, o examinador deverá apresentar-se pelo primeiro nome e dizer ao sujeito o seguinte: *“Vamos fazer alguns jogos com números e é importante que ouças com atenção e que dêes o teu melhor. Pode ser? Estás pronto(a) para começar?”*. Enquanto o examinador transita de subteste em subteste, deve indicar a passagem para o subteste seguinte com a seguinte instrução: “Agora vamos fazer um jogo diferente.” Deve também ter atenção de que o sujeito não está a olhar para o estímulo anterior enquanto o examinador introduz o estímulo seguinte associado ao outro subteste. Para precaver esta situação, logo que termine, vira para a página em branco, antes de introduzir o estímulo do subtestes seguinte. As instruções específicas para cada subteste estão patentes no Anexo B.

2.1.3.7. Usos e indicações

O teste pode ser aplicado por técnicos de variada ordem – psicólogos, educadores de infância, professores e especialistas na área da educação especial. Para além de ser necessário o domínio das instruções e interpretação dos resultados, é importante que os resultados sejam interpretados como “fatores de risco” para as dificuldades em matemática e não como a recolha de informações para traçar um diagnóstico. A finalidade do teste não é traçar um diagnóstico. Assenta na identificação de fatores de risco de modo a intervir o mais precocemente possível.

Deste modo, o teste é relevante como resposta preventiva e remediativa. Pode ajudar profissionais na área da educação a: 1) avaliar as competências elementares numéricas inerentes à aprendizagem inicial da matemática; 2) despistar e identificar alunos em risco de ter dificuldades na matemática; 3) desenvolver programas de

intervenção precoces nas dificuldades de aprendizagem na matemática com base nos resultados encontrados; 4) sugerir conteúdos matemáticos em necessidade de intervenção durante o 1º ano de escolaridade; 5) pode ser usado no jardim-de-infância e no início do 1º ano de escolaridade para monitorizar as curvas de crescimento matemático.

2.1.4. Procedimento

Foi efetuado um contacto prévio com os autores da prova no sentido de autorizarem que esta fosse adaptada para a população portuguesa. Após o acesso à prova original e autorização para levar a cabo este estudo, nos três meses seguintes, foi feito o trabalho de tradução para a língua portuguesa. A tradução foi efetuada com a colaboração do orientador e coorientadores e três professores do 1º CEB (1º Ciclo do Ensino Básico), sendo um deles, formador em didática da matemática no 1º CEB (junho 2010). A *NSB – Number Sense Brief Screener* passou a denominar-se *BSN – Bateria Sentido de Número*.

Após a tradução, foi feito um estudo exploratório com a aplicação da BSN a uma primeira amostra ($n = 39$) que não consta da amostra de aferição. Seguiu-se uma análise preliminar linguística e estatística, não tendo sido necessário alterar as instruções de administração e cotação originais nem o conteúdo dos itens.

As únicas modificações efetuadas foram ao nível dos nomes próprios do subteste Problemas verbais para o sujeito sentir-se familiarizado com os nomes. Por exemplo, o item 24 “*Sally has 4 crayons. Stan gives her 3 more crayons. How many crayons does Sally have now?*” foi traduzido para “A Vera tem 4 lápis. O Francisco dá-lhe mais 3. A Vera tem quantos lápis agora?”. Embora com uma amostra mínima, em termos estatísticos a BSN apresentou um valor de consistência interna adequado (*Alfa de Cronbach* = .89).

Antes de proceder ao processo de autorizações dos agrupamentos escolares, foi submetido um pedido de autorização para aplicar a BSN nas escolas portuguesas à plataforma via internet - MIME (*Monotorização de Inquéritos em Meio Escolar*) da *Direcção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular* (DGIDC) o qual foi aceite (ver Apêndice 1). Relativamente às regiões autónomas de Açores e Madeira foram contactadas as respetivas direções regionais de educação por endereço eletrónico, tendo sido dada uma resposta favorável por parte da Direção Regional de Educação e Formação dos Açores em julho de 2011 e da Direção Regional da Madeira em setembro de 2012.

De modo a seleccionar os agrupamentos escolares, foi consultada a plataforma digital de cada direcção regional de educação (Norte, Centro, Lisboa e Vale do Tejo, Alentejo e Algarve). De acordo com a lista de agrupamentos de escolas nacionais, disponível via internet pela DGRHE, foram contactados, via fax e/ou por correio eletrónico todos os agrupamentos de escolas que estavam de acordo com o seguinte critério de seleção: pelo menos uma cidade por distrito, que tivesse no mínimo dois agrupamentos de escolas, com, pelo menos, duas escolas básicas de 1º CEB.

O processo de aferição foi feito em duas fases: no início do ano letivo 2011/2012 e no início do ano letivo 2012/2013. Na 1ª fase de aplicação (outubro / novembro 2011), dos 262 agrupamentos contactados em território continental obtivemos autorização de 7 agrupamentos de escolas, para além da autorização dada pela Direção Regional de Educação dos Açores.

Na 2ª fase de aplicação (outubro / novembro de 2012) dos 246 agrupamentos contactados em território continental, obtivemos autorização de 12 agrupamentos de escolas. Tal como aconteceu com a Direção Regional de Educação dos Açores, também a

Direção Regional da Madeira deu autorização para que a prova fosse aplicada em todas as escolas do arquipélago. Por questões logísticas foram selecionadas duas delegações escolares de cada região autónoma. A Região Autónoma da Madeira incluiu 13 escolas do primeiro ciclo de estudos com cerca de 400 crianças matriculadas no 1º ano de escolaridade e na Região Autónoma dos Açores com 267 crianças matriculadas em 15 escolas do primeiro ciclo de estudos.

No total, obtivemos a colaboração de 19 agrupamentos de escolas e das duas delegações escolares regionais distribuídas por 25 localidades em Portugal Continental e 4 localidades nas regiões autónomas (ver Tabela 5).

Tabela 5.

Frequência de Agrupamentos Escolares Contactados e Autorizados por Fase de Aplicação

	Agrupamentos contactados	Agrupamentos autorizados
1ª Fase	262	7
2ª Fase	246	12
Total	508	19

Nota. Frequência de agrupamentos escolares em Portugal continental por fase de aplicação. 1ª fase = outubro e novembro de 2011. 2ª fase = outubro e novembro de 2012.

Após a obtenção das autorizações dos agrupamentos de escolas, seguiu-se o recrutamento e seleção dos examinadores a nível nacional. Na primeira fase de aplicação, foram selecionados, a partir de ofertas de emprego via internet, 5 examinadores e na segunda fase 12 examinadores com experiência ou formação em Ensino Básico, Ciências da Educação, Pedagogia ou Psicologia, residentes nos vários concelhos dos respetivos agrupamentos ou delegações escolares. Foi fornecido um vídeo com uma aplicação-

modelo dada pelo investigador responsável por este estudo, e dado formação local ou por videoconferência sobre as normas de aplicação da BSN e uma breve contextualização sobre os objetivos do estudo (setembro 2011 e setembro 2012).

O seguinte procedimento foi transmitido por via eletrónica a cada examinador. O responsável do estudo informa o número de alunos matriculados por escolas e turmas. O examinador entrega o número exato de autorizações ao responsável da escola (pode ser um elemento da direção ou o coordenador do 1º CEB) e este, por sua vez, entrega as autorizações aos professores já organizadas por instituição escolar e turma (consta o nome da instituição, o número de alunos e o nome do professor).

Posteriormente, os professores entregam as autorizações aos pais ou diretamente aos seus alunos. O inquérito só é preenchido quando a autorização for assinada pelos encarregados de educação (*ver* Apêndice 2). Após a recolha das autorizações, os professores voltam a entregar ao responsável da escola (ou então diretamente ao examinador) que, por sua vez, informa, por endereço eletrónico, o responsável do estudo o número de autorizações obtidas.

O responsável do estudo combina com o responsável da escola o dia para o examinador se dirigir às escolas a fim de aplicar as provas. Nesse dia, serão entregues as autorizações assinadas e informado o local de aplicação e o horário escolar.

Após o examinador agraphar cada autorização a uma respetiva folha de cotação, este dirige-se à sala de aula, chama a criança pelo nome, levando-a para o espaço disponibilizado pela escola para aplicar a prova. Após a aplicação, o examinador volta a levar a criança para a sala de aula chamando outra criança e assim subsequentemente. A

aplicação ocorre nos meses de outubro e novembro para limitar a influência da aprendizagem formal da matemática.

Um último tópico diz respeito à conceção da prova original. Esta foi delineada para as crianças que transitem do pré-escolar para a escolaridade obrigatória. Deste modo, foi previsto que a aplicação seria à entrada no primeiro ano escolar, antes de serem influenciados pela instrução e aprendizagem da matemática.

Neste sentido, em outubro de 2011, deu-se início à fase de aplicação da BSN a nível nacional com o contacto das escolas e pedido de autorização dos pais. A partir do número de crianças matriculadas por escola e turma, foram enviadas às escolas as autorizações para os pais assinarem (ver Apêndice 2).

Tabela 6.

Frequência de autorizações dos pais e provas aplicadas por fase de aplicação

<i>Aplicação</i>	<i>Autorizações dos pais</i>	<i>Provas aplicadas</i>
1ª Fase	1003	860
2ª Fase	1749	1385
Total	2752	2245

Nota. 1ª fase = outubro e novembro de 2011. 2ª fase = outubro e novembro de 2012.

Na 1ª fase, foram aplicadas 860 provas de 1003 autorizações distribuídas pelas regiões do Litoral Norte, Interior Centro, Lisboa Norte, Litoral Sul, e na Região Autónoma dos Açores. Na 2ª fase de aplicação, em outubro/novembro de 2012, foram aplicadas 1386

provas de 1749 autorizações dos pais nas regiões do Interior Norte, Litoral Centro, Interior Sul, Lisboa Sul e Região Autónoma da Madeira (ver Tabela 6).

Os resultados das provas possibilitaram a construção de uma base de dados preliminar (dezembro 2011 a janeiro 2012) para subsequente tratamento estatístico (janeiro -maio 2012). A base de dados final foi construída em janeiro de 2013 e a análise dos dados de aferição iniciada a julho de 2013. Os dados foram analisados através do programa SPSS (versão 18.0 para Windows).

2.1.5. Análise dos dados

Para medir as qualidades psicométricas da prova e a relação entre os seus resultados e as variáveis individuais e sociodemográficas foram utilizados os seguintes métodos estatísticos.

Para estabelecer os valores normativos da prova para a população portuguesa por idade cronológica foi utilizada estatística descritiva. Os grupos etários foram divididos com intervalos de seis meses: 5 anos de idade (60-66 meses) até 8 anos e 6 meses de idade (104-110 meses) em função do percentil. A estatística descritiva (média, desvio-padrão, moda e mediana) foi também usada para medir a sensibilidade da prova.

Para analisar a relação entre os resultados totais da prova e os seus componentes principais, foi feita uma correlação de *Pearson*. A fidelidade foi medida através do alfa de *Cronbach*. Para medir a validade, foi utilizada a análise de componentes principais (ou análise fatorial). O índice de dificuldade e discriminação dos itens foi utilizado para analisar as características dos itens.

Por último, foi utilizada estatística inferencial (comparação de médias com testes não-paramétricos) para verificar a relação entre os resultados da prova e as variáveis individuais e socioeconómicas, para além das estratégias de contagem utilizadas pelas crianças.

2.1.6. Resultados

2.1.6.1. Resultados relativos à normalização dos dados

As normas que passamos a apresentar foram elaboradas a partir de uma amostra representativa da população portuguesa. Trata-se de uma amostra de aferição que se ajusta às características das crianças da população portuguesa residente em Portugal Continental e regiões autónomas, com uma média de idades de 6 anos, matriculadas no 1º ano de escolaridade de escolas públicas nacionais.

Conforme podemos observar nas tabelas de conversão no Apêndice 3, propomos as normas por grupo etário (em anos e meses) divididas de 6 em 6 meses entre os 5 e os 8 anos e 6 meses. Os desempenhos estão representados, de um modo geral, em médias, desvios padrão e sete níveis de percentis (5, 10, 25, 50, 70, 90, 95). O número de crianças observadas em cada um dos grupos etários varia consoante as crianças que frequentavam o 1º ano de escolaridade, quer estejam pela primeira vez, quer estejam em outros níveis escolares com currículo do 1º ano.

De acordo com a normalização dos dados, propõem-se que os resultados da BSN sejam apresentados com a seguinte classificação:

- Nível A – Sentido de número abaixo da média nacional, A+ (se o resultado estiver situado entre o percentil 25 e o percentil 10), ou A- (para um resultado igual ou inferior ao percentil 10).
- Nível B – Sentido de número dentro da média, B+ (se o resultado estiver situado entre o percentil 50 e o percentil 75) ou ainda B- (se o resultado estiver situado entre o percentil 50 e o percentil 25).
- Nível C – Sentido de número elevado (para um resultado igual ou superior ao percentil 75).

Verificou-se que a amplitude de dispersão (avaliada através do cálculo do desvio padrão) apresenta como valor mais elevado 6.53 e com valor mínimo 2.87. Para todas as idades, a média nacional dos resultados da BSN situa-se nos 22.87 pontos com desvio padrão de 5.83.

De um modo geral, verifica-se que a progressão na idade cronológica, entre os 5 e os 6 anos de idade, é acompanhada por um aumento sucessivo e relativamente uniforme dos desempenhos no primeiro nível escolar. No entanto, a partir dos 7 anos, a situação reverte-se (ver Figura 1). Os resultados no percentil 50 chegam a oscilar 12 pontos em crianças com 6 anos e 8 anos de idade (ver tabelas de conversão, Apêndice 3).

2.1.6.2. Resultados obtidos relativos à sensibilidade do teste

Entende-se por sensibilidade dos resultados num teste o grau em que as respostas obtidas aparecem, em termos de normalidade ou não-normalidade dos resultados em análise, diferenciando os sujeitos entre si, tendo em conta os seus níveis de realização (Almeida e Freire, 1997).

A sensibilidade dos resultados não aparece frequentemente analisada nos estudos de aferição. No entanto, optámos por analisá-la pois permite-nos apreciar a média dos resultados e a sua proximidade em relação à mediana e à moda da distribuição e assim verificar se estas se sobrepõem numa distribuição Gaussiana.

Figura 1. *Curva de Desempenho Médio na BSN em Função da Idade Cronológica*

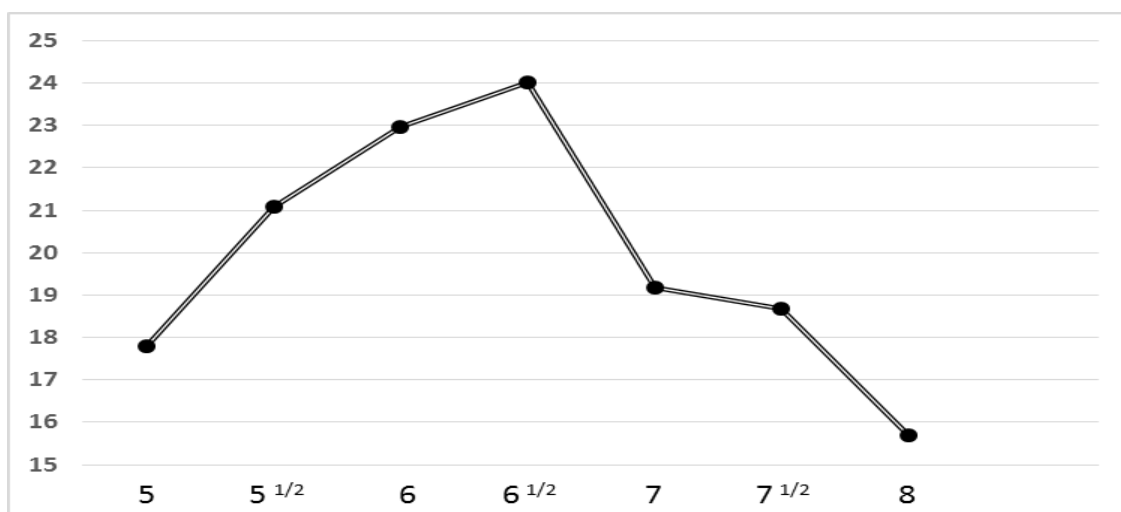


Figura 1. Curva de desempenho médio na BSN (que varia entre os 15 e os 25 pontos) em crianças inscritas no 1º ano de escolaridade com idades compreendidas entre os 5 e os 8 anos e 6 meses.

A Tabela 7 apresenta os resultados totais do teste particularizando as medidas de tendência central (média, mediana e moda) e medida de dispersão (desvio-padrão).

O valor da média dos resultados do teste está próximo do valor da mediana e dois pontos afastado do valor da moda. Embora as medidas de tendência central encontrem-se próximas, estas não se sobrepõem numa distribuição Gaussiana.

Neste sentido, a distribuição amostral apresenta-se negativa e ligeiramente assimétrica ($\text{média} \leq \text{mediana} \leq \text{moda}$) com um valor de coeficiente de assimetria = -.456. Podemos verificar no histograma (ver Figura 2) que a prova discrimina mais valores

inferiores à média nacional que valores superiores à média. Deste modo, não invalida, pelo contrário, até potencia a finalidade da prova que visa a identificação de crianças em risco de falharem na aprendizagem da matemática (com resultados inferiores à média nacional).

Tabela 7.

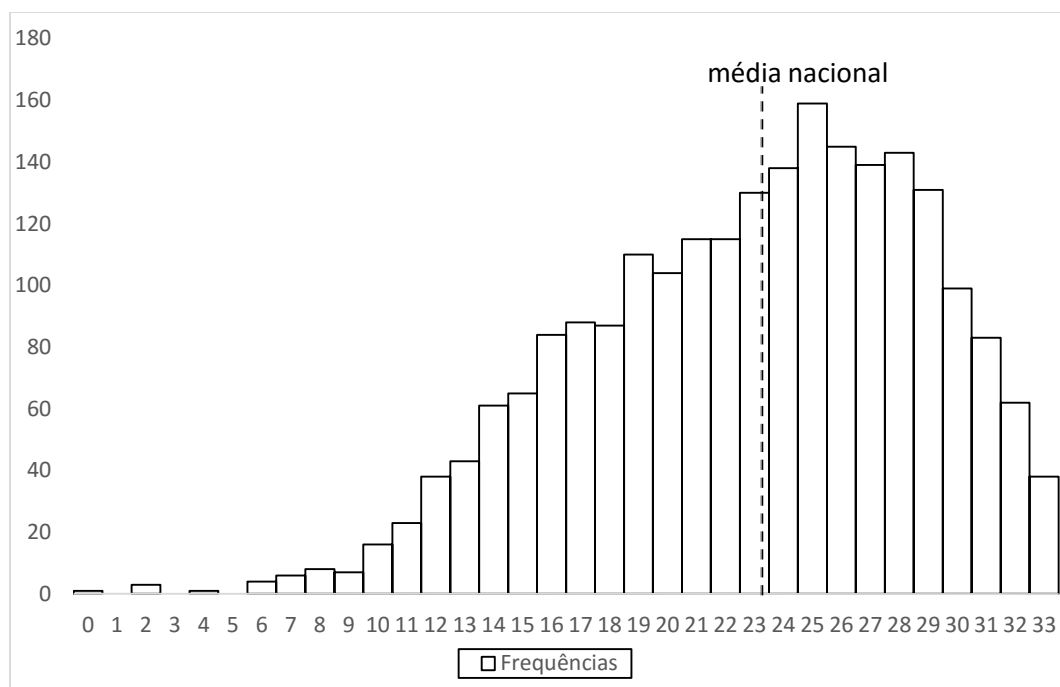
Resultados do teste (média, mediana, moda e desvio-padrão)

	Valor
Média	22.87
Mediana	24
Moda	25
Desvio-Padrão	5.83

Calculando o valor z a partir da média dos resultados da BSN ($M = 22.87$) e o desvio-padrão ($DP = 5.83$) numa curva da população não padronizada (negativa e assimétrica), podemos saber a proporção de casos que se encontram em cada nível de classificação (Nível A, A-, B-, B+ e C) e assim responder à questão: “Relativamente ao sentido de número, as crianças portuguesas encontram-se em que nível de classificação quando dão entrada no ensino formal?”.

Nesta amostra, 3.1% dos casos situam-se no Nível A- ($\leq$ percentil 10), 16.8% no Nível A ($\leq$ percentil 25), 61.7% no Nível B ($B+ = 32.4\%$; $B- = 29.3\%$) e 18.4% no Nível C ($\geq$ percentil 75).

Figura 2. *Distribuição Amostral dos Resultados da BSN*



2.1.6.3. Resultados relativos à fidelidade

A fidelidade dos resultados num teste refere-se ao grau de confiança que podemos ter nos resultados dos indivíduos. Quanto maior o coeficiente de fidelidade de um teste, maior a confiança de assumir que o teste está próximo daquilo que realmente pretende medir e, assim, permite a possibilidade de fazer interpretações de qualquer indivíduo em particular.

A consistência interna ou consistência inter-itens remete para o grau de coerência, uniformidade e homogeneidade que existe nas respostas dos sujeitos a cada um dos itens que constituem o teste (Meuris, citado por Almeida e Freire, 1997). Por outras palavras, é o grau com que cada item do teste mede a mesma coisa que outro item. Entre outros métodos, todos eles assentes em coeficientes de correlação de resultados, os índices que

calculámos para medir a fidelidade foram o coeficiente alfa de Cronbach e o coeficiente determinado a partir do método de bipartição (Guttman).

Uma justificação para o emprego destes dois índices radica no facto de o coeficiente alfa de Cronbach constituir o índice mais importante de precisão de um teste (Kline, 1986 citado por Simões, 2000), e ser considerada a solução mais geral para qualquer tipo de item - dicotómico e não dicotómico (Muñiz, citado por Simões, 2000). Os valores de consistência interna considerados adequados são os superiores a .70; entre .70 e .90 com uma boa consistência interna; e superiores a .90 como excelente (Nunnally, citado por Simões, 2000). É de referir que um índice elevado de consistência interna pode significar homogeneidade nos itens e não uma unidimensionalidade dos itens do teste (Green, Lissitz, e Mulaik, 1977 citado por Simões, 2000).

Embora o coeficiente de alfa de Cronbach seja o índice mais importante de precisão de um teste, optámos por acrescentar o método de bipartição (fórmula de Spearman-Brown e de Guttman, 1946) por ser indicado para testes sem limite de tempo.

O método de bipartição resulta do facto de o coeficiente de correlação ser calculado com base em duas metades de teste (bipartição em itens pares e ímpares) em que se supõe garantir a equivalência entre as duas metades. O uso desta fórmula pretende delimitar as consequências negativas advindas da redução de itens no cálculo do coeficiente.

Consistência interna

A medida apresenta um bom valor de consistência interna, com valores superiores a .70, independentemente do grupo etário (*ver* Tabela 8). Neste sentido, os resultados

totais apresentam uma unidimensionalidade dos itens, o que nos permite fazer interpretações fiáveis em qualquer indivíduo em particular, independentemente do grupo etário, revelando-se assim adequada para a população portuguesa - crianças entre os 5 e os 8 anos que frequentam o 1º ano de escolaridade.

Tabela 8.

Coefficientes de consistência interna (por idade e para a amostra total)

<i>Grupos etários</i>	<i>Alfa de Cronbach</i>
5 anos	.872
6 anos	.870
7 anos	.877
8 anos	.884
<i>Amostra total</i>	.874

A medida como um todo apresenta um alfa de Cronbach de .874, que traduz um bom valor de consistência interna entre os itens (ver Tabela 8).

Uma análise pormenorizada ao nível da correlação item-total (ver Tabela 9) permite-nos ainda verificar que a medida, como um todo, funciona bem, dado que não existem muitos itens com valores de correlação item-total fora da zona adequada (.20 - .40.). Para os que estão fora dessa zona são facilmente identificáveis: o item 7 apresenta uma correlação com o total da medida, para todos os efeitos, nula, e, adicionalmente, é o único item que poderá aumentar o alfa de Cronbach se for removido (no entanto, num valor praticamente insensível à medida, de .874 para .880); os itens 1, 4, 5 apresentam

valores abaixo de .20 e se fossem apagados o alfa da medida total mantinha-se em .874; os itens que apresentam valores de correlação item-total superiores a .50 são apenas alguns referentes aos subtestes Problemas verbais e Operações numéricas, e isto pode dever-se, em grande medida, ao facto de serem questões com grande grau de redundância – as perguntas gravitam em torno do mesmo tema, modificando apenas o espaço numérico e a transformação aditiva e subtrativa. Todavia, se apagados iriam baixar o alfa de Cronbach da medida que se situa em .874.

Se, por outro lado, procurarmos avaliar a consistência interna de cada subteste, verificamos que apenas os subtestes Identificação do número, Problemas verbais e Operações numéricas apresentam uma boa consistência interna.

Um dos fatores que pode contribuir para uma baixa consistência interna nos restantes subtestes pode dever-se a um número reduzido de itens por subteste com exceção do subteste Identificação do Número. O subteste Comparações numéricas, apresenta um alfa de Cronbach abaixo de .70 (considerado desadequado) ainda assim próximo do valor .70.

Com alguns dos valores de consistência interna por subteste muito baixos ($>.70$), enaltece um cuidado acrescido na interpretação dos resultados, na medida em que o teste funciona como um todo e não deve ser interpretado por subteste.

Tabela 9.

Análise correlacional inter-item e por subtestes

<i>Item</i>	Correlações item-total	Alfa se item apagado	Subteste	Alfa de Cronbach por subteste
1	.150	.874	Contagem	.409
2	.199	.873		
3	.249	.873		
4	.117	.874	Princípios de Contagem	.015
5	.171	.874		
6	.353	.871		
7	-.005	.880		
8	.420	.869	Identificação do Número	.751
9	.501	.867		
10	.481	.868		
11	.332	.871		
12	.384	.870	Comparações Numéricas	.641
13	.290	.873		
14	.303	.872		
15	.416	.869		
16	.442	.869		
17	.429	.869		
18	.356	.871		
19	.294	.872	Cálculo Não- Verbal	.426
20	.303	.872		
21	.271	.873		
22	.227	.873		
23	.392	.870		.714

24	.555	.865		
25	.526	.866	Problemas	
26	.469	.868	Verbais	
27	.515	.867		
28	.539	.867		
29	.595	.865		
30	.587	.865	Operações	
31	.582	.865	Numéricas	.826
32	.557	.865		
33	.581	.865		

Nota. Valores a negrito = itens com valores desadequados (abaixo de .20)

Método de bipartição (Spearman-Brown e Guttman)

Apresentamos os valores dos coeficientes de consistência interna, através do método de bipartição. É de sublinhar que os valores bipartidos pelo coeficiente de alfa de Cronbach, quer na primeira metade do teste (.706), quer na segunda metade do teste (.850) revelam-se adequados (valores $>.70$). Os resultados, no que se refere aos itens da segunda metade do teste (item 18 ao 33), apresentam-se bastante uniformes, homogéneos e coerentes (.850). Os valores obtidos pela fórmula de Spearman-Brown garantem a equivalência entre as duas metades ao apresentarem-se iguais com uma correlação média inter-item de .789. O coeficiente de Guttman demonstra (tal como o coeficiente alfa de Cronbach) que existe nas respostas dos sujeitos um grau de coerência, uniformidade e homogeneidade satisfatório (.755).

Em resumo, os dados relativos à precisão da BSN sugerem que a utilização deste teste se revela adequado para a população portuguesa (crianças com uma média de idades de 6 anos).

A análise relativa à estabilidade dos resultados, através do método teste-reteste, não foi efetuada devido à influência da instrução formal da matemática, o que enviesaria os resultados mesmo apenas com um mês de intervalo entre as duas aplicações.

Tendo em conta a consistência dos resultados ser bastante positiva, as análises relativas à validade e aos estudos normativos ganham a partir daqui uma relevância e viabilidade adicional.

2.1.6.4. Resultados relativos à validade do teste

A validade dos resultados dá-nos informações sobre em que medida os resultados do teste medem o conhecimento que possuímos daquilo que o teste está a medir e se está a medir exatamente aquilo que pretende medir. Segundo Almeida e Freire (1997), entre outros tipos de validade, a validade de constructo é a que tem merecido maior consideração, estando presente na maioria das análises psicométricas realizadas.

Tradicionalmente, a análise fatorial dos itens e resultados é o procedimento de maior uso e reconhecimento entre autores na análise dos constructos subjacentes ao desempenho de um teste (Almeida e Freire, 1997). A análise fatorial é uma técnica estatística utilizada para agrupar variáveis correlacionadas que podem ser explicadas por um conjunto reduzido de fatores (ou constructos subjacentes ao teste). Por outras palavras, parte de intercorrelações entre os itens e é um procedimento multivariado para reduzir um conjunto de variáveis redundantes que permite identificar o que um

determinado conjunto de variáveis tem em comum através de componentes principais/fatores. Neste contexto, um fator é um conjunto de variáveis/itens que avaliam o mesmo conceito (e.g. contagem).

Neste âmbito, procedeu-se à extração dos fatores através do método de análise de componentes principais (Cooper, 1983). Um item tem um peso de saturação adequado em determinado fator se o seu valor for superior a .30. Considera-se um item ambíguo se tiver um peso de saturação adequado em mais do que um fator. No entanto, se a diferença entre os dois valores for superior a .20, consideramos que o item pertence ao fator onde obteve o valor mais elevado (Goodwin, 2003).

O método de rotação dos dados *varimax* é o mais comumente utilizado para obter uma estrutura simples dado que é o mais facilmente interpretável, pois permite explicar o máximo de variância incluída nos dados originais (antes de rotação) com o mínimo de componentes. Permite uma nova fixação das saturações, maximizando as saturações mais elevadas e reduzindo as saturações mais baixas.

Análise fatorial

Foram avaliadas situações forçando o número de fatores a 2, 4 e 7, sendo a de 7 fatores a que se revelou a melhor solução. Assim, os resultados conduziram à identificação de sete fatores (sendo o último um “não fator”) com a presença de uma certa ambiguidade entre os itens 12, 13, 23, 26, 32 e 33.

A Tabela 10 apresenta a análise de componentes principais (análise fatorial exploratória) utilizando uma rotação *varimax* com uma saturação fatorial de $\geq .40$,

considerada essencial para a interpretação dos resultados. A Tabela 11 apresenta a análise com a mesma metodologia, mas neste caso com uma saturação fatorial de $\geq .30$.

Podemos observar na Tabela 10 que o fator 1 é constituído por 7 itens (24, 25, 27, 28, 29, 30, 31 e 33) e explica 12.50 % de variância total, podendo ser designado por Transformações numéricas (com ou sem referência a um objeto). Podemos notar que no teste original, este fator está dividido em dois fatores distintos: Problemas verbais – operações numéricas verbais com referência a um objeto e Operações numéricas – operações numéricas verbais sem referência a um objeto.

O fator 2 inclui 4 itens (8, 9, 10, 11), explica 8.05% da variância total e foi definido originalmente como Identificação do número, não apresentando alterações na nossa análise fatorial.

O fator 3 é constituído por 7 itens (12, 13, 14, 15, 16, 17 e 18) e explica 7.47 % da variância total mantendo a designação de Comparações numéricas.

O fator 4 é constituído por 4 itens (19, 20, 21, 22) e explica 5.85 % da variância total, mantendo a mesma designação Cálculo não-verbal.

Os itens dos fatores anteriores agruparam bem em torno das características comuns. Desta forma, os valores dos coeficientes são adequados e a distinção entre fatores é clara. Contudo, nos fatores restantes, não observamos uma coesão tão elevada entre os respetivos itens, perdendo, portanto, a relação de conjunto.

O fator 5 é apenas constituído por 2 itens (1 e 2) e explica 4.50 % da variância total, poderia ser denominado por “Contagem”.

O fator 6 é composto por 3 itens (3, 4 e 5) com uma variância total de 4.40 %, e poderia ser designado de “Princípios de Contagem”.

O fator 7 é constituído pelos itens 26 e 32. O item 26 avalia um problema verbal com uma transformação numérica subtrativa ($6 - 4$); e o item 32 uma transformação subtrativa sem referência a objetos ($7 - 3$). O item 27 também avalia a mesma competência numérica que o item 26 mas de acordo com os resultados não está agrupado no mesmo fator.

De acordo com os resultados, o item 6, 7, 13 e o item 23 poderiam ser eliminados, dado que não se agrupam com nenhum dos restantes itens, e o 33 por se apresentar ambíguo.

Na Tabela 11, com um peso de saturação a .30, os itens 6, 13, 23, 26, 32 e 33 poderiam ser eliminados por se tratar de itens ambíguos. O item 7 também poderia ser eliminado por se apresentar isolado no fator 7 com itens ambíguos.

2.1.6.5. Resultados relativos à análise dos itens

Um instrumento de avaliação psicológica depende da qualidade dos itens que o constituem. Por isso, antes de se interpretar os resultados obtidos, é necessário considerar as características psicométricas dos itens de modo a analisar a eficácia psicométrica dos mesmos relativamente à sua capacidade para diferenciar os desempenhos dos sujeitos num teste.

No âmbito da Teoria Clássica dos Testes (TCT) procedeu-se à avaliação do nível de dificuldade e do nível de discriminação, enquanto no contexto da Teoria de Resposta aos Itens (TRI) se procedeu à identificação dos parâmetros de dificuldade e de discriminação dos itens.

Tabela 10.

Análise de componentes principais seguida de rotação varimax com saturação a .40 e percentagem de variância total

Item	Fatores						
	1	2	3	4	5	6	7
1					.809		
2					.810		
3						.438	
4						.557	
5						.681	
6	-	-	-	-	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-	-
8		.588					
9		.759					
10		.842					
11		.693					
12			.418				
13	-	-	-	-	-	-	-
14			.529				
15			.552				
16			.698				
17			.584				
18			.442				
19				.633			
20				.594			
21				.431			
22				.513			
23	-	-	-	-	-	-	-

24	.531						
25	.570						
26							.443
27	.527						
28	.659						
29	.772						
30	.776						
31	.749						
32							.459
33	.403						.456
% variância	12.50	8.50	7.47	5.85	4.50	4.40	4.26

Nota. Valores a negrito = itens ambíguos (peso de saturação adequado em mais do que um fator).

Índice de dificuldade

O Índice de Dificuldade (ID) de um item refere-se à proporção de sujeitos que respondeu corretamente a esse item. A fórmula de cálculo usada ($ID = C/N$) dá-nos o número dos sujeitos que acertaram (C) sobre a globalidade da amostra (N).

Se procurássemos analisar a possibilidade de ocorrência de respostas dadas ao acaso e penalizar os erros cometidos, a globalidade da amostra passava a integrar não só os que acertaram (C), mas também os que falharam (E), o número de alternativas de resposta para esse item (K), sobre todos os que tentaram resolvê-lo (N) (Muñiz, citado por Simões, 2000). E a fórmula passaria a ser:

$$ID = \frac{C - E}{(K - 1)N}$$

Tabela 11.

Análise de componentes principais seguida de rotação varimax com saturação a .30 e percentagem de variância total

Item	Fatores						
	1	2	3	4	5	6	7
1					.809		
2					.810		
3						.438	
4						.557	
5						.681	
6	.305						-.303
7							.620
8		.588					
9		.759					
10		.842					
11		.693					
12			.418			.388	
13			.331			.381	
14			.529				
15			.552				
16			.698				
17			.584				
18			.442				
19				.633			
20				.594			
21				.431			
22				.513			
23	.302			.400			

24	.531						
25	.570						
26	.393						.443
27	.527						
28	.629						
29	.772						
30	.776						
31	.749						
32	.370						.459
33	.403						.456

% variância	12.50	8.50	7.47	5.85	4.50	4.40	4.26
-------------	-------	------	------	------	------	------	------

Nota. Valores a negrito = itens ambíguos (peso de saturação adequado em mais do que um fator).

Para a fórmula tradicional, o leque de valores possíveis na medida do índice de dificuldade varia entre um ID = .00 e um ID = 1.0. Na segunda fórmula, perante a ocorrência de o número de respostas que falharam o item superior ao nº de sujeitos que acertaram no item, pode variar entre um -1.0 e +1.0.

Uma vez que a medida é de tipo dicotómica (resposta ao item 1= correto ou 0 = incorreto) e não constituída por itens que apresentam várias alternativas de resposta, optámos por usar a fórmula tradicional $ID = C/N$ para o cálculo do índice de dificuldade.

Visto tratar-se de uma medida sem limite de tempo e com uma escala dicotómica, a análise do ID pode ser efetuada sem risco de ambiguidade, ou seja, sem correr o risco de que as omissões de resposta possam ser tomadas como falta de tempo e não como “erro ou dificuldade”.

Em termos interpretativos, quando $ID = .00$ nenhum sujeito da amostra respondeu corretamente ao item; por outro lado, quando $ID = 1.0$, todos responderam corretamente ao item (Almeida e Freire, 1997). Anastasi (citado por Almeida e Freire, 1997) defende que se pode identificar a máxima variância interindividual dos resultados nos itens de $ID = .50$ e perto de $.50$. Isto porque com um $ID = .50$, podemos comparar melhor os resultados dos sujeitos entre si com 2500 pares de combinações dos sujeitos entre si (50×50 pares); enquanto um item com $ID = .90$, permite apenas 900 pares de combinações (90×10 pares).

Gronlund (citado por Almeida e Freire, 1997) segue a mesma linha interpretativa, ou seja, para a máxima diferenciação nos testes centrados em normas convém ter num teste itens de índice de dificuldade perto de $.50$ mas também, simultaneamente, itens que se aproximam dos limites da distribuição ($.00$ e 1.0).

Garrett (1962 citado por Simões, 2000) propõe que, itens com um nível de dificuldade entre $.25$ e $.75$ maximizam a capacidade do teste para diferenciar os desempenhos (baixos, médios e elevados) dos sujeitos num teste; logo sugere que se inclua num teste 50% de itens com ID com valores compreendidos entre os $.25$ e $.75$; 25% de itens superiores a $.75$ e 25% de itens inferiores a $.25$.

Outros autores, como Baquero (citado por Almeida, 1993b) apresentam uma proposta mais discriminativa dos níveis de dificuldade: 10% de itens muito fáceis ($.75 - .95$); 20% de itens fáceis ($.55 - .74$); 40% de itens com um ID médio ($.45 - .54$); 20% de itens difíceis ($.25 - .44$) e 10 % de itens muito difíceis ($.05 - .24$).

Em termos gerais, consideram-se itens muito difíceis quando o índice de dificuldade for inferior a $.30$ e itens muito fáceis quando for superior a $.95$. Entre as

várias linhas de interpretação, analisaremos os itens à luz da proposta de Baquero e à luz destes critérios gerais.

Índice de discriminação

Por índice de discriminação de um item entende-se o grau em que o item se diferencia no mesmo sentido do teste global. Trata-se de uma “validade interna” do item. Em termos práticos, implica que os sujeitos com melhor desempenho no teste global acertem mais naquele item e sujeitos com pior desempenho errem mais no mesmo item. Um item com poder discriminativo é, assim, aquele que diferencia os sujeitos que alcançam resultados elevados, no teste, dos sujeitos que obtêm desempenhos reduzidos.

O poder discriminativo é um coeficiente de correlação e, como tal, pode variar entre -1.0 e +1.0. Qualquer coeficiente negativo significa que são os sujeitos com pior desempenho no teste global, aqueles que melhor realizam o item em causa. Situação inversa é-nos dada pelos coeficientes positivos. Logo, apenas os itens com discriminação positiva devem ser retidos. Os valores em torno de .00 significam ausência de correlação ou poder discriminativo nulo (significa um idêntico número de sujeitos bons e fracos que acertam ou falham o item).

Como as variáveis da BSN são de tipo dicotómico, o poder discriminativo dos itens pode ser calculado através de um coeficiente de correlação bisserial (Glass e Stanley, citado em Almeida e Freire, 1997), o método mais utilizado para a determinação do índice de discriminação (Page, citado por Simões, 2000).

Segundo Hopkins e Antes (1984, citado por Simões, 2000) consideram-se itens “satisfatórios” aqueles cujos índices de discriminação se situam entre .20 e .39 e itens

“bons”, quando os valores são iguais ou superiores a .40. Em geral, como defende Kline (1976 citado por Simões, 2000), os itens devem manifestar correlações iguais ou superiores a .20,

$$\frac{\mu_{item} - \mu_{tot}}{\sigma} \sqrt{\frac{N_{acertos}N_{tot}}{N_{falhas}(N_{tot} - 1)}}$$

onde μ_{item} e μ_{tot} são as médias da BSN obtidas em quem acerta o item e no total, σ é o desvio padrão, $N_{acertos}$, N_{falhas} e N_{tot} são os números de indivíduos que acertaram, falharam e total para cada item.

Relação entre índice de dificuldade e poder discriminativo

Existe uma relação entre o índice de dificuldade e o poder discriminativo de um item. Os itens muito fáceis ou muito difíceis têm menor capacidade de discriminação entre os sujeitos com melhor e pior desempenho no teste. Inversamente, são os itens de índice de dificuldade médio que, à partida, podem permitir níveis mais elevados de discriminação.

Deste modo, em termos psicométricos, interessava reter no teste uma maioria de itens com níveis de dificuldade intermédios, alguns mais difíceis e outros mais fáceis. Na análise do poder discriminativo só interessavam itens com coeficientes positivos e quanto mais elevados melhor.

Segundo Almeida e Freire (1997), entre dois itens que cumprem a mesma função em termos de índice de dificuldade e poder discriminativo, seria mais importante reter o de poder discriminativo mais elevado pois associa-se a coeficientes de fidelidade mais elevados que vão no sentido da homogeneidade do teste

Tabela 12.

Análise dos itens de acordo com a Teoria Clássica dos Itens

<i>Item</i>	Índice de Dificuldade	Baquero (1974)	Poder Discriminativo	Hopkins e Antes (1984)
1	.99	MF	.17	I
2	.98	MF	.23	S
3	.97	MF	.18	I
4	.98	MF	.14	I
5	.90	MF	.22	S
6	.67	F	.42	B
7	.63	F	.08	I
8	.42	D	.05	I
9	.35	D	.56	B
10	.21	MD	.53	B
11	.08	MD	.37	S
12	.85	MF	.44	B
13	.46	M	.37	S
14	.93	MF	.34	S
15	.83	MF	.47	B
16	.78	MF	.50	B
17	.80	MF	.49	B
18	.73	F	.42	B
19	.91	MF	.34	S
20	.87	MF	.36	S
21	.66	F	.35	S
22	.93	MF	.27	S
23	.88	MF	.44	B

24	.56	F	.61	B
25	.73	F	.58	B
26	.49	M	.53	B
27	.66	F	.57	B
28	.84	MF	.58	B
29	.72	F	.64	B
30	.65	F	.64	B
31	.70	F	.63	B
32	.36	D	.61	B
33	.35	D	.63	B

Nota. Índice de dificuldade e índice discriminatório por item segundo os critérios de Baquero (1974) e Hopkins & Antes (1984). MF = muito fácil; F = fácil; M = médio; D = difícil; MD = muito difícil; I = insatisfatório; S = satisfatório; B = bom.

Os resultados encontrados não se ajustam aos critérios adequados definidos por Baquero (1974) (ver Tabela 12). Encontrámos quinze itens muito fáceis (44.5% quando o ideal seria 10%) e dez considerados fáceis (30.3%, quando o ideal seria 20%). Existem apenas dois itens com um índice de dificuldade médio (6.4%, o ideal seria 40%). Quatro itens difíceis e dois muito difíceis (respetivamente 12.3% e 6.4%, quando o ideal seria 20% e 10%).

Uma distribuição aceitável dos índices de dificuldade dos itens é encontrada quando utilizamos os parâmetros definidos por Garrett (1962). Verificamos que 42% dos itens (14 em 33) apresentam um índice de dificuldade entre .25 e .75, o que nos permite dizer que, em geral, o índice de dificuldade é aceitável com taxas de acerto próximas dos 50%. No entanto, há um número elevado de itens muito fáceis (17 itens com $p > .75$) e apenas 2 muito difíceis com valores de p inferiores a .25.

Se procurarmos utilizar um critério diferente dos propostos por Baquero ou Garrett, por exemplo, com um *cut-off* de 95% e 30%, a flutuação da taxa de acertos de cada item altera-se moderadamente (ver Figura 3). Com este critério, verificamos que seis itens apresentam um índice de dificuldade muito fácil com *cut-off* de 95% de acertos (item 1-6 e 22) e dois itens muito difíceis (item 10 e 11) com um *cut-off* de 30% de acertos. Os restantes itens (24 itens) mostram um índice de dificuldade médio. Em geral, a maior parte dos itens dos subtestes Contagem e Princípios de Contagem apresentam um índice de dificuldade insatisfatório.

Figura 3. Taxas de Acertos por Item

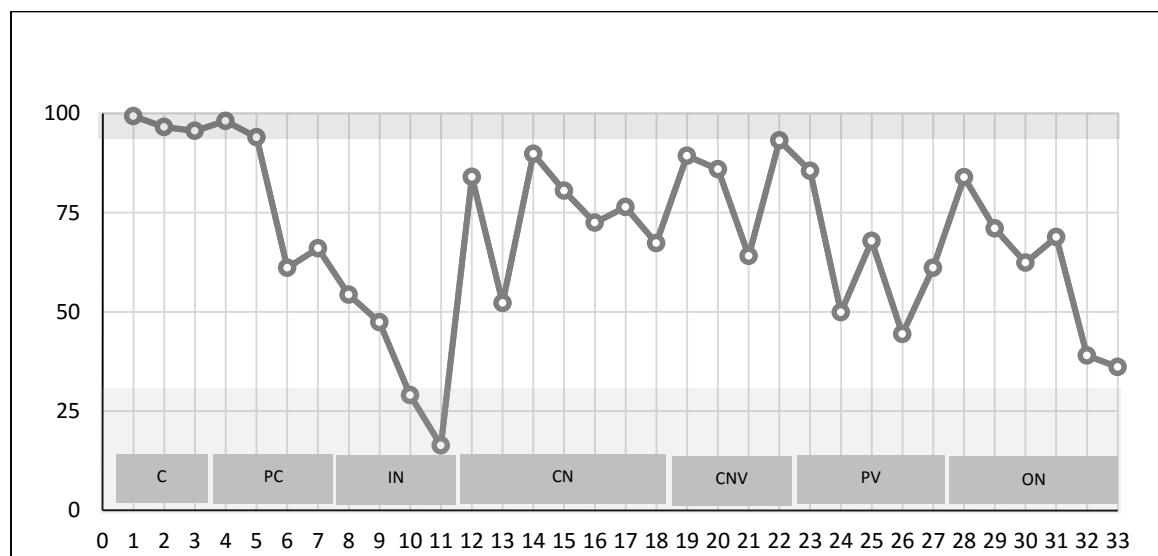


Figura 3. Apresenta a variabilidade de acertos entre os 0% e os 100% de acertos em função de cada item da BSN e por subteste. C = Contagem; PC = Princípios de Contagem; IN = Identificação do Número; CN = Comparações numéricas; PV = Problemas Verbais; ON = Operações numéricas. As linhas horizontais apresentam os critérios utilizados para itens fáceis (um *cut-off* de 95%) e para itens difíceis (um *cut-off* de 30%).

A análise dos itens diverge consoante os critérios interpretativos seguidos.

Globalmente, poderemos inferir que o índice de dificuldade dos itens é relativamente

aceitável: o nível médio dos 33 itens é de .42. Contudo, é importante salientar que o valor médio de .42 deve-se a um número bastante elevado de itens muito fáceis e a um número bastante baixo de itens considerados difíceis, não sendo resultado da presença ideal de um maior número de itens de +índice de dificuldade médio.

Na avaliação do índice de discriminação (PD), verificamos que, de acordo com os valores considerados na terminologia de Hopkins e Antes (citado por Simões, 2000), 60% dos itens apresentam um poder discriminativo bom (valores superiores a .40) e 21% dos itens apresentam um poder discriminativo satisfatório (valores entre .20 e .39).

Em resumo, tomando como referência o critério defendido por Kline (1986, citado por Simões, 2000), segundo o qual, idealmente os itens devem manifestar correlações iguais ou superiores a .20, verificamos que todos os itens (com exceção do item 1, 3, 4, 7 e 8) apresentam coeficientes bastante aceitáveis.

2.1.6.6. Resultados intercorrelacionais

Conforme podemos observar na Tabela 13, a Contagem (C) e os Princípios de contagem (PC) são os subtestes que apresentam intercorrelações mais fracas.

As Comparações numéricas (CN) com $r = (2243) = .758, p < .01$, os Problemas verbais (PV), com $r = (2243) = .805, p < .01$ e as Operações numéricas (ON), com $r = (2243) = .853, p < .01$ são as que se apresentam intercorrelações mais fortes com os valores da BSN total. Em geral, a BSN total apresenta uma correlação moderada a forte (entre .30 e .85) com os seus subtestes.

Tabela 13.

Intercorrelações entre os subtestes da BSN e a BSN total

	C	PC	ID	CN	CNV	PV	ON	BSN
C	1							
PC	.160**	1						
ID	.141**	.204**	1					
CN	.236**	.236**	.391**	1				
CNV	.233**	.182**	.201**	.342**	1			
PV	.211**	.266**	.386**	.484**	.382**	1		
ON	.213**	.245**	.469**	.536**	.336**	.657**	1	
BSN	.326**	.426**	.649**	.758**	.532**	.805**	.853**	1

Nota. C = contagem; PC = princípios de contagem; IN = identificação do número; CN = comparações numéricas; CNV = cálculo não-verbal; PV = problemas verbais; ON = operações numéricas; BSN = bateria sentido de número.

** $p < .01$

2.1.6.7. Resultados relativos às variáveis individuais e sociodemográficas

Os dados serão apresentados a partir das médias e desvios padrão das variáveis idade, sexo, região geográfica, habilitações literárias e nível socioeconómico dos pais em função do desempenho da BSN.

Idade

A idade é conceptualizada como uma variável importante no desenvolvimento cognitivo e psicológico do sujeito. É em função da idade que se verificam mudanças cognitivas e psicológicas no desenvolvimento do sujeito e um fator de diferenciação do seu desempenho. Deste modo, a idade cronológica constitui uma fonte de variabilidade dos

resultados de um teste, particularmente notória na infância e na adolescência (Almeida e Freire, 1997).

Na Tabela 14, figuram os valores das médias e dos desvios padrão dos resultados obtidos na BSN considerando os grupos etários, bem com o número de crianças incluídas em cada um dos grupos de aplicação. Denota-se uma variabilidade no desempenho da BSN nos quatro grupos etários.

Tabela 14.

Médias e desvio padrão dos resultados obtidos na BSN por grupo etário

<i>Grupos etários</i>	<i>n</i>	<i>Média</i>	<i>Desvio-padrão</i>
5 anos	262	20.87	6.10
6 anos	1854	23.40	5.62
7 anos	98	19.61	6.18
8 anos	17	18.18	6.03
Total	2231		

Nota. *n* = tamanho da amostra.

Sexo

As diferenças de género são, habitualmente, objeto de uma análise comparativa individualizada dos resultados de um determinado instrumento de avaliação de modo a detetar diferenças que possam ser importantes ao nível de itens ou subteste específicos.

Na Tabela 15 figuram os valores das médias e dos desvios padrão dos resultados do desempenho na BSN para o sexo masculino e para o sexo feminino.

Tabela 15.

Médias e desvios padrão dos resultados da BSN por grupo etário e sexo

<i>Grupos etários</i>	<i>RAPAZES</i>			<i>RAPARIGAS</i>		
	<i>n</i>	<i>MD</i>	<i>DP</i>	<i>n</i>	<i>MD</i>	<i>DP</i>
5 anos	144	21.30	5.83	118	20.25	6.38
6 anos	940	23.79	5.77	914	22.99	5.44
7 anos	55	18.85	6.48	43	20.58	5.70
8 anos	12	19.58	4.67	5	14.80	8.04
Amostra total	1158	23.19	-	1088	22.53	-

Nota. *n* = tamanho da amostra; MD = média; DP = desvio padrão.

Nos dois primeiros grupos etários (5 e 6 anos), o resultado médio alcançado na BSN é superior nos rapazes em relação ao desempenho médio das raparigas em cerca de 2 pontos. Na amostra total, observamos que a média de desempenho na BNS para os rapazes é ligeiramente superior (*MD* = 23.19 pontos) à média total do desempenho para as raparigas (*MD* = 22.53 pontos).

Região geográfica

São mencionados na Tabela 16 os resultados do desempenho da BSN referentes às médias e aos desvios-padrão por região geográfica.

As regiões Centro Interior (Santarém, Sardoal), Centro Litoral (Ílhavo, Maxial, Campelos), Algarve e a RA dos Açores (Arrifes e Ribeira Grande) apresentam desempenhos na BSN abaixo da média nacional (*MD* = 22.87).

Tabela 16.

Médias e desvios padrão dos resultados da BSN por região geográfica

	<i>n</i>	<i>MD</i>	<i>DP</i>
<i>Região geográfica</i>			
Norte Interior	226	24.45	5.10
Norte Litoral	248	23.70	5.71
Centro Interior	165	21.76	5.26
Centro Litoral	134	21.94	6.32
Lisboa e Vale do Tejo	276	23.72	5.91
Península de Setúbal	334	23.47	5.41
Sul Interior (Alentejo)	134	24.52	5.34
Sul Litoral (Algarve)	119	20.98	6.43
RA Madeira	308	23.78	5.60
RA Açores	302	19.68	5.60
Amostra total	2246	22.87	5.87

Nota. Valores a negrito = valores abaixo da média nacional. *n* = tamanho da amostra; MD = média; DP = desvio padrão; RA = região autónoma.

A região autónoma dos Açores apresenta os resultados médios mais baixos na BSN em relação a todas as outras regiões geográficas. O Norte e Sul Interior apresentam desempenhos médios um ponto acima dos resultados globais da BSN. Constata-se que existem assimetrias nos resultados na BSN entre o território continental e a região autónoma dos Açores, mas não entre o território continental e a região autónoma da Madeira.

Tabela 17.

Médias e desvios padrão dos resultados do desempenho da BSN por idade e região geográfica (litoral vs interior)

<i>Grupos etários</i>	<i>REGIÃO GEOGRÁFICA</i>					
	<i>LITORAL</i>			<i>INTERIOR</i>		
	<i>n</i>	<i>MD</i>	<i>DP</i>	<i>n</i>	<i>MD</i>	<i>DP</i>
5 anos	81	21.16	5.96	127	21.57	5.87
6 anos	810	23.33	5.80	820	23.35	5.59
7 anos	211	23.26	6.11	160	20.54	5.43
8 anos	6	20.00	5.29	20	16.65	6.79

Nota. Média nacional = 22.87. *Nota.* n = tamanho da amostra; MD = média; DP = desvio padrão.

Se procurarmos escrutinar a amostra em termos de desempenho da BSN por área geográfica litoral e interior, verificamos que não existem assimetrias entre as regiões do litoral e do interior. Todavia, na faixa etária dos 7/8 anos (crianças retidas no 1º ano de escolaridade), as crianças residentes no interior (tanto em território continental como nos arquipélagos dos Açores e da Madeira) apresentam resultados na BSN inferiores comparativamente às crianças que vivem no litoral.

Nível socioeconómico dos pais

O nível socioeconómico, relativamente à profissão dos pais (ou substitutos) foi indagado num breve questionário preenchido pelos encarregados de educação das crianças em estudo. A recolha deste tipo de informação relaciona-se com o facto de que, na literatura científica, o estatuto socioeconómico dos pais, estar frequentemente

associado ao desempenho escolar. Crianças advindas de um meio socioeconómico baixo apresentam desempenhos mais baixos em comparação com crianças de outros meios socioeconómicos (Jordan e Levine, 2009).

Santos e Graminha (2005) na sua pesquisa sobre a influência de diferentes aspetos do contexto familiar sobre o rendimento escolar de crianças do 1º e 2º Ciclo do Ensino Básico sugerem que o ambiente familiar das crianças de baixo rendimento escolar apresenta também níveis socioeconómicos e de escolaridade mais baixos. As famílias das crianças com alto rendimento escolar, por sua vez, dispõem de um ambiente mais rico em termos de materiais e estímulos para o desenvolvimento, sendo as mães participantes mais ativas das reuniões escolares (Duncan e Brooks-Gunn, 1997; McLoyd, 1998; McLoyd e Wilson, 1991; Ramey e Ramey, 1998).

Outras pesquisas realçam a influência do estatuto socioeconómico na capacidade da família em fornecer um ambiente estimulante familiar que eventualmente irá contribuir para o sucesso no desempenho escolar (Duncan e Brooks-Gunn, 1997; Fox, Platz, e Bentley, 1995; McLeod e Shanahan, 1993). Para além de que, a família pode influenciar positivamente a criança, motivá-la para os estudos e proporcionar-lhe as competências interpessoais para um bom relacionamento com professores e colegas.

Utilizámos uma classificação em três níveis: baixo nível socioeconómico (NSE 1), médio nível socioeconómico (NSE 2) e alto nível socioeconómico (NSE 3). Se analisarmos as Tabelas 18 e 19 verificamos os resultados médios por nível socioeconómico dos pais e por grupo etário. Os resultados médios na BSN aumentam de acordo com o NSE dos pais independentemente do grupo etário a que as crianças

pertencem. Estes resultados demonstram que as crianças com NSE 1 têm resultados médios mais baixos do que as crianças de NSE 2 e 3.

Tabela 18.

Médias e desvios padrão dos resultados da BSN por grupo etário e nível socioeconómico da mãe

NÍVEL SOCIOECONÓMICO									
	BAIXO			MÉDIO			ALTO		
	<i>n</i>	<i>MD</i>	<i>DP</i>	<i>N</i>	<i>MD</i>	<i>DP</i>	<i>N</i>	<i>ME</i>	<i>DP</i>
<i>GE</i>									
5 anos	84	19.96	5.79	70	22.04	5.99	37	23.86	5.11
6 anos	739	21.80	5.88	478	24.23	5.18	352	25.73	4.68
7 anos	217	20.84	5.72	72	22.90	5.68	69	25.17	5.83
8 anos	25	17.20	6.57	1	-	-	-	-	-

Nota. n = tamanho da amostra; MD = média; DP = desvio padrão; GE = grupo etário.

Nível de educação dos pais

Na última década, temos testemunhado um renovado interesse em relação à experiência precoce da criança sem instrução formal e o seu desenvolvimento na aprendizagem escolar. Evidências de várias fontes têm convergido no sentido de sugerir que a estimulação e o apoio em contexto familiar durante a infância são uma forte influência no desenvolvimento cognitivo e linguístico durante os primeiros anos escolares (e.g. Melhuish et al., 2008).

Segundo o estudo de Menezes-Filho (2001) as variáveis que mais explicam o DM são as características familiares e do aluno, tais como, o nível de educação da mãe. Ter uma mãe com ensino superior aumenta o desempenho no 4º ano de escolaridade em cerca de 3 pontos percentuais. Também Jimerson, Egeland e Teo (1999) aduzem que o nível de educação dos pais tem uma influência direta e positiva no desempenho escolar das crianças no primeiro ciclo de estudos.

Tabela 19.

Médias e desvios padrão dos resultados da BSN por grupo etário e nível socioeconómico do pai

	NÍVEL SOCIOECONÓMICO								
	BAIXO			MÉDIO			ALTO		
	N	MD	DP	N	MD	DP	N	MD	DP
<i>GE</i>									
5 anos	115	20.33	5.91	52	23.15	5.49	18	24.89	3.74
6 anos	852	22.25	5.72	371	24.67	5.16	275	25.97	4.74
7 anos	217	21.02	5.79	59	24.31	5.40	58	25.26	5.40
8 anos	25	17.02	6.57	1	-	-	-	-	-

Nota. n = tamanho da amostra; MD = média; DP = desvio padrão; GE = grupo etário

O estudo de Melhuish et al. (2008) aponta que a educação da mãe é o fator sociodemográfico que mais influencia o DM em comparação com a educação do pai, rendimento familiar, ambiente de aprendizagem familiar, estatuto socioeconómico, entre outros.

Neste sentido, optámos por analisar a variável *nível de educação* e a sua relação com os resultados da BSN. Utilizámos uma classificação em três níveis: baixo nível de educação (até 4º ano de escolaridade), médio (nível secundário) e alto (curso superior) nível de educação.

Podemos observar nas Tabelas 20 e 21 que as crianças cujos pais apresentam níveis de educação primário (até 4º ano de escolaridade) têm um desempenho mais baixo na BSN comparativamente com crianças de pais de níveis de educação secundário ou superior independentemente do grupo etário a que pertencem.

Tabela 20.

Médias e desvios padrão dos resultados da BSN por grupo etário e nível de educação da mãe

	NÍVEL DE EDUCAÇÃO MÃE								
	Primário			Secundário			Superior		
	<i>n</i>	<i>MD</i>	<i>DP</i>	<i>n</i>	<i>MD</i>	<i>DP</i>	<i>n</i>	<i>MD</i>	<i>DP</i>
<i>GE</i>									
5 anos	13	17.08	6.43	124	21.23	5.98	38	24.55	4.90
6 anos	109	18.68	6.02	835	23.28	5.39	409	26.07	4.68
7 anos	54	18.89	5.26	161	22.93	5.76	68	25.10	5.67
8 anos	8	16.50	6.16	4	22.25	4.27	-	-	-

Nota. n = tamanho da amostra; MD = média; DP = desvio padrão; GE = grupo etário.

Tabela 21.

Médias e desvios padrão dos resultados da BSN por grupo etário e nível de educação do pai

	NÍVEL DE EDUCAÇÃO PAI								
	Primário			Secundário			Superior		
	<i>n</i>	<i>MD</i>	<i>DP</i>	<i>n</i>	<i>MD</i>	<i>DP</i>	<i>n</i>	<i>MD</i>	<i>DP</i>
<i>GE</i>									
5 anos	23	18.00	5.17	93	22.31	5.67	25	25.24	3.98
6 anos	160	20.41	5.53	731	24.06	5.23	279	25.96	4.80
7 anos	56	19.39	5.28	153	23.07	5.90	45	25.27	5.40
8 anos	11	18.55	5.22	2	21.00	2.82	-	-	-

Nota. n = tamanho da amostra; MD = média; DP = desvio padrão; GE = grupo etário.

Em resumo, a análise das variáveis individuais e sociodemográficas constitui uma fonte de variabilidade nos resultados do teste. Denota-se uma variabilidade no desempenho da prova nos quatro grupos etários (5-8 anos), estando as crianças do grupo etário dos 7 e 8 anos abaixo da média nacional. Na variável Sexo, o resultado médio alcançado é superior nos rapazes em relação ao desempenho médio das raparigas.

As regiões Norte e Sul Interior apresentam um desempenho na BSN ligeiramente acima da média nacional enquanto as regiões do Algarve (Litoral Sul) e RA Açores apresentam valores abaixo da média nacional.

Quando se tem em atenção variáveis sociodemográficas como a dicotomia litoral vs interior, estas não constituem uma fonte de variabilidade nos resultados do teste. As

crianças residentes no interior não manifestam desempenhos mais baixos no desempenho da BSN em comparação com crianças residentes no litoral.

No que se refere às variáveis socioeconómicas, as crianças oriundas de um meio socioeconómico (NSE) e nível de educação (NE) baixos apresentam resultados na BSN abaixo da média nacional o que não acontece com crianças de pais de NSE e NE médio e alto.

Apesar das variações encontradas, não podemos considerar estes fatores (idade, sexo, educação dos pais, área de residência) como causas propriamente ditas do desenvolvimento do SN, apenas como fatores que podem influenciam o SN. Em estudos futuros, seria pertinente analisar com maior profundidade estes resultados, apresentando análises de variância para verificar se as diferenças de médias encontradas eram estatisticamente significativas e aprofundar um quadro teórico que sustentasse os resultados encontrados.

2.1.6.8. Resultados relativos às estratégias de contagem

Na Tabela 22, apresentamos a percentagem de resposta nas estratégias utilizadas pelas crianças na resolução dos itens dos subtestes Problemas verbais e Operações numéricas da BSN de acordo com os resultados da amostra total (T) e de dois grupos de rendimento na BSN (Grupo A e C). De acordo com o nosso quadro teórico, as crianças podem ser consideradas como estando em risco de terem futuras dificuldades na aprendizagem da matemática quando os resultados da BSN se situam abaixo do percentil 25 (Grupo A). As crianças sem risco de terem dificuldades futuras na matemática estão acima do percentil 75 nos resultados da BSN (Grupo C). As estratégias de cálculo

analisadas foram as seguintes: contagem pelos dedos (D), contagem verbal (V), contagem com o recurso a lápis/papel (LP) e com o recurso de fichas (F). A estratégia não observada foi conotada como mental (M).

Em comparação com as do Grupo C (alto SN), podemos verificar que as crianças do Grupo C (baixo SN) utilizam menos os dedos, as fichas e lápis/papel tendo preferência por darem respostas sem nenhuma estratégia observada. Apenas nos itens 23 e 28 cuja transformação numérica incide no “ $2 + 1$ ” não existem muitas diferenças ao nível do desempenho entre os dois grupos. Por exemplo, no item 23, 84.2% das crianças do Grupo A e 70.1% do Grupo C não utilizou nenhuma estratégia de contagem, ou seja, optaram por utilizar a estratégia “mental” na resolução da transformação numérica aditiva “ $2 + 1$ ”.

A estratégia de contagem “verbal” apresenta uma percentagem muito baixa em todos os itens ($< 2\%$), sendo muito poucas as crianças que recorreram a esta de forma isolada na resolução de operações aritméticas, sem envolverem, em simultâneo, a contagem pelos “dedos”. Neste caso, optámos pelo registo da estratégia “dedos” quando observámos a presença, em simultâneo, de ambas as estratégias. Todavia, esta situação já era defendida por Fuson (1982) na referência do uso espontâneo de estratégias mistas (contagem pelos dedos e contagem verbal) em crianças no primeiro ano de escolaridade.

Relativamente ao recurso a “fichas” em comparação com o recurso ao “papel e lápis”, verifica-se que as crianças com alto SN recorrem mais às fichas e ao uso do papel e do lápis do que as crianças com baixo SN. Entre as duas estratégias, as crianças com alto SN preferem usar mais as fichas do que ao papel e o lápis.

Tabela 22.

Estratégias de contagem por grupo de rendimento na BSN

		<i>Estratégias de contagem</i>			
<i>Grupo</i>		<i>Dedos</i>	<i>Mental</i>	<i>Fichas</i>	<i>Papel/Lápis</i>
Item 23	A (n =693)	10.3	84.2	1.2	1.8
	C (n =600)	17.6	70.1	8.5	4.3
	Total (n =2189)	15.6	75.6	5.8	2.6
Item 24	A (n =693)	22.7	69.2	0.3	2.8
	C (n =577)	50.6	29.3	14.6	4.3
	Total (n =2166)	41.9	43.8	9.2	3.2
Item 25	A (n =693)	25.3	67.2	3.1	2.8
	C (n =573)	46.6	34.8	14.0	3.9
	Total (n =2162)	40.6	45.6	9.3	3.3
Item 26	A (n =692)	21.1	70.2	4.0	2.7
	C (n =551)	54.2	22.0	19.1	3.8
	Total (n =2107)	42.3	40.8	12.5	3.1
Item 27	A (n =691)	19.7	72.5	3.8	2.4
	C (n =549)	46.7	32.9	16.8	2.9
	Total (n =2106)	38.5	46.5	11.7	2.5
Item 28	A (n =688)	29.7	64.5	2.5	0.8
	C (n =512)	22.7	71.1	3.1	2.6
	Total (n =2085)	30.6	63.2	3.0	1.9
Item 29	A (n =690)	35.0	57.0	3.7	1.4
	C (n =507)	39.6	50.7	6.4	5.8
	Total (n =2089)	45.5	45.2	5.8	2.2
Item 30	A (n =690)	35.4	56.1	4.5	0.6
	C (n =588)	59.1	27.2	10.0	2.8

	Total (n =2091)	55.3	32.9	8.1	1.9
Item 31	A (n =691)	37.6	54.1	5.2	0.6
	C (n =479)	59.3	27.5	9.3	2.5
	Total (n =2062)	56.5	31.6	8.3	1.9
Item 32	A (n =693)	25.8	62.9	7.0	1.0
	C (n =693)	61.7	19.8	14.9	2.6
	Total (n =1799)	51.8	32.5	11.8	2.1
Item 33	A (n =693)	24.8	69.1	5.6	0.7
	C (n =693)	60.6	20.3	15.6	2.6
	Total (n =1833)	50.7	34.5	11.1	1.8

Nota. Percentagens de resposta nas estratégias de contagem por grupo de rendimento (A = baixo SN, $\leq$ P25; C = alto SN, $\leq$ P75). A estratégia de resposta “verbal” não foi contabilizada por rondar os 2% em ambos os grupos de rendimento. Os itens 23 - 27 pertencem ao subteste Problemas verbais. Os itens 28 - 33 estão agrupados no subteste Operações numéricas.

2.1.7. Discussão

O objetivo do estudo assentou na aferição da BSN para a população portuguesa.

Para isso necessitámos de analisar estudos teóricos que sustentem a utilidade e importância da prova, nomeadamente os estudos de Jordan e colaboradores, autores da prova. Foi também necessário proceder a estudos empíricos que sustentem essa finalidade e analisar a eficácia psicométrica da BSN. Como considerações finais convém destacar os seguintes resultados empíricos.

A amostra utilizada, que consideramos representativa da nossa população, com um n da amostra total superior a 380, é numerosa e heterogénea quanto à sua repartição pelas regiões em território nacional e quanto à sua distribuição pelo tipo de região (litoral ou interior). Foi observado um número idêntico de rapazes e de raparigas com uma diferença de apenas 3.2 pontos percentuais, sendo a maior parte da amostra referente ao

grupo etário dos 6 anos (o que reflete a realidade nacional na população-alvo). A elaboração de normas da BSN por níveis de idade revela que a média nacional de crianças que deram entrada ou que frequentam o 1º ano de escolaridade se encontra nos 22.87 pontos. Os valores normativos da BSN permitem que os resultados do teste possam ser generalizados para a população portuguesa.

No que se refere à primeira questão de pesquisa, o teste apresenta boas qualidades psicométricas ao nível da fidelidade, validade e análise dos itens.

Os resultados referentes à precisão ou fidelidade do teste (consistência interna dos resultados no teste) atingem valores adequados para os diferentes grupos etários. Isto significa que temos confiança em fazer interpretações fiáveis dos resultados da BSN total. No entanto, a consistência interna por subteste apresenta-se baixa com exceção dos Problemas verbais e Operações numéricas o que se recomenda algum cuidado a ter na interpretação dos resultados por subteste.

Para medir a validade de constructo foi utilizada uma análise fatorial. Foram identificados sete fatores (sendo o último um “não fator”) e a presença de uma certa ambiguidade entre os itens 12, 13, 23, 26, 32 e 33. De acordo com os resultados, quer o item 6, quer o 7, estão totalmente desenquadrados dos restantes. Sendo considerados erros e pseudo-erros de contagem pelos autores do teste, estes não fazem parte das experiências quotidianas de contagem do sujeito e talvez por isso seja difícil a sua identificação. Por exemplo, raramente o sujeito observa nas suas experiências quotidianas a correspondência dois termos a um termo (ao invés da correspondência termo a termo). Com a exceção destes dois itens, a medida apresenta uma boa validade de constructo, medindo exatamente aquilo que pretende medir – ou seja, o SN.

Tendo em conta os critérios mais tradicionais de adequação psicométrica da análise de itens, em termos de índice de dificuldade, verificamos a existência de um número considerável de itens muito fáceis, um número mais reduzido de itens muito difíceis, e a relativa ausência de itens de dificuldade intermédia. Contudo, os resultados podem ser qualificados como positivos dado que o nível de dificuldade dos itens é relativamente aceitável (nível médio próximo dos 50%) embora não estejamos na presença ideal de um maior número de itens de nível de dificuldade médio. Quanto ao índice discriminativo, apenas os itens 1, 3, 4, 7 e 8, associados à Contagem e Princípios de contagem (com exceção do item 8), não apresentam um poder discriminativo satisfatório ou bom.

Em resumo, o teste apresenta boas qualidades psicométricas. De acordo com os resultados, o item 7 poderia ser eliminado.

Relativamente à segunda questão de pesquisa, a BSN total apresenta uma correlação moderada a forte (entre .30 e .85) com os seus subtestes. A Contagem e os Princípios de contagem são os subtestes que apresentam intercorrelações mais fracas. As Comparações numéricas, os Problemas verbais e as Operações numéricas apresentam correlações fortes com a BSN total.

Relativamente à terceira questão de pesquisa, procurámos também recolher informação adicional no que se refere às estratégias mobilizadas pelas crianças para a produção de uma resposta. As crianças com um desempenho na BSN acima da média (Grupo C) optam por usar a contagem pelos dedos, enquanto as crianças com um desempenho abaixo da média na BSN (Grupo A) não foi observada nenhuma estratégia (Mental). Neste sentido, as crianças do Grupo A não recorrem a nenhum instrumento

auxiliar, optando por dar meras respostas aparentemente aleatórias (ou não observáveis). No que se refere ao uso dos dedos, os nossos resultados vão de encontro aos resultados dos estudos de Jordan e colaboradores. Jordan et al. (1992; 1994) reportam que o uso dos dedos está associado a um melhor desempenho nas operações numéricas (e.g. Quanto é $2 + 3$?) no jardim-de-infância e primeiro ano de escolaridade e que as crianças com pior desempenho na BSN raramente utilizam os seus dedos espontaneamente. Entre o recurso às fichas ou ao desenho, as crianças de ambos os grupos preferem recorrer às fichas, talvez por se tratar de uma via concreta para a resolução de uma tarefa simbólica. Para além disso, as crianças do pré-escolar ainda não foram estimuladas o suficiente para recorrerem ao uso do papel/lápis na resolução de tarefas simbólicas. Podem recorrer ao desenho como uma representação da sua realidade (por exemplo, desenhar o pai, a mãe, a escola) mas não ainda como uma realidade abstrata que implique a resolução de uma tarefa de cálculo.

Potencialidades do teste

Em corroboração com estudos feitos nos E.U.A pelos autores da BSN (Jordan et al., 2007; Jordan et al., 2007; Jordan et al., 2010) os nossos resultados demonstram que a BSN apresenta um forte potencial para identificar com precisão alunos em risco de terem dificuldades na matemática e a partir da análise das estratégias utilizadas pelas crianças com baixo SN desenvolver atividades e jogos que estimulem o SN como uma instrução adicional preventiva.

Em torno de sensibilidade do teste, a distribuição da população estudada apresenta-se não normal. Isto prende-se com o facto de a BSN discriminar mais

resultados com valores médios inferiores à média nacional do que valores superiores à média. Deste modo, os nossos resultados potenciam o objetivo da BSN na identificação de alunos em risco de falharem na aprendizagem inicial da matemática.

Outra das potencialidades desta medida reside na sua validade externa, ou seja, a sua extrapolação para a população portuguesa. Consideramos que todo o território do continente e ilhas está representado na amostragem de uma forma proporcional à população estudantil alvo - 1º ano de escolaridade (ao contrário da medida original que apenas foi adaptada e validada para apenas num dos estados dos Estados Unidos da América). Deste modo, a BSN permite uma implicação prática imediata ao poder ser aplicada nas crianças portuguesas independentemente da região geográfica em que residem, com vista a rastrear o SN desde o jardim-de-infância ao início do 1º ano de escolaridade e a identificar crianças em risco de falharem na matemática nos primeiros anos de escolaridade.

Segundo Simões (2000), a aferição de um teste pressupõe também que um estudo apresente a forma como os resultados obtidos pelos sujeitos podem ser influenciados (não necessariamente com uma natureza causal) por variáveis relativas ao desenvolvimento (e.g. idade cronológica, ano escolar); pelas diferenças individuais (sexo); pela natureza sociodemográfica (e.g. região geográfica ou tipo de região); e pelo nível socioeconómico (e.g. habilitações literárias ou profissão dos pais). Optámos por não apresentar um estudo exaustivo relativamente aos resultados da BSN em função das diferenças individuais e das variáveis sociodemográficas e económicas o que abre espaço para novas e futuras linhas de investigação.

Por outro lado, se a validade preditiva da BSN em crianças portuguesas for considerada moderada a forte no DM, a sua aplicação permite desenvolver esforços para desenvolver programas de estimulação ao nível do SN em crianças de alto risco durante o pré-escolar e primeiros anos de escolaridade, o que poderia resultar em ganhos significativos no DM. A análise da validade preditiva do sentido de número (medido pela BSN) no DM passa a ser o objetivo geral do estudo que se segue.

2.2. Estudo II – Sentido de Número e Predição do Desempenho em Matemática em Crianças Portuguesas

Neste estudo procuramos medir a validade preditiva da BSN e perceber se os resultados do SN se correlacionam com o desempenho em matemática (DM) ao longo do primeiro ano de escolaridade. Para isso, os valores obtidos pela BSN serão correlacionados com os valores obtidos nas medidas de DM.

As seguintes questões de pesquisa foram consideradas:

- 1) O SN no início do ensino formal prediz o DM no final do 1º ano de escolaridade?
- 2) Qual é a relação entre as competências numéricas (em particular, a contagem, comparações numéricas e as operações numéricas) e o DM no final do 1º ano em crianças com baixo, médio e alto SN?
- 3) Há diferenças significativas entre os três grupos de rendimento na BSN (baixo, médio e altas SN) e o desempenho em matemática em três momentos de avaliação ao longo do 1º ano de escolaridade?

2.2.6. Objetivos

Como objetivo geral, compreender a relação entre os resultados do SN e o DM. Em particular, analisar a relação entre o SN e o DM em crianças com baixo, médio e alto sentido de número matriculadas no 1º ano de escolaridade de escolas públicas portuguesas.

2.2.7. Participantes

Foram selecionadas 222 crianças que fizeram parte da amostra do Estudo I, divididas em 2 amostras.

A Amostra 1 foi composta por 123 crianças de um agrupamento de escolas da região de Lisboa com quatro instituições escolares do 1º CEB e sete turmas. Com uma média de 6.4 anos de idade, 71% das crianças são do sexo masculino. Cerca de metade das crianças são provenientes de famílias com um nível de educação secundário.

A Amostra 2 foi constituída por 222 crianças (incluindo as 123 crianças da Amostra 1), matriculadas em escolas pertencentes ao meio urbano (87.4%) e ao meio rural (12.6%), distribuídas em quatro agrupamentos escolares. No total, os participantes estavam distribuídos por 8 escolas do 1º CEB e 17 turmas do 1º ano de escolaridade: sete escolas localizadas na região de Lisboa (6 em Lisboa e 1 em Carnide) e uma no distrito de Beja (Almodôvar) com duas turmas (*ver* Tabela 23). A média de idades é de 6.02 ($DP = .391$), 117 dos 222 participantes são do género masculino e 105 do género feminino. Não foram encontradas diferenças significativas entre as médias da BSN na variável Sexo, $t(144) = 1.672$, $p = .106$, nem entre as médias da BSN nos meios litoral e interior, $t(144) = 1.826$, $p = .079$ (*ver* Tabela 23).

Os dados normativos da BSN permitiram dividir a Amostra 1 e 2 em três grupos de rendimento na BSN (baixo, médio e alto SN). As crianças foram incluídas no grupo de baixo SN (Grupo A) quando o seu desempenho se situa abaixo do percentil 25. Os grupos com médio SN (Grupo B) e alto SN (Grupo C) foram definidos quando o seu desempenho se situava entre o 25º-75º percentil, e acima do percentil 75, respetivamente.

Tabela 23.

Características demográficas das duas amostras do estudo

Característica	Amostra 1	Amostra 2
	<i>n</i> = 123	<i>n</i> = 222
Sexo		
Masculino	71 (57.7%)	117 (52.7%)
Feminino	52 (42.3%)	105 (47.3%)
Retenção 1º ano	0	15 (6.7%)
NEE	0	8 (3.6%)
Nível Educação Pais		
Educação Primária	8 (6.8%)	16 (7.2%)
Educação Secundária	63 (52.5%)	86 (38.7%)
Educação Superior	47 (40.7%)	95 (42.8%)

Nota. NEE = necessidades educativas especiais. Educação Primária = conclusão do ensino primário. Educação Secundária = conclusão do ensino secundário ou frequência universitária. Educação Superior = conclusão do ensino superior, ou seja, uma licenciatura ou pós-graduação. Nível de educação dos pais apresenta 5 casos omissos.

Como a Amostra 2 inclui os participantes da Amostra 1, na Tabela 24 optámos por apresentar somente as características demográficas da segunda amostra. Nos três grupos, cerca de metade das crianças são do sexo masculino. No Grupo A cerca de 15 % das crianças são provenientes de famílias com um nível de educação superior; no Grupo B e C 40 % e 67%, respetivamente. No que se refere à retenção escolar, o Grupo A apresenta oito crianças com 7 anos de idade. No Grupo B e C foram identificadas, respetivamente, quatro e três crianças retidas no 1º ano com idades superiores a 6 anos.

Tabela 24.

Características demográficas por grupo de rendimento

Característica	Grupo A <i>n = 47</i>	Grupo B <i>n = 81</i>	Grupo C <i>n = 94</i>
Sexo			
Masculino	20 (42.6%)	42 (51.9%)	55 (58.5%)
Feminino	27 (57.4%)	39 (48.1%)	39 (41.5%)
Retenção 1º ano	8 (17.0%)	4 (5.3%)	3 (3.2%)
NEE	4 (8.5%)	4 (4.9%)	1 (1.1%)
Nível de Educação Pais			
Educação Primária	10 (21.3%)	4 (5.3%)	3 (4.3%)
Educação Secundária	20 (46.8%)	39 (54.7%)	28 (24.5%)
Educação Superior	7 (14.9%)	31 (40.0%)	58 (67.0%)
Região Litoral	37	56	28
Região Interior	7	8	10

Nota. NEE = necessidades educativas especiais. DP = desvio-padrão. BSN = bateria sentido de número. ASM = avaliação sumativa da matemática. ACM = avaliação de conteúdos matemáticos. Grupo A ($\leq P25$). Grupo B ($P25-P75$). Grupo C ($\geq P75$).

Educação Primária = conclusão do ensino primário. Educação Secundária = conclusão do ensino secundário ou frequência universitária. Educação Superior = conclusão do ensino superior, ou seja, uma licenciatura ou pós-graduação.

2.2.3. *Materiais*

Para medir o SN utilizámos a BSN adaptada e aferida para a população portuguesa (ver Estudo I). Perante o facto de não existir em Portugal medidas de DM aferidas para as crianças do 1º CEB, optámos por aplicar não apenas uma mas duas

medidas de DM para atenuar enviesamentos que pudessem surgir em termos psicométricos. Na Amostra 1 foi aplicada a ASM – Avaliação Sumativa da Matemática (ver 2.2.3.2.) e na Amostra 2 foi aplicada a ASM e a ACM – Avaliação de Conteúdos Matemáticos (ver 2.2.3.3.).

2.2.3.1. BSN - Bateria Sentido de Número

A BSN – Bateria Sentido de Número é uma medida constituída por 33 itens e avalia o SN à entrada do ensino formal (1º ano de escolaridade) em crianças com 5/6 anos. Foi desenvolvida por Jordan, Glutting et al. (2008) e adaptada para a população portuguesa (ver Estudo I).

Os resultados da adaptação para a população portuguesa (Estudo I) demonstraram que aplicada à entrada do ensino formal, a BSN é válida com um coeficiente alfa de Cronbach de .89, e pode ser aplicada em menos de 20 minutos. O percentil 50 para a população portuguesa é de 24 pontos. A medida apresenta uma escala dicotómica (1= correto; 0 = incorreto) num total de 33 pontos e é constituída pelos seguintes sete subtestes (ou sete competências numéricas):

1) *Contagem* (3 itens). Visa o conhecimento da sequência numérica até 30, a capacidade em numerar conjuntos até 5 objetos e o conhecimento da cardinalidade (e.g. “Quantas estrelas estão no papel que acabaste de ver?”);

2) *Princípios de contagem* (4 itens). Avalia a compreensão dos princípios de contagem, tais como o princípio da estabilidade da ordem. Neste subteste, é pedido à criança que reconheça contagens corretas, contagens incorretas (e.g. contar o primeiro objeto duas vezes), e contagens incomuns corretas (por exemplo, contar da direita para a

esquerda ou a contar, num conjunto de pontos amarelos e azuis, contar primeiro os pontos amarelos e depois os pontos azuis);

3) *Identificação do número* (4 itens). Implica a nomeação de números. É pedido à criança que nomeie um número apresentado visualmente (por exemplo, 13) a partir da questão "Que número é esse?".

4) *Comparações numéricas* (7 itens). Envolve a capacidade de comparar quantidades/magnitudes. Para avaliar o conhecimento do número, é pedido à criança que faça julgamentos de magnitudes numéricas de três modos diferentes: posição numérica, comparação numérica e proximidade numérica. No primeiro, é dado um número (por exemplo, o 7), e pede-se à criança para identificar o número que vem depois do número 7 e dois números depois do 7. No segundo, são apresentados dois números à criança (e.g. 5 e 7), e pede-se para indicar qual dos dois números é o maior ou menor. No terceiro, são apresentados três números (por exemplo, 6, 2 e 5), cada um colocado numa ponta de um triângulo equilátero fictício, e a criança é convidada a identificar o número que está mais próximo do número da ponta superior do triângulo, com a seguinte instrução: "Qual o número que está mais próximo do 6: 2 ou 5?".

5) *Cálculo Não-Verbal* (4 itens). Mede a capacidade em desempenhar simples transformações de adição e subtração com a presença de objetos e sem a presença de estímulos verbais. O examinador mostra um conjunto de fichas à criança, realiza a transformação aditiva ou subtrativa (removendo ou adicionando fichas) e pede à criança para apontar para o número de fichas que estão debaixo da caixa.

6) *Problemas Verbais* (5 itens). Avalia a capacidade da criança em resolver pequenas situações problemáticas onde os objetos são referidos, mas não presentes, tendo

em conta um estímulo verbal (e.g. “O José tem 3 bolachas. A Sara dá-lhe mais 2. Quantas bolachas tem o José agora?”);

7) *Operações numéricas* (6 itens). Envolve a resolução de operações de adições e subtrações simples, sem referência a objetos e com a presença de um estímulo meramente verbal (e.g. “Quanto é $4 + 3$?”).

2.2.3.2. ASM – Avaliação Sumativa da Matemática

O DM foi avaliado a partir de uma avaliação formal aplicada a todos os alunos do 1º ano de escolaridade de um agrupamento de escolas. Após uma reunião com os professores de um agrupamento de escolas da cidade de Lisboa, foi pedido para que fosse desenvolvida uma única prova de avaliação formal da matemática para o final do 1º ano de escolaridade, tendo sido aprovada pelos professores do 1º ano de escolaridade por unanimidade. A ASM foi desenvolvida e aplicada pelos professores do respetivo agrupamento em contexto de sala de aula nas quatro escolas do primeiro ciclo de estudos integradas no agrupamento de escolas. A Amostra 1 foi constituída com base nessa aplicação.

A medida é constituída por 25 itens. Os resultados foram normalizados para 100%. A aplicação durou 1 hora e meia.

A análise psicométrica demonstrou que a ASM é válida com uma consistência interna de .87 ($n = 119$). Os coeficientes de alfa de Cronbach dos subtestes também foram analisados, respetivamente, Contagem e operações ($\alpha = .729$), Valor posicional ($\alpha = .764$), Situações problemáticas ($\alpha = .804$), e Formas e espaço ($\alpha = .669$). A medida apresenta uma homogeneidade entre itens, com uma correlação item-total de .71.

Os itens incluem quatro subtestes que avaliam a contagem e operações, o valor posicional, problemas verbais; e formas e espaço no espaço numérico de 1-99.

- 1) *Contagem e Operações*. Consiste na resolução de exercícios relacionados com a contagem de objetos até 10, contagem de 5 em 5 até 30, contagem de dinheiro até 10 (e.g. $1\text{€} + 2\text{€} + 5\text{€}$), ordenação de números até 99, fatos numéricos de adição e subtração em representação horizontal até 99 (e.g. $15 + 25 = \underline{\quad}$; $50 - 40 = \underline{\quad}$).
- 2) *Valor Posicional*. As tarefas estão relacionadas com a identificação das unidades e dezenas no ábaco e nas barras *Cuisenaire*, a identificação dos números antecessores e sucessores até 99 (e.g. $\underline{\quad} 49 \underline{\quad}$), e com a identificação de números numa reta numérica com intervalos de 10 em 10 até 90 parcialmente preenchidos com números.
- 3) *Situações Problemáticas*. Consiste na resolução de três problemas de adição e subtração até 50 e num problema relacionado com a interpretação e contagem de dados numa tabela 2 x 2.
- 4) *Formas e Espaço*. As tarefas estão relacionadas com geometria (e.g. identificar figuras geométricas básicas), tempo (e.g. identificar os dias da semana), e relações espaciais (e.g. desenhar uma figura simétrica).

2.2.3.3. ACM – Avaliação de Conteúdos Matemáticos

Onze conteúdos matemáticos foram recolhidos de 54 avaliações formais aplicadas pelos professores de turmas do 1º ano de escolaridade de três agrupamentos escolares: o primeiro no centro de Lisboa, o segundo na periferia de Lisboa e o terceiro no interior

centro de Portugal. Os conteúdos matemáticos foram selecionados obedecendo aos critérios do programa curricular de matemática do Ministério da Educação do primeiro ciclo de estudos.

Quanto à cotação, as crianças receberam três pontuações possíveis: uma pontuação correta (1 ponto), quando todos os exercícios de determinado conteúdo matemático se encontram corretos); incompleta (0.5 pontos), quando apenas alguns exercícios de um determinado conteúdo se encontram corretos); e incorreto (0 pontos) quando todos os exercícios se encontram incorretos. Os resultados são normalizados num total máximo de 11 pontos.

Dado que esta medida se baseia numa lista de onze conteúdos matemáticos, onde os dados foram recolhidos com base nos exercícios presentes nas avaliações formais, não foi possível analisar as qualidades psicométricas da medida.

Os onze conteúdos matemáticos são os seguintes:

- 1) *Contagem*. Requer que a criança resolva tarefas relacionadas com a contagem de objetos pictóricos; contagem de 2 em 2 (e.g. Conta de 2 em 2.); de 5 em 5 (e.g. Completa adicionado sempre 5); de 10 em 10 até 90; e com a contagem crescente e decrescente (e.g. Escreve os seguintes números por ordem crescente.).
- 2) *Escrita de Números*. Requer que a criança escreva por algarismos ou por extenso (e.g. Escreve por algarismo: catorze - _____ Escreve o número representado por extenso: 16 – _____).
- 3) *Linha numérica*. Envolve a identificação de números antecessores e/ou sucessores por representação horizontal (e.g. Escreve os números que estão

antes e depois. ____ 19 ____) ou na reta numérica (e.g. Assinala os números na reta numérica.)

- 4) *Classes*. Identificação das dezenas e unidades de um dado número.
- 5) *Magnitudes*. Requer a comparação numérica de números com o uso de símbolos aritméticos ($<$, $>$ ou $=$) com ou sem factos numéricos aditivos ou subtrativos (e.g. $16 + 3$ ____ $20 - 2$, 17 ____ 13).
- 6) *Ordenação*. Implica a escrita de números por ordem crescente ou decrescente usando os símbolos aritméticos (e.g. Ordena os números 7, 12, 20 por ordem decrescente ____ $>$ ____ $>$ ____).
- 7) *Adição*. Implica a resolução de operações de adição. Poderá ser por representação horizontal (e.g. $32 + 14 =$ ____), algoritmo, por tabela 2 x 6 (e.g. Completa a tabela.), por reta numérica ou por representação de um determinado número (e.g. Representa o número 20).
- 8) *Subtração*. Implica a resolução de operações de subtração (e.g. $50 - 40 =$ ____).
- 9) *Decomposição aditiva*. Contém tarefas em que a criança necessita de decompor números para completar operações de adição (e.g. $50 = 30 +$ ____).
- 10) *Problemas de adição*. Implica a resolução de situações problemáticas aditivas.
- 11) *Problemas de subtração*. Implica a resolução de situações problemáticas subtrativas.

2.2.4. Procedimento

Após pedir autorização à direção dos agrupamentos de escolas para ter acesso às avaliações formais da matemática, 222 participantes do presente estudo foram selecionados de oito escolas do 1º CEB de três agrupamentos de escolas.

As amostras foram recolhidas aleatoriamente dependendo apenas das autorizações dos agrupamentos das escolas para ter acesso às avaliações trimestrais de cada aluno matriculados no 1º ano de escolaridade. Todas as crianças estiveram sujeitas ao mesmo currículo da matemática do 1º ano estipulado pelo Ministério da Educação.

Os participantes foram avaliados individualmente com a BSN à entrada do ensino formal (*ver* Procedimento, Estudo I) e divididos por grupos de desempenho tendo em conta os valores normativos da BSN (*ver* Resultados relativos à normalização dos dados, Estudo I). No final do 1º ano de escolaridade, foi aplicada a ASM na Amostra 1, complementando a ACM na Amostra 2 com os restantes participantes.

A segunda avaliação do DM (medida pela ACM com a Amostra 2) foi desenvolvida a partir de três passos: 1) o levantamento dos conteúdos programáticos curriculares do Programa de Matemática do Ensino Básico, do Ministério da Educação e Ciência (MEC, 2013) particularmente associados a “Números e Operações”; 2) o levantamento dos conteúdos matemáticos presentes nas 54 avaliações recolhidas nos três períodos escolares (Momento 1 – antes das férias de Natal; Momento 2 – antes das férias da Páscoa; Momento 3 – antes das férias de Verão) nas oito escolas participantes no estudo durante um ano letivo; 3) na validação dos conteúdos matemáticos, através da opinião dos professores dos agrupamentos de escolas acerca do grau em que os conteúdos

recolhidos são relevantes e representativos do presente universo; 4) e finalmente, na recolha dos dados das avaliações.

2.2.5. *Análise dos dados*

Para medir a validade preditiva da BSN no DM, os dados foram analisados de acordo com o coeficiente de Regressão Linear Simples que permitiu medir a variabilidade da DM em função do SN. Concretamente, foi analisado o Coeficiente de Determinação R^2 para medir a proporção da variabilidade dos valores do DM explicada pelos valores obtidos pela BSN. O coeficiente de Correlação Linear de Pearson permitiu medir a intensidade da associação linear existente entre as duas variáveis estudadas (SN e DM).

Deste modo, foi possível associar o SN ao DM ao longo do 1º ano repartidos em três momentos de avaliação (no final dos três períodos escolares) e comparar os valores médios obtidos nos três momentos e nos três grupos de rendimento.

Foram usadas técnicas de estatística inferencial para verificar se existem diferenças entre os diferentes grupos de rendimento na BSN e os resultados da matemática ao longo dos três momentos (1º, 2º e 3º período escolar) do 1º ano de escolaridade (e.g. o teste estatístico não paramétrico Kruskal-Wallis).

2.2.6. *Resultados*

Este estudo procurou perceber a associação entre o SN avaliado à entrada do ensino formal e os resultados na matemática no final do 1º ano de escolaridade.

Perante a primeira questão de pesquisa, os resultados indicaram que o SN (medido pela BSN total) é estatisticamente significativo na predição do DM (medido pela ASM e ACM) no final do 1º ano de escolaridade ($p < .01$) (ver Tabela 25).

Podemos verificar nos gráficos de dispersão (ver Figura 4) que existe uma relação linear positiva entre os valores da BSN e os valores das medidas de DM. O grau de predição do SN no DM apresentou-se moderado, com a BSN a representar 32.8 % da variabilidade explicada na ASM e 45.5% na ACM.

Figura 4. Gráficos de Dispersão dos Resultados da ACM e ASM em Função dos Resultados da BSN

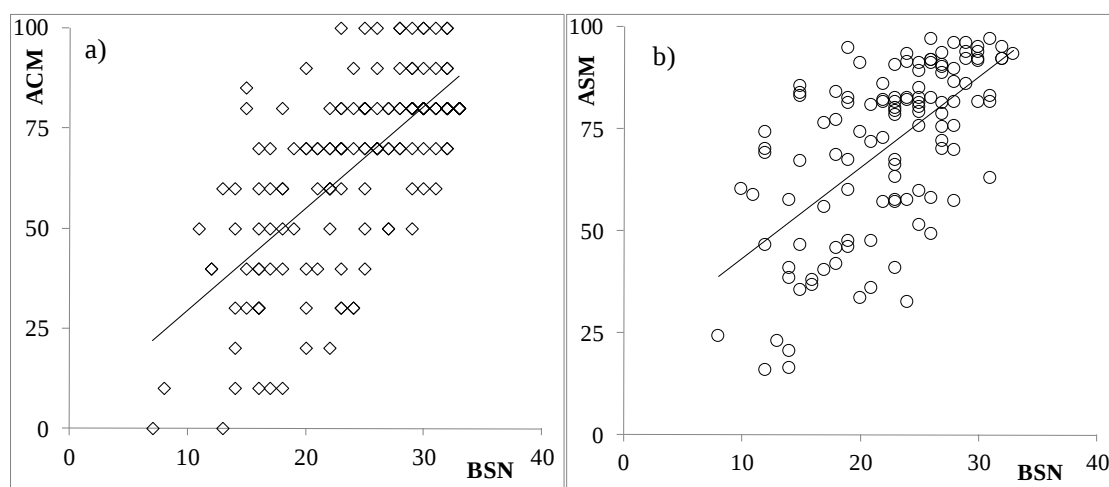


Figura 4. As linhas nos gráficos representam a regressão com um $R^2 = .455$ (ACM) e $R^2 = .328$ (ASM). a) Pontuações na avaliação de conteúdos matemáticos (ACM, %) no final do 1º ano de escolaridade em função da bateria sentido de número (BSN, máx. 33) à entrada do 1º ano de escolaridade. b) Pontuações na avaliação de conteúdos matemáticos (ASM, %) no final do 1º ano de escolaridade em função da bateria sentido de número (BSN, máx. 33) à entrada do 1º ano de escolaridade. BSN = Bateria Sentido de Número. ASM = Avaliação Sumativa da Matemática. ACM = Avaliação de Conteúdos Matemáticos.

Na Tabela 25 figuram os coeficientes de regressão e variância explicada pela BSN total e os subtestes da BSN no desempenho na matemática. Os resultados apontam que a Contagem e os Princípios de contagem não se apresentaram estatisticamente

significativos na predição do DM ($p > .05$). As Comparações numéricas representaram aproximadamente 10% da variância explicada na MSE e na MCE, respetivamente, $R^2 = .138$, $F(1, 116) = 4.318$, $p = .000$; $R^2 = .186$; $F(1, 249) = 7.543$, $p = .000$. Os Problemas verbais e as Operações numéricas desempenharam uma variância explicada moderada em cerca de 20% no DM, respetivamente, $R^2 = .247$, $F(1, 116) = 6.170$, $p = .000$; $R^2 = .238$; $F(1, 249) = 6.013$, $p = .000$.

Em relação à segunda questão de pesquisa, o SN apresentou uma significativa e moderada correlação com o DM (ASM, $r = .573$, $p < .01$; ACM, $r = .553$, $p < .01$).

No que se refere aos subtestes da BSN, as Comparações numéricas (ASM, $r = .372$; ACM, $r = .431$), os Problemas verbais (ASM, $r = .497$; ACM, $r = .466$) e as Operações numéricas (MSE, $r = .487$; MCE, $r = .471$) apresentaram uma correlação moderada e significativa ($p < .01$) com o DM. Os Problemas verbais e as Operações numéricas são as competências numéricas que apresentaram correlações mais altas com o DM (*ver* Tabela 25).

As diferenças entre grupos permitiram analisar em que medida o SN é relevante no DM. Os resultados apontam para a existência de diferenças significativas entre os grupos da BSN (Grupo A, B e C) e o desempenho total na ASM e ACM no final do 1º ano de escolaridade (*ver* Tabela 26 ou 27). O Grupo A (ASM, $MD = 57.73$; ACM, $MD = 4.88$) apresentou valores abaixo da média total (ASM, $MD = 70.39$; ACM, $MD = 6.75$). Os Grupos B (ASM, $MD = 75.2$, ACM, $MD = 6.18$) e o Grupo C (ASM, $MD = 89.3$; ACM, $MD = 8.11$) apresentaram um rendimento matemático acima da média.

Tabela 25.

Coefficientes de regressão e variância explicada

	R^2	B	t	p
ASM				
BSN total	.328	.573	7.532	.000
C	.010	.098	1.063	.290
PC	.032	.179	1.960	.052
IN	.174	.417	4.943	.008
CN	.138	.372	4.318	.015
CNV	.038	.195	2.138	.035
PV	.247	.497	6.170	.000
ON	.238	.487	6.013	.000
ACM				
BSN total	.455	.553	10.49	.000
C	.003	.057	.905	.366
PC	.068	.261	4.263	.000
IN	.159	.398	6.856	.000
CN	.186	.431	7.543	.000
CNV	.050	.224	3.623	.000
PV	.217	.466	8.306	.000
ON	.222	.471	8.427	.000

Nota. Coeficientes de regressão e variância explicada pela bateria de sentido de número e respetivos subtestes no desempenho da matemática (medido pela ASM e ACM) no final do 1º ano de escolaridade. C = contagem; PC = princípios de contagem; IN = identificação do número; CN = comparações numéricas; CNV = cálculo não-verbal; PV = problemas verbais; ON = operações numéricas; BSN = bateria sentido de número; ASM = avaliação sumativa da matemática; ACM = avaliação de conteúdos matemáticos.

* $p < .05$

Tabela 26.

Resultados médios na matemática por grupo de rendimento na BSN

Grupo	ASM		ACM	
	<i>n</i>	<i>MD (DP)</i>	<i>n</i>	<i>MD (DP)</i>
A	35	57.73 (22.47)	67	4.88 (2.86)
B	56	71.67 (19.53)	106	6.84 (2.39)
C	27	84.16 (15.93)	78	8.75 (1.54)
Total	118	70.39 (21.79)	251	6.75 (2.63)

Nota. Resultados médios na matemática (medidos pela ASM e ACM) por grupo de rendimento na BSN (Grupo A, B, e C). ASM = avaliação sumativa da matemática. ACM = avaliação de conteúdos matemáticos.
* $p < .05$

Na tentativa de perceber se existem diferenças significativas nos resultados na matemática (medido pela ACM) em crianças com baixo SN (Grupo A), médio (Grupo B) e alto SN (Grupo C) ao longo do 1º ano de escolaridade (Momento 1, 2, e 3) foi utilizado o teste estatístico não paramétrico *Kruskal-Wallis* (por a distribuição não se apresentar normal). Os resultados referentes à Amostra 2, apontaram para diferenças significativas nos grupos de rendimento na BSN (A, B e C) nos três momentos de avaliação – Momento 1, $\chi^2(2) = 75.49, p < .001$; Momento 2, $\chi^2(2) = 80.30, p < .001$; e Momento 3, $\chi^2(2) = 57.18, p < .001$ (ver Tabela 27).

Tabela 27.

Coefficientes de significância dos resultados da ACM e subáreas nos três grupos de rendimento na BSN em função dos três momentos de avaliação

Conteúdos matemáticos	Momento 1		Momento 2		Momento 3	
	χ^2	<i>p</i>	χ^2	<i>p</i>	χ^2	<i>p</i>
ACM total	75.49	.000	80.30	.000	57.18	.000
Contagem	23.72	.000	12.59	.002	13.00	.000
Escrita Números	-	-	21.83	.000	06.13	.047
Linha Numérica	25.18	.000	09.69	.008	12.54	.002
Classes	-	-	08.40	.015	10.24	.006
Magnitudes	13.05	.000	35.20	.000	10.35	.006
Ordenação	40.16	.000	22.42	.000	20.11	.000
Adição	35.48	.000	29.59	.000	35.75	.000
Decomposição	14.16	.000	74.81	.000	30.45	.000
Subtração	18.09	.000	15.60	.000	8.18	.017
Problemas Adição	15.81	.000	25.28	.000	34.28	.000
Problemas Subtração	08.45	.015	35.45	.000	08.92	.012

Nota. Momento 1, 2 e 3 = final do 1º, 2º e 3º período escolar.

* *p* < .05

O Apêndice 4 ilustra os resultados encontrados em cada grupo de rendimento da BSN nos três momentos de avaliação do DM (medido pela ACM). As diferenças encontradas não são estatisticamente significativas (*ver* Tabela 27). Embora a aprendizagem da matemática refletida nos resultados da medida ACM oscilem nos três

momentos de avaliação, não apresenta uma curva de crescimento crescente. Mais concretamente, verificou-se nos três grupos de rendimento uma tendência generalizada para os resultados na matemática baixarem em todos os conteúdos matemáticos analisados do 1º para o 3º momento de avaliação.

Os resultados do teste de *Friedman*, ilustrados na Tabela 28, não revelaram, em termos gerais, diferenças significativas nos resultados da matemática (ACM total) nos momentos de avaliação em função de cada grupo de trabalho (A, B e C). Em relação ao comportamento dos grupos em cada momento de avaliação, com exceção do Grupo C, que manteve o mesmo nível de desempenho ao longo do 1º ano de escolaridade, foram encontradas diferenças significativas no DM do Grupo A (baixo SN) nos três momentos de avaliação, apenas na subárea – problemas de adição, $F(1, 249), 06.73, p < .05$. No Grupo B, somente na subárea – contagem, foram encontradas diferenças nos três momentos, $F(1, 249), 07.00, p < .05$. Em termos gerais, o facto de não serem encontradas diferenças estatisticamente significativas nos três momentos, verificou-se que os três grupos de rendimento na BSN mantêm praticamente o mesmo nível de desempenho ao longo do 1º ano de escolaridade.

No que se refere à última questão de pesquisa, a Tabela 29 apresenta o desempenho médio na matemática (medido pela ACM) nos três grupos de rendimento na BSN no final do 3º período escolar. As crianças que começaram o ano escolar com baixo, médio e alto SN tiveram um desempenho médio na matemática, numa escala de 0 a 100, de respetivamente, 53.9%, 80.3% e 93.9% no final do 1º ano.

Tabela 28.

Coeficientes de significância por grupos de rendimento na BSN nos diferentes momentos de avaliação na resolução de conteúdos matemáticos

Conteúdos Matemáticos	Grupo A		Grupo B		Grupo C	
	<i>F</i>	<i>p</i>	<i>F</i>	<i>p</i>	<i>F</i>	<i>p</i>
ACM total	10.23	.006	37.51	.000	84.06	.000
Contagem	03.50	.174	07.00	.030	02.00	.368
Escrita Números	-	-	-	-	-	-
Linha Numérica	-	-	-	-	-	-
Classes	-	-	-	-	-	-
Magnitudes	02.00	.368	03.00	.223	02.00	.368
Ordenação	02.81	.246	02.22	.330	02.80	.247
Adição	06.00	.050	6.03	.049	00.40	.819
Decomposição Aditiva	02.42	.297	06.35	.420	01.18	.554
Subtração	01.40	.497	01.33	.513	00.33	.846
Problemas de Adição	06.73	.035	03.07	.216	02.00	.368
Problemas de Subtração	03.50	.174	08.14	.170	03.80	.150

Nota. Coeficientes de significância na comparação dos grupos de rendimento na BSN (Grupo A, B e C) nos diferentes momentos de avaliação na resolução de conteúdos matemáticos (ACM total e subáreas). A negrito = valores não significativos.

* $p < .05$

Os resultados demonstraram que as crianças com baixo SN apresentaram mais dificuldades com a resolução de operações aritméticas e situações problemáticas do que as crianças com médio ou alto SN.

Tabela 29.

Desempenho médio na matemática por grupo de rendimento na BSN no final do 1º ano de escolaridade

Conteúdos matemáticos	Grupo A	Grupo B	Grupo C
ACM total	53.9	80.3	98.9
Contagem	71.8	88.9	98.4
Escrita Números	61.1	87.8	87.5
Linha Numérica	53.3	82.5	91.7
Classes	69.3	97.5	98.3
Magnitudes	25.0	51.6	68.0
Ordenação	46.2	81.0	93.7
Adição	38.5	74.6	96.8
Decomposição Aditiva	38.5	79.4	92.1
Subtração	42.1	68.3	83.3
Problemas de Adição	32.4	66.7	100
Problemas de Subtração	61.5	67.5	86.7

Nota. Desempenho médio na matemática (numa escala de 0 a 100) por grupo de rendimento na BSN no final do 1º ano de escolaridade (Momento 3). ACM = avaliação de conteúdos matemáticos.

O Grupo A apresentou um desempenho mais baixo nas magnitudes (25%), ordenação (46.2%), na resolução de operações aritméticas de adição (38.5%) e subtração (42.1%), e na resolução de situações problemáticas aditivas (32.4%). Em contrapartida, apresentaram um desempenho médio a alto na contagem (71.8%) e na identificação das

dezenas e unidades (69.3%). O Grupo B e o C não apresentaram desempenhos médios abaixo dos 50% em nenhum dos conteúdos matemáticos avaliados.

2.2.7. Discussão

O objetivo geral deste estudo assentou na análise da validade preditiva do SN antes da aprendizagem formal da matemática no DM.

A partir de uma análise de regressão linear, os resultados indicaram que o SN (medido pela BSN) apresentou uma preditibilidade moderada com os resultados em matemática no final do ano letivo (medidos pela ASM e ACM). Este resultado parece estar em consonância com outros estudos internacionais que indicam o SN como um importante preditor do DM (e.g. Duncan et al., 2007, Locuniak e Jordan, 2008; Mazzocco e Thompson, 2005).

Relativamente aos resultados de uma análise de correlação linear, os resultados apontaram para uma positiva, significativa e moderada a forte correlação entre o SN e o DM. No que se refere aos subtestes da BSN, as competências de cálculo (os Problemas verbais e as Operações numéricas) apresentaram a correlação mais alta com o DM (em ambas as medidas) em comparação com as competências de contagem (Contagem e Princípios de contagem) e Comparações numéricas estando em consonância com o estudo de Jordan et al. (2007).

No seu estudo, os autores da BSN, encontraram uma correlação moderada e significativa entre o SN e o DM, medido pelos subtestes “Calculations” e “Applied Problems” do Woodcock-Johnson III (WJMath; McGrew e Woodcock, 2001). As

correlações mais altas ($r = .62$ e $.64$) entre as duas variáveis foram encontradas nas subáreas Problemas Verbais e Operações numéricas. No nosso estudo, as mesmas correlações de Pearson com medidas de desempenho diferentes, variam entre $.47$ e $.50$. Nos dois estudos, as correlações nos Problemas verbais e Operações aritméticas são as mais altas em comparação com os restantes subtestes da BSN, apresentando-se moderadas e significativas.

Neste sentido, estes resultados parecem indicar que, à entrada do ensino formal, quanto maior o conhecimento da criança ao nível das relações numéricas e, particularmente, ao nível das operações aritméticas de adição e subtração, maior a probabilidade de ter um bom DM no final do 1º ano de escolaridade. Fraquezas no SN – particularmente relacionadas com as comparações numéricas e operações aritméticas – parecem constituir a base da maior parte das dificuldades na aprendizagem da matemática (e.g. Gersten et al., 2005; Geary et al., 2007; Landerl, Bevan, & Butterworth, 2004).

Com a finalidade de compreender melhor a associação entre o SN e o DM durante o processo de aprendizagem da matemática ao longo do primeiro ano de escolaridade, estabelecemos três grupos de rendimento na BSN (baixo, médio e alto SN), e mediu-se o DM em três momentos diferentes (dezembro, abril e junho). Os resultados revelaram que existem diferenças significativas no DM nos três grupos de desempenho da BSN independentemente dos momentos de avaliação. As crianças que iniciaram o 1º ano com baixas competências no SN apresentaram DM baixos a médios no final do 1º ano. Enquanto as crianças do Grupo B apresentam resultados médios no DM, as crianças do Grupo C apresentam muito bons resultados na matemática (acima dos 95%). Estes resultados revelam que no início do ano letivo as crianças identificadas pela BSN com

um desempenho acima do Percentil 75 apresentam uma alta taxa de DM no final do 1º ano.

Verificou-se também que o SN é relevante na resolução de operações aritméticas e situações problemáticas. Durante o 1º ano de escolaridade, as crianças com baixas competências apresentaram um resultado médio mais baixo em tarefas que envolviam a ordenação de números, mas mais ainda, quando envolvia a resolução de operações aritméticas de adição e subtração. Os resultados do estudo de Jordan et al. (2010) são consistentes com os resultados encontrados no presente trabalho. No seu estudo, o SN apresentou uma forte e significativa correlação na resolução de operações aritméticas, não só no 1º ano, mas até ao final do 3º ano de escolaridade.

A fluência nas operações aritméticas parece começar a desenvolver-se a partir do SN, nomeadamente, ao nível dos problemas verbais e operações numéricas. As crianças desenvolvem a compreensão das operações numéricas básicas logo nos anos pré-escolares. Enquanto desenvolvem o SN na pré-escola e no ensino primário, adquirem habilidades para realizar cálculos básicos de forma rápida e eficiente. Se as crianças revelarem baixo SN logo no início da escolaridade obrigatória, a sua capacidade para realizar cálculos básicos estará em risco de fracassar (Baroody, Bajwa, e Eiland, 2009).

Como consideração final, podemos inferir que o DM no final do 1º ano de escolaridade pode ser previsto pelo SN, em particular pelas competências numéricas de cálculo. Este resultado é pertinente se tivermos em conta que o domínio de competências de cálculo é relevante para o cálculo mental e a resolução de problemas simples de adição e subtração, tão necessárias no 1º ano de escolaridade.

Para finalizar, investigar o SN e a sua relação com o DM em múltiplos momentos ao longo do ano escolar, permitiu-nos inferir que as competências numéricas pré-escolares são importantes para estabelecer percursos de aprendizagem da matemática nos primeiros anos escolares (Jordan et al., 2007; Jordan, Kaplan, Ramineni, & Locuniak, 2009; Mazzocco e Thompson, 2005). No próximo estudo, propomo-nos avançar com este objetivo e, para além disso, aprofundar a relação entre o SN e os conteúdos matemáticos formais, particularmente associados à resolução de problemas aritméticos.

2.3. Estudo III. O sentido de número e os percursos de aprendizagem da matemática: um estudo longitudinal de curto prazo.

Para compreender melhor a relação entre o SN e o DM, procurámos analisar o comportamento matemático em crianças com baixo, médio e alto SN ao longo dos dois primeiros anos de escolaridade em seis momentos de avaliação.

As seguintes questões de pesquisa foram consideradas:

- 1) As crianças identificadas com baixo SN pela BSN mostram baixo desempenho em matemática no final do 1º e 2º ano de escolaridade?
- 2) As crianças identificadas com alto SN mostram um alto desempenho em matemática e mantêm-se nesse nível ao longo dos dois primeiros anos escolares?
- 3) Quais são os conteúdos matemáticos formais que as crianças com baixo SN apresentam mais dificuldades?
- 4) Quais são as estratégias de contagem utilizadas nas crianças com baixo SN na resolução de operações aritméticas?

2.3.1 Objetivos

Este estudo tem como objetivos específicos: a) identificar os percursos de aprendizagem da matemática propostos por Jordan e colaboradores (Jordan et al. 2006; Jordan et al., 2007); b) identificar as áreas da matemática (ou conteúdos matemáticos) que estão associadas às dificuldades na matemática em crianças com baixas, médias e altas competências numéricas ao longo dos dois primeiros anos escolares; c) identificar e

analisar as estratégias de contagem nas crianças com baixas numéricas e altas competências numéricas nas tarefas que impliquem a resolução de operações aritméticas na BSN e nas medidas da avaliação do desempenho (ASM e ACM).

2.3.2. Participantes

Um total de 30 sujeitos participou neste estudo, todos com seis anos de idade, entre os quais 16 do sexo masculino e 14 do sexo feminino. Os participantes são crianças que deram entrada no 1º ano de escolaridade de um agrupamento de escolas localizado no concelho de Lisboa. Todas as crianças frequentaram o jardim-de-infância. As crianças são provenientes de diferentes níveis económicos (17% baixo, 32% médio, e 31% alto) e de pais com diferentes níveis de educação (14% ensino primário, 38% ensino secundário, e 48% dos pais têm educação superior).

2.3.3. Materiais

2.3.3.1. Registos de Avaliação

Os registos de avaliação são registos informativos formais preenchidos pelo professor no final de cada período escolar acerca do comportamento escolar do aluno. Consistem, entre outras informações, numa síntese descritiva das áreas curriculares (Língua Portuguesa, Estudo do Meio, Matemática) e na apreciação global do aluno no final de cada trimestre. Foram usados para obter informações sobre o comportamento escolar das crianças participantes neste estudo (ver Apêndice 5, Estudos de caso).

2.3.3.2. BSN – Bateria Sentido de Número

A BSN é uma medida que avalia as competências numéricas responsáveis pela aprendizagem inicial da matemática com o intuito de identificar precocemente crianças com 5/6 anos em risco de terem dificuldades futuras na matemática. É composta por 33 itens distribuídos por sete subtestes: Contagem, Princípios de contagem, Identificação do número, Comparações numéricas, Cálculo não-verbal, Problemas verbais e Operações numéricas (mais informações sobre o teste, ver Estudo I).

2.3.3.3. ASM – Avaliação Sumativa da Matemática – 1º ano

A ASM é constituída por 25 itens. Os itens estão divididos em quatro subtestes que avaliam a contagem e operações, o valor posicional, problemas verbais; e formas e espaço no espaço numérico de 1-99 (mais informações sobre o teste, ver Estudo II, Materiais).

2.3.3.4. ACM – Avaliação de Conteúdos Matemáticos – 1º 2º ano

A ACM foi construída com base na análise dos conteúdos matemáticos formais do 1º (ACM 1) e 2º ano (ACM 2) de escolaridade do Ensino Básico a partir da recolha de conteúdos matemáticos de 54 avaliações formais.

Os conteúdos matemáticos na ACM 1 e ACM 2 são os mesmos só variam o espaço numérico de acordo com as metas de aprendizagem estabelecidas pelo Ministério da Educação nos dois primeiros anos de escolaridade. Na ACM 1, o espaço numérico varia entre 1 – 99. Na ACM 2, o espaço numérico varia entre 1 – 999 (mais informações sobre o teste, ver Estudo II, Materiais).

2.3.4. Procedimento

Depois da aplicação da BSN no início do ano letivo, 30 crianças foram selecionadas de 123 crianças matriculadas nas quatro instituições escolares de um agrupamento de escolas do concelho de Lisboa. Dessa amostra, 16 crianças do sexo masculino e 14 do sexo feminino, todas com 6 anos de idade. A amostra apresenta alguma heterogeneidade nas variáveis individuais e sociodemográficas como o sexo, profissão mãe/pai, habilitações literárias mãe/pai, escola e turma.

A partir dos valores normativos da BSN (*ver* Tabelas de conversão, Apêndice 3) foi possível dividir a amostra em três grupos com baixo, médio e alto SN.

As medidas de avaliação do DM do 1º (ACM 1) e do 2º ano de escolaridade (ACM 2) foram elaboradas a partir das planificações mensais e anuais dos professores, dos conteúdos do manual escolar, e dos objetivos específicos da aprendizagem da matemática, definidos no programa de currículo nacional. Foi também feita a recolha de outros dados escolares e familiares que possam ser relevantes no seu acompanhamento (ficha do aluno, registo da avaliação por período letivo e avaliações mensais e trimestrais dadas na sala de aula, avaliações psicológicas, entre outras) permitiu complementar a elaboração dos estudos de caso (*ver* Apêndice 5).

Após a recolha destes dados, foi analisado o comportamento de aprendizagem em matemática em cada criança a partir dos resultados da ACM 1 e ACM 2 em seis momentos. Os primeiros três momentos são referentes ao final do 1º, 2º e 3º Período do 1º ano de escolaridade. Os restantes três são referentes aos mesmos períodos escolares no 2º ano de escolaridade.

2.3.5. *Análise dos dados*

Quanto à variável SN, os valores normativos da BSN permitiram dividir a amostra entre baixo, médio e alto SN. Deste modo, as crianças foram distribuídas por três grupos de rendimento na BSN: o grupo A, de baixo rendimento na BSN (Percentil ≤ 25 ; até 19 pontos), o grupo B de médio rendimento (Percentil entre 25-75; entre 20 e 26 pontos) e, por fim, o grupo C de alto rendimento (Percentil ≥ 75 ; entre 27 e 33 pontos).

No que se refere às medidas de DM, foram considerados baixo DM até 4 pontos, médio entre 5 e 7 pontos, alto DM a partir de 8 pontos na ACM 1 e 2. Na ASM, acima de 75% é considerado alto DM e abaixo dos 25% baixo DM.

Na análise dos dados foi utilizada a Análise de Regressão Linear e estatística descritiva para identificar os conteúdos matemáticos e os percursos de aprendizagem nas crianças com baixo SN.

2.3.6. *Resultados*

O presente estudo procura, em primeiro lugar, identificar percursos de aprendizagem da matemática (medidos pela ASM, ACM 1 e ACM 2) em crianças com baixo, médio e alto SN (medido pela BSN). Em segundo lugar, identificar as áreas da matemática (ou conteúdos matemáticos) que estão associadas ao DM em crianças com baixo, médio e alto SN.

No Apêndice 5, será apresentado o perfil das 11 crianças com baixo SN com uma síntese descritiva do aluno, do seu perfil na BSN e nas provas de desempenho matemático ACM 1 e 2.

2.3.6.1. Resultados relativos à associação entre o SN e o desempenho em matemática no final do 1º e 2º ano de escolaridade: percursos de aprendizagem

Na Figura 5, 6 e 7 podemos analisar os resultados das medidas de desempenho em matemática em função dos valores obtidos pela BSN. Em particular, podemos observar a relação entre o SN e o DM no final do 1º e 2º ano de escolaridade nas 30 crianças distribuídas pelos grupos de rendimento.

De acordo com a Figura 5, a dispersão do DM (medido pela ACM 1) no final do 1º ano de escolaridade apresentou uma relação positiva e linear com o SN medido no início do ensino obrigatório.

No Gráfico a), os três grupos de rendimento na BSN: baixo (Grupo A), médio (Grupo B) e alto (Grupo C) SN apresentam, respetivamente, baixo, médio e alto rendimento na matemática; no entanto, com alguns pontos discrepantes. Por exemplo, temos um caso do Grupo A que apresenta um alto rendimento na matemática, ou seja, acertou em todos os conteúdos matemáticos analisados (mais informações, ver Estudo de Caso 6, Apêndice 5).

No Gráfico b), podemos verificar uma moderada capacidade preditiva do SN no DM no final do 1º ano, com uma variância explicada pela BSN de aproximadamente 52%.

O DM (medido pela ASM) apresenta um comportamento semelhante do DM medido pela ACM 1 (ver Gráfico a) da Figura 6. No Gráfico b) podemos verificar uma moderada capacidade preditiva com uma variância explicada pela BSN no desempenho matemático de aproximadamente 36%.

Figura 5. Gráficos de Dispersão dos Resultados da ACM 1 em Função da BSN no Final do 1º Ano de Escolaridade

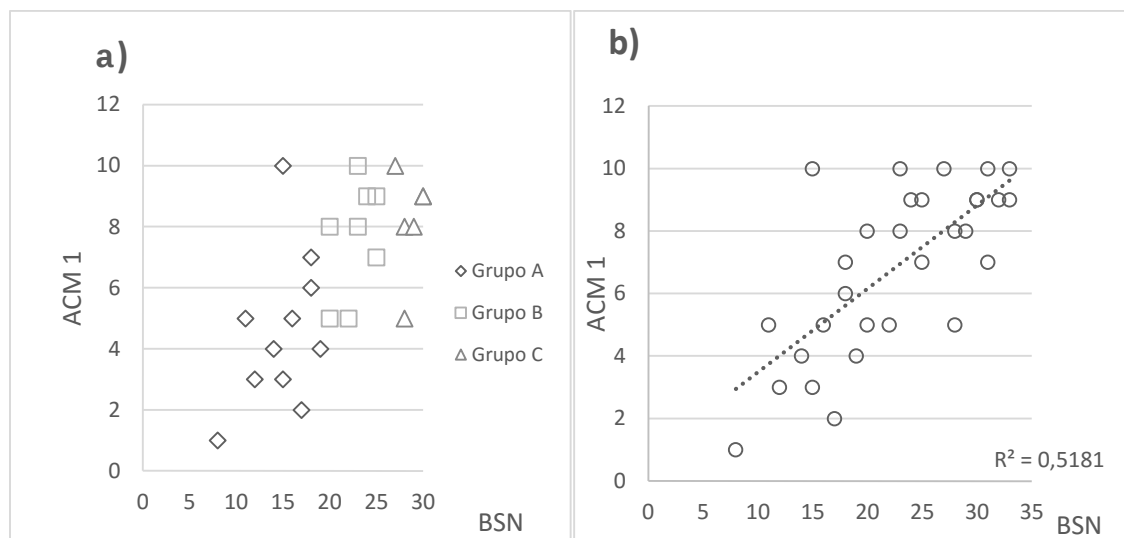


Figura 5. Resultados na avaliação de conteúdos matemáticos no final do 1º ano de escolaridade (ACM 1, máx. 10 pontos) em função dos resultados na bateria sentido de número medidos à entrada do ensino formal por grupo de rendimento (BSN, máx. 33 pontos). A linha de tendência no Gráfico b) representa o ajuste dos valores experimentais a uma reta de regressão com um $R^2 = .52$. BSN = Bateria Sentido de Número. ACM 1 = Avaliação de Conteúdos Matemáticos – 1º ano de escolaridade.

Figura 6. Gráficos de Dispersão dos Resultados da ASM em Função da BSN no Final do 2º Ano de Escolaridade

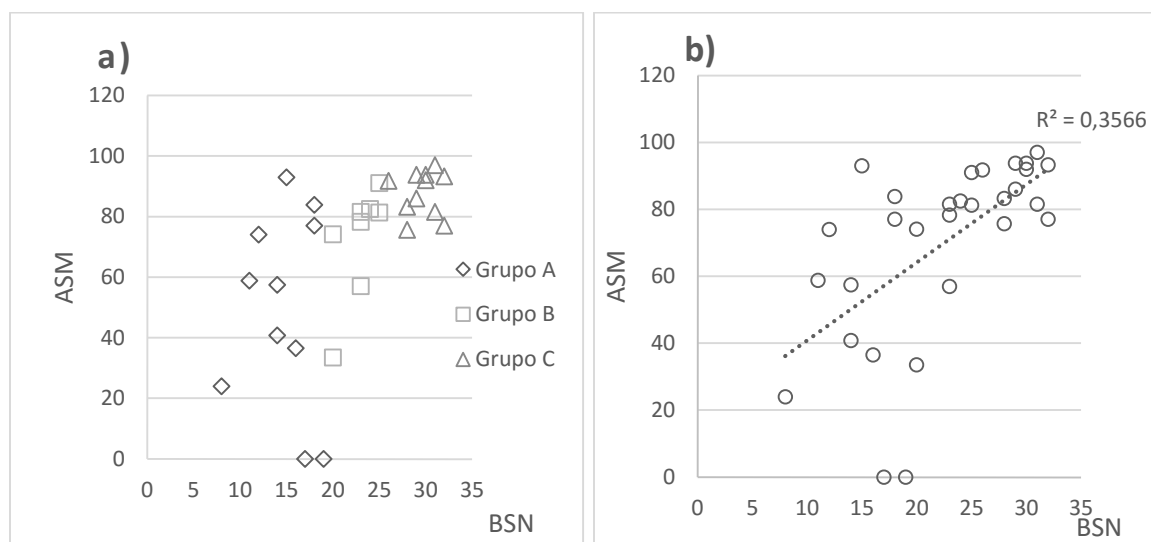


Figura 6. Resultados na avaliação de conteúdos matemáticos no final do 2º ano de escolaridade (ASM, máx. 100 %) em função dos resultados na bateria sentido de número medidos à entrada do ensino formal por grupo de rendimento (BSN, máx. 33 pontos). A linha de tendência no Gráfico b) representa o ajuste dos valores experimentais a uma reta de regressão com um $R^2 = .36$. BSN = Bateria Sentido de Número. ASM = Avaliação Sumativa da Matemática.

As crianças com médio SN revelaram um relativo a alto DM no final do 2º ano de escolaridade. As crianças com alto SN apresentaram um bom DM e mantêm praticamente o mesmo nível de desempenho ao longo dos dois primeiros anos escolares.

No final do 2º ano de escolaridade (medidos pela ACM 2), os resultados revelam um comportamento matemático semelhante ao comportamento matemático no final do 1º ano de escolaridade. As crianças com baixo, médio e alto SN, revelam, respetivamente, baixo, médio e alto DM, com a exceção de um único caso.

No Gráfico b), podemos verificar uma moderada capacidade preditiva do SN no DM, com uma variância explicada pela BSN no desempenho matemático de aproximadamente 66%.

Uma análise mais pormenorizada permite-nos verificar que das 11 crianças identificadas com baixo SN, 6 enquadram-se no primeiro percurso – ou seja, terminaram o 2º ano de escolaridade com baixo DM; quatro crianças encontram-se no 2º percurso, isto é, revelam um relativo DM; e 1 criança com bom DM que não se enquadra em nenhum dos percursos identificados por Jordan e colaboradores (ver Caso 6, Apêndice 5).

2.3.2.1. Resultados relativos aos conteúdos matemáticos

Procurámos identificar quais os conteúdos matemáticos que estão associados ao baixo, médio e alto SN (medidos pela BSN) ao longo dos dois primeiros anos letivos.

Relativamente ao Grupo A, apenas 4 das 11 crianças observadas conseguiram identificar os números antecessores e sucessores. Apenas 1 acertou na decomposição de somas (e.g. $80 = 40 + \underline{\quad}$). Quatro e três crianças acertaram, respetivamente, nos exercícios com operações de adição (e.g. $25 + 25 = \underline{\quad}$) e subtração ($50 - 40 = \underline{\quad}$).

Figura 7. Gráficos de Dispersão dos Resultados da ACM 2 em Função da BSN no Final do 2º Ano de Escolaridade

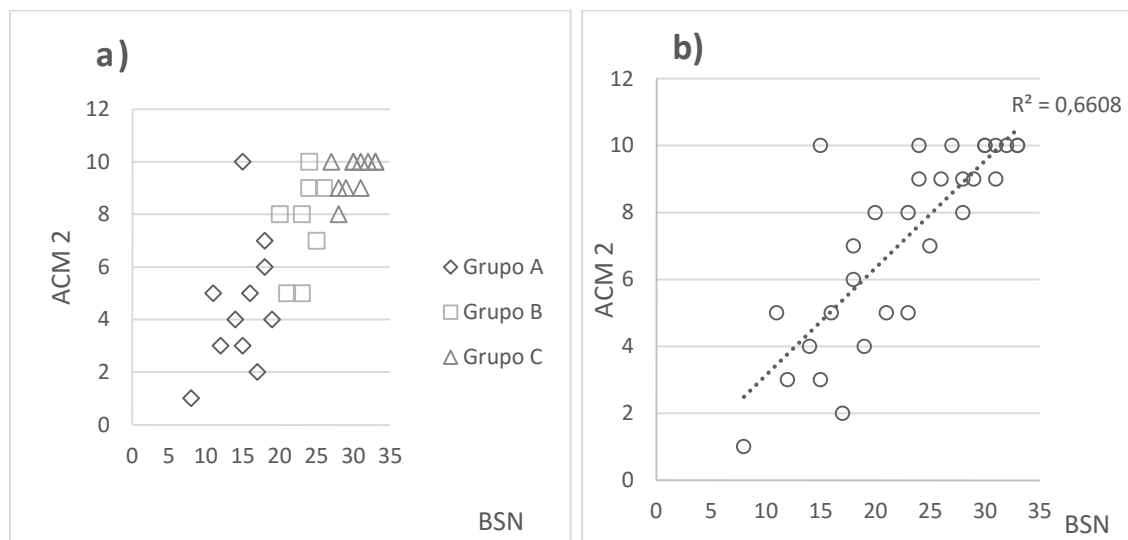


Figura 7. Resultados na avaliação de conteúdos matemáticos no final do 2º ano de escolaridade (ACM 2, máx. 10 pontos) em função dos resultados na bateria sentido de número medidos à entrada do ensino formal por grupo de rendimento (BSN, máx. 33 pontos). A linha de tendência no Gráfico b) representa o ajuste dos valores experimentais a uma reta de regressão com um $R^2 = .66$. BSN = Bateria Sentido de Número. ACM 2 = Avaliação de Conteúdos Matemáticos – 2º ano de escolaridade.

Os resultados revelaram que as crianças com baixo SN apresentam mais dificuldades em resolver operações aritméticas tanto no final do 1º como no 2º ano de escolaridade (ver Figura 8). Para além disso, apresentaram um rendimento mais baixo no final do 2º ano do que no 1º ano, levando-nos a inferir que o DM em crianças com baixo SN tende a agravar-se no segundo ano escolar.

A maioria das crianças do Grupo B (médio SN) dominou praticamente todos os conteúdos matemáticos analisados. As crianças identificadas com médio SN não apresentam dificuldades em resolver exercícios relacionados com a identificação e comparação de números. Apenas 3 crianças das 8 crianças conseguiram resolver com

sucesso operações aritméticas de adição e apenas 2 crianças resolveram operações subtrativas com sucesso (ver Figura 9).

As crianças com alto SN dominam praticamente todos os conteúdos matemáticos formais, como podemos verificar nos resultados no final do 1º e 2º ano de escolaridade (ver Figura 10). Apenas 3 crianças não acertaram totalmente nos exercícios de adição e nas decomposições de somas. Os resultados mais baixos nos problemas verbais de subtração devem-se aos valores em falta.

Figura 8. Resultados por Conteúdo Matemático em Crianças com Baixo SN (Grupo A) no Final do 1º Ano (a) e do 2º Ano de Escolaridade (b)

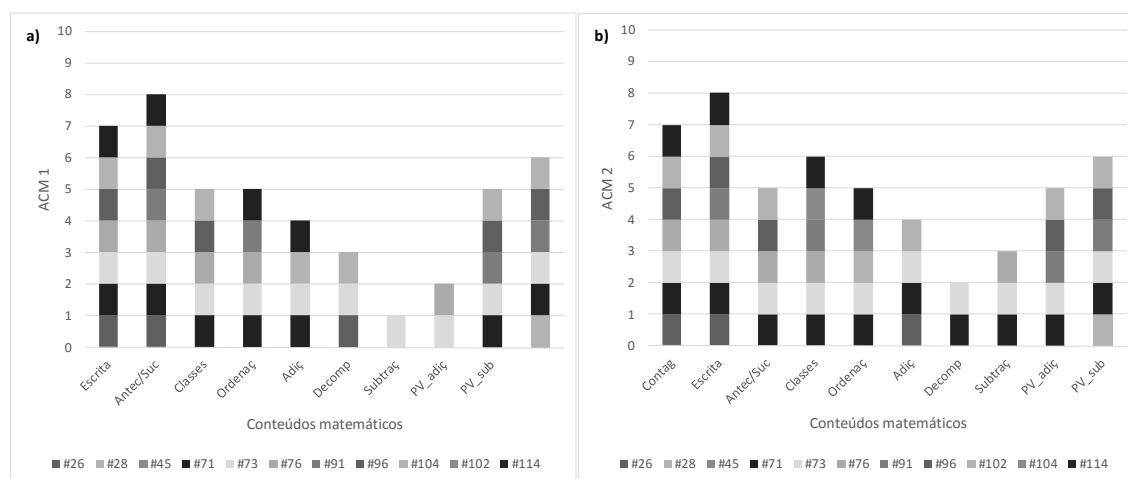


Figura 8. Resultados na avaliação de conteúdos matemáticos (ACM 1 e ACM 2, máx. 10 pontos) no final do 1º ano (a) e no final do 2º ano de escolaridade (b) por conteúdo matemático (contagem, escrita de números, classes ou identificação das dezenas e unidades, ordenações, adição, decomposição de somas, subtração, problemas verbais de adição e problemas verbais de subtração em crianças identificadas à entrada do ensino formal com baixo SN (Grupo A).

Figura 9. Resultados por Conteúdo Matemático em Crianças com Médio SN no Final do 1º e do 2º Ano de Escolaridade

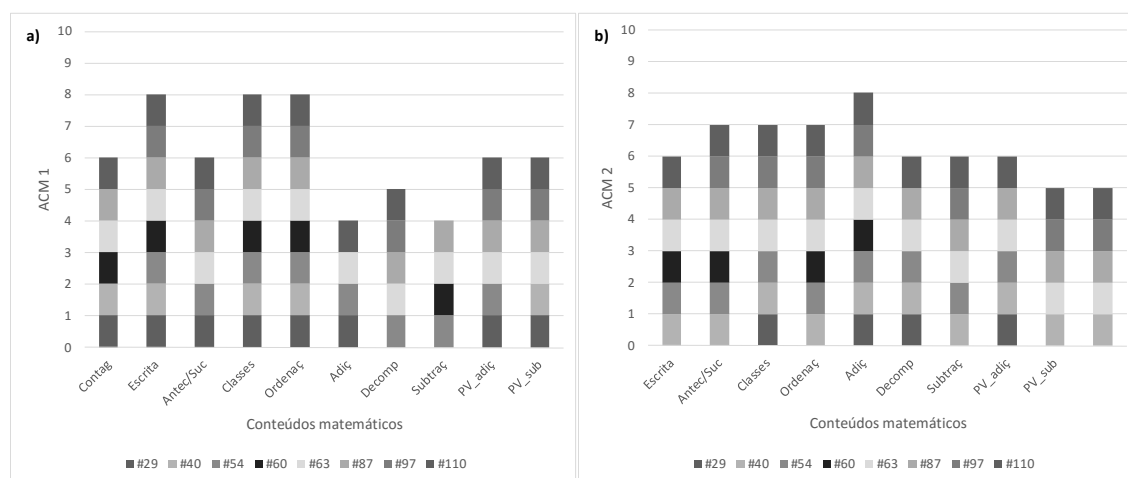


Figura 9. Resultados na avaliação de conteúdos matemáticos (ACM 1 e ACM 2, máx. 10 pontos) no final do 1º ano (a) e no final do 2º ano de escolaridade (b) por conteúdo matemático (contagem, escrita de números, classes ou identificação das dezenas e unidades, ordenações, adição, decomposição de somas, subtração, problemas verbais de adição e problemas verbais de subtração) em crianças identificadas à entrada do ensino formal com médio SN (Grupo B).

Figura 10. Resultados por Conteúdo Matemático em Crianças com Alto SN no Final do 1º e do 2º Ano de Escolaridade

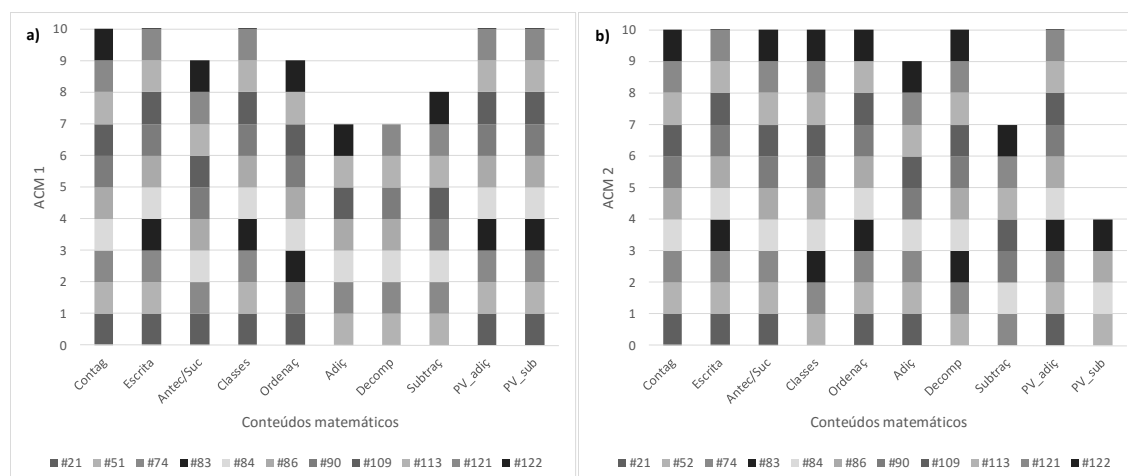


Figura 10. Resultados na avaliação de conteúdos matemáticos (ACM 1 e ACM 2, máx. 10 pontos) no final do 1º ano (a) e no final do 2º ano de escolaridade (b) por conteúdo matemático (contagem, escrita de números, classes ou identificação das dezenas e unidades, ordenação, adição, decomposição de somas, subtração, problemas verbais de adição e problemas verbais de subtração) em crianças identificadas à entrada do ensino formal com alto SN (Grupo C).

2.3.3. Discussão

O SN revela uma moderada validade preditiva no DM não só no final do 1º ano de escolaridade, mas também no 2º ano de escolaridade. Estes dados apresentam-se consistentes com os estudos de Jordan e colaboradores (2006; 2007; 2010).

No Estudo II pudemos verificar que as competências de cálculo (problemas verbais e operações numéricas) têm valores correlacionais mais altos com os resultados das medidas de DM quando comparadas com as outras subáreas da BSN. Porém não sabíamos quais as áreas da matemática formal que estão associadas ao baixo, médio e alto desempenho na BSN. Deste modo, comparámos os três grupos de rendimento na BSN com a taxa de sucesso na resolução de exercícios matemáticos, como por exemplo, contar de 2 em 2 ou 10 em 10, identificar números antecessores e sucessores, ou resolver operações aritméticas de adição e subtração simples. As crianças com baixo SN revelaram mais dificuldades na resolução de operações numéricas (e.g. decomposição de somas, adição e subtração em representação horizontal) comparativamente com as crianças com médio e alto SN.

Tal como Baroody et al. (2009) defendem a fluência nas operações aritméticas parece estar associada com o SN. As crianças que desenvolveram o SN na pré-escolaridade e no início da escolaridade obrigatória adquirem mais competências para desenvolver o cálculo mental e resolver de forma rápida e eficiente as operações aritméticas básicas. Dentro deste cenário, os nossos resultados sugerem que a criação de programas de intervenção precoce deve ter um forte componente na estimulação de competências de cálculo.

PARTE III

Discussão geral, Limitações e Implicações práticas

3.1. Resumo dos principais resultados encontrados

Os objetivos da presente tese de doutoramento foram: em primeiro lugar, adaptar e aferir uma prova para medir o SN em crianças que deram entrada no ensino formal; em segundo, investigar a validade preditiva do SN no DM em crianças do 1º ano de escolaridade; e, finalmente, analisar os percursos de aprendizagem e identificar os conteúdos matemáticos formais associados ao SN em 30 estudos de caso ao longo dos dois primeiros anos de escolaridade.

Os resultados mostram que a BSN – Bateria Sentido de Número é uma medida válida para medir o SN em crianças portuguesas com idades compreendidas entre os 5 e os 8 anos. A distribuição não normal da população estudada revela que a BSN discrimina mais valores inferiores do que superiores à média nacional, o que pode potenciar a identificação de crianças que podem vir a estar em risco (valores inferiores à média) de poderem vir a ter dificuldades na aprendizagem da matemática.

Para analisar a fidelidade do teste foi calculado o coeficiente alfa de *Cronbach* e o método de bipartição de Guttman. A BSN total apresenta uma boa consistência interna (alfa de *Cronbach* = .89) revelando uniformidade e homogeneidade nas respostas dos sujeitos a cada um dos itens. Os valores dos coeficientes de consistência interna através do método de bipartição também se revelaram adequados com valores superiores a .70 em ambas as metades do teste, o que nos permite fazer interpretações fiáveis em qualquer indivíduo com as características da presente amostra. Porém, a análise correlacional item-total e as correlações subteste-total mostraram valores de consistência interna abaixo de .70 indiciando que a BSN deve ser interpretada como uma escala-total, embora os

subtestes Identificação do número, Problemas verbais e Operações numéricas apresentem valores de consistência interna adequados. Os resultados referentes à consistência interna atingem valores adequados para a medida total. Todavia, alguns itens deveriam ser revistos, nomeadamente, o item 7 que se apresenta desenquadrado dos restantes. A sua eliminação aumentaria a consistência interna da medida total em 0.3 pontos percentuais.

Para analisar a validade de constructo foi utilizada a análise de componentes principais com saturação a .40. Foram identificados 6 fatores válidos revelando coesão entre os respetivos itens com exceção dos itens 6, 7, 13, 23, 26, 32 e 33 considerados itens ambíguos. Em geral, a escala como medida total apresenta boas qualidades psicométricas.

Em relação à validade preditiva da BSN (Estudo II), os resultados indicaram que o SN (medido pela BSN) representa 33% a 45% da variabilidade explicada nos resultados matemáticos no final do 1º ano de escolaridade. Foi encontrada uma associação positiva, significativa e moderada entre o SN e o DM, sendo as competências de cálculo (problemas verbais e operações numéricas) as que apresentam uma correlação mais alta com o DM. Relativamente aos grupos de rendimento na BSN, os dados apontam para a existência de diferenças significativas ao nível do DM nos três momentos de avaliação ao longo do 1º ano escolar (1º, 2º e 3º período escolar) tendo em conta os três grupos de rendimento na BSN. As crianças com baixo SN apresentaram um DM mais baixo nos três momentos de avaliação em comparação com o grupo de crianças com médio e alto SN o que sustenta a validade preditiva da BSN.

A análise do SN no grupo de crianças com baixo SN no Estudo III revelou que estas apresentam mais dificuldades nas competências de cálculo (medido pela BSN) e nos

conteúdos matemáticos formais associados à resolução de operações aritméticas aditivas e subtrativas ao longo dos dois primeiros anos de escolaridade (medido pela ACM 1 e 2) comparativamente com os restantes grupos. Estes resultados sugerem que o desenvolvimento de programas de intervenção precoce ao nível das competências básicas da matemática deverá incidir essencialmente na estimulação de competências de cálculo.

A análise dos percursos de aprendizagem revelou que as crianças que terminam o jardim-de-infância e iniciam a escolaridade obrigatória com alto SN mostram bom crescimento na aprendizagem da matemática e mantêm-se nesse nível. Cerca de metade das crianças com baixo SN revela baixo e outra metade revela um relativo crescimento na aprendizagem da matemática. A identificação destes percursos de aprendizagem demonstra a necessidade, como uma medida de prevenção, de identificar e intervir precocemente nas crianças que apresentam à entrada do ensino obrigatório um baixo SN.

3.2. *Implicações teóricas*

Um benefício claro desta pesquisa está associado ao seu contributo para sustentar teoricamente a BSN – Bateria Sentido de Número como uma medida válida na identificação de dificuldades futuras na aprendizagem da matemática. Além disso, dá uma boa corroboração transcultural (E.U.A e Portugal) aos estudos de Jordan e colaboradores sobre a validade preditiva da BSN no DM nos dois primeiros anos de escolaridade. O efeito preditor e correlacional encontrado na nossa pesquisa do SN simbólico no desempenho futuro da matemática mantém-se consistente com os resultados encontrados noutros estudos (e.g. Geary et al., 2007; Landerl et al., 2004; Gersten e

Chard, 1999; Griffin e Case, 1997; Gersten et al., 2005; Jordan et al., 2006; Jordan et al., 2008; Jordan et al., 2010).

Encontrámos também correlações moderadas e significativas entre as competências relacionais (Comparações numéricas) e as competências de cálculo (Problemas verbais e Operações numéricas) e o DM sugerindo que as fraquezas no SN suportam a maior parte das dificuldades na aprendizagem da matemática. Relativamente às competências de contagem, os nossos resultados não corroboram os resultados encontrados noutros estudos. A contagem (medida pela BSN) não apresenta uma correlação significativa com o DM sendo necessário encontrar, em estudos futuros, resultados mais consistentes que sustentem ou não a contagem como uma competência numérica significativamente associada ao desempenho futuro da matemática.

3.3. *Implicações práticas*

Este estudo apresenta-se como um trabalho pioneiro em Portugal. Não há nenhum estudo nacional que sustente a preditibilidade do SN (medidas pela BSN ou por outra medida) no DM nem uma medida válida que possa ser usada para identificar crianças em risco de terem futuras dificuldades na matemática. Deste modo, a BSN pode ser utilizada em contexto educativo por professores, psicólogos e outros técnicos especializados, na medição do SN e consequentemente na identificação e intervenção preventiva em crianças em risco de terem insucesso na matemática, particularmente nos dois primeiros anos de escolaridade.

Outra implicação prática dos nossos resultados está relacionada com as consequências do baixo SN. Se as crianças terminam o jardim-de-infância com fraco SN,

podem entrar no ensino formal em desvantagem em relação aos seus pares e com grandes dificuldades em acompanhar os seus pares que entram no 1º ano com forte SN. Neste sentido, com a aplicação da BSN e a identificação das competências numéricas elementares que mais predizem o DM, é possível traçar programas de intervenção individualizados para trabalhar com crianças de 4 aos 9 anos que estão em risco de terem problemas futuros na matemática, especificamente, nas competências inerentes ao domínio das operações aritméticas.

Para traçar este tipo de programas de intervenção é necessário que os educadores tenham um bom conhecimento do desenvolvimento numérico na criança e do impacto do SN a nível educacional. O enquadramento teórico da presente tese de doutoramento e os respetivos resultados pode contribuir para a formação de professores e outros técnicos especializados de modo a melhorar o seu conhecimento e prática na escolha de tarefas que possam aumentar a taxa de DM, para além de poder desenvolver as competências numéricas em crianças pré-escolares e/ou matriculadas nos primeiros anos de escolaridade. Em segundo lugar, permite desenvolver um programa de intervenção na construção do sentido de número para crianças dos 4 aos 9 anos de idade.

Com estes resultados, podemos ainda alertar as autoridades educativas nacionais para a situação em que se encontram as crianças portuguesas ao nível das competências numéricas elementares e para a necessidade em desenvolver um currículo pré-escolar assente no desenvolvimento do SN (em particular, ao nível da contagem, comparações numéricas e operações aritméticas) de modo a reduzir a proporção de casos em risco. Verificámos que 3.1% dos casos situam-se abaixo do percentil 10, 16.8% abaixo do percentil 25, 61.7% entre o percentil 25 e 75 e 18.4% acima do percentil 75. Isto significa

que temos cerca de 19.9% das crianças com baixo sentido de número (abaixo do percentil 25) e com eventual risco de terem dificuldades futuras na aprendizagem da matemática.

3.3.1. Limitações e desafios futuros

Algumas limitações podem ser encontradas neste estudo relativamente às medidas de DM utilizadas, em particular da ACM – Avaliação de Conteúdos Matemáticos. Não existe em Portugal uma medida de avaliação do desempenho formal da matemática aferida para a população portuguesa. Restou-nos a aplicação de duas medidas de avaliação do DM (ASM e ACM). A ASM aplicada em contexto de sala de aula no final do 1º ano de escolaridade apresentou qualidades psicométricas aceitáveis. No entanto, a ACM foi desenvolvida com base numa lista de onze conteúdos matemáticos presentes no currículo nacional de matemática e recolhidos os dados a partir de 54 avaliações formais de 8 escolas públicas aplicadas nos três períodos escolares. Este tipo de recolha não permitiu analisar as qualidades psicométricas da ACM, pois não existe uma única medida, o que pode colocar em causa a fiabilidade e validade da mesma. No entanto, o facto de ambas as medidas apresentarem entre elas uma forte e significativa correlação, pode indicar que o DM, avaliado pelas duas medidas, é idêntico. De qualquer modo, seria pertinente utilizar futuramente a lista de conteúdos matemáticos da ACM para desenvolver uma medida única de DM para o final do 1º ano de escolaridade, ao invés de recolher dados de diversas avaliações formais.

Para suportar a validade preditiva da BSN no DM, seria um desafio futuro comparar o efeito preditor da BSN com outras medidas de DM (para além da ASM e

ACM) e com múltiplos momentos de avaliação, nomeadamente, até ao final do 4º ano de escolaridade.

Em estudos futuros também seria importante verificar se as alterações de valores na variável dependente (DM) estão unicamente relacionadas com as alterações nos valores da variável independente (SN). Para isso, em futuras pesquisas, poderiam ser adicionados outros preditores cognitivos no DM frequentemente assinalados pela literatura, tais como, as competências linguísticas, a memória de trabalho, funções executivas ou relações espaciais, e analisados os valores de significância e a magnitude do efeito (valor *d* de Cohen, 1988). Para além dessas, introduzir outros tipos de variáveis preditoras do DM, nomeadamente o nível de educação e o estatuto socioeconómico dos pais e o ambiente familiar. Esta análise permitiria verificar a seguinte hipótese: o SN era a variável preditora que mais explicava a variância encontrada na variável dependente.

Em termos interventivos, os dados relacionados com as estratégias de contagem utilizadas pelas crianças na resolução de operações aritméticas dão-nos indicações teóricas para a necessidade de desenvolver estudos que analisem a eficácia de programas de estimulação precoce focados no desenvolvimento de competências de cálculo. Os nossos dados indicaram que, ao contrário das crianças com alto SN, as crianças com baixo SN preferiam dar respostas aleatórias e sem qualquer procedimento de contagem observado que utilizar os dedos na resolução de problemas verbais e operações numéricas. Se as crianças usam a contagem pelos dedos como uma capacidade introdutória necessária para a compreensão visual de fatos numéricos aditivos e subtrativos como $2 + 3$ ou $5 - 4$ (Geary et al., 2007), e se o uso dos dedos tem um papel significativo na maturação do sistema de contagem para chegar ao conhecimento

abstrato, nomeadamente, ao domínio do cálculo mental com números maiores (Butterworth, 1999, 2005; Fuson, 1982), seria pertinente estimular a contagem dos dedos logo em crianças pré-escolares e analisar a eficácia deste tipo de programa de estimulação.

Ainda relativamente às estratégias de contagem, dada a baixa percentagem no uso das estratégias de contagem “verbal”, “fichas” e “lápiz/papel”, e não nos ser possível distinguir o uso da estratégia “mental” (como a evocação rápida de factos numéricos) de uma estratégia não observada, em estudos futuros seria relevante analisar o uso de outras estratégias de contagem e distinguir os instrumentos de contagem (dedos, lápis/papel, fichas) dos métodos de contagem (procedimentos de contagem e não-contagem).

O outro desafio teórico está relacionado com os resultados obtidos pelas crianças entre os 7 e os 8 anos que ficaram retidas no 1º ano de escolaridade. Os nossos dados indicaram que a progressão da idade cronológica de crianças, entre os 5 e 6 anos e seis meses que deram entrada no 1º ano de escolaridade, é acompanhada por um aumento sucessivo e relativamente uniforme dos desempenhos ao nível do SN (medido pela BSN - Bateria Sentido de Número). No entanto, a partir dos 7 anos, a situação reverte-se. Em crianças entre os 6 e os 8 anos de idade, os resultados da BSN no 50.º percentil chegam a oscilar 12 pontos. Dado que são crianças com dificuldades de aprendizagem e ficaram retidas para manter o currículo do 1º ano de escolaridade, parece que a progressão da idade cronológica e a instrução repetida no mesmo ano escolar não é suficiente para combater as suas dificuldades ao nível do SN.

Neste sentido, os resultados da presente pesquisa podem indicar que a retenção é uma medida ineficaz e ineficiente dado que as crianças com fraco SN (e.g. comparações

numéricas e operações aritméticas simples de adição e subtração) mantêm essas dificuldades se não tiverem uma intervenção específica focada nas competências em falta (Geary, 2011).

O relatório sobre a retenção escolar nos ensinos básico e secundário do *Conselho Nacional de Educação* (CNE, 2015) sustenta estes resultados, afirmando que “os alunos retidos, nomeadamente, nos anos iniciais da escolaridade, não melhoram os seus resultados e são mais propensos a uma nova retenção” (p. 7384). O mesmo relatório salienta que “estes argumentos nos conduzem no sentido de uma mudança da cultura de retenção para o investimento em programas contextualizados de combate ao insucesso e de melhoria das condições de ensino e aprendizagem, num quadro de baixo rendimento escolar (CNE, 2015, p. 7384).

A crença comum que a repetição de um ano é benéfica para a aprendizagem dos alunos e a crença que a progressão da idade cronológica facilita a aprendizagem das competências básicas patente na sociedade portuguesa, em particular na cultura escolar, não vai de encontro com os resultados encontrados no presente trabalho e no respetivo relatório. O facto das 88 crianças com idades compreendidas entre os 7 e os 10 anos de idade matriculadas no 1º ano de escolaridade ainda terem um desempenho ao nível do SN mais baixo que as crianças com 5 e 6 anos de idade sustentam as conclusões do supracitado relatório.

Para finalizar, o grande contributo teórico e prático da nossa pesquisa, sendo pioneira no estudo da identificação precoce das dificuldades na matemática em Portugal, é abrir as portas para mais estudos nacionais assentes no campo da cognição matemática em crianças dos 4 aos 8/9 anos em três grandes âmbitos de pesquisa: a operacionalização

do SN como uma medida válida de identificação e intervenção precoce nas DM; a análise do SN como fator preditivo e crítico no desenvolvimento de competências inerentes ao sucesso futuro da matemática; e a natureza da matemática com a identificação de conteúdos matemáticos mais associados às dificuldades na aprendizagem inicial na matemática.

3.4. Considerações finais

Perante os dados estatísticos nacionais e internacionais que revelaram um cenário preocupante ao nível da matemática, e perante os resultados dos três estudos aqui apresentados, consideramos que há a necessidade de deslocar recursos e meios para apoiar alunos matriculados nos dois primeiros anos de escolaridade ao nível da matemática, no sentido de evitar que um número incontável de alunos chegue ao 3º e 4º ano de escolaridade e posteriormente transite para o 2º Ciclo do Ensino Básico sem competências básicas mínimas necessárias a uma aprendizagem bem-sucedida.

Como refere o investigador Lopes (2003), da Universidade do Minho, o “esperar para ver”, “aguardar pela maturação” ou “dar tempo ao tempo” não antevê nada de bom para o futuro percurso escolar de alunos que experienciam o fracasso na iniciação na leitura, e podemos acrescentar, na matemática.

Desenvolver um poderoso sistema impulsionador (no pré-escolar) e compensatório (nos dois primeiros anos de escolaridade) não só da leitura e escrita, mas também da matemática, é decisivo para o futuro sucesso escolar de todos os alunos que passaram pela experiência de fracasso nos primeiros anos de escolaridade.

Com a agravante destas experiências de insucesso precoce poderem aumentar também a ansiedade perante a matemática e provocar alterações comportamentais a curto prazo. Para além disso, a comparação social pode ter efeitos desastrosos para a criança. A criança compara-se com os colegas que não parecem experienciar qualquer tipo de dificuldade e conclui que “é menos capaz” ou pior ainda que “é burro”. A perceção de incapacidade perante tudo aquilo que implique tarefas escolares pode tornar-se praticamente inevitável levando o aluno a um evitamento e desinvestimento sistemático e até ter alterações comportamentais (Lopes, 2003).

Neste sentido a mensagem que procurámos transmitir ao longo deste trabalho é simples e direta: cuidar com dedicação a matemática desde a mais tenra idade, prolongando esse cuidado, principalmente nos dois primeiros anos de escolaridade. Só assim, podemos prevenir o fracasso inicial da matemática que, por conseguinte, por se tratar de um conjunto de competências elementares, compromete aprendizagens futuras numa sociedade cada vez mais tecnológica e computacional que vive de uma atitude flexível e focada na resolução de problemas.

Terminamos a presente tese de doutoramento com uma citação do relatório do Conselho Nacional da Educação (CNE, 2015) que sustenta a mensagem que procurámos transmitir:

“O diagnóstico precoce e a intervenção específica e rápida aos primeiros sinais de dificuldades de aprendizagem são das estratégias que maior consenso reúne no combate ao insucesso. Assim, a determinação e aplicação de medidas específicas para prevenção e intervenção aos primeiros sinais de dificuldades, nomeadamente no último ano do pré-escolar e nos dois primeiros anos de escolaridade, parecem ser as formas mais eficazes de

combate ao insucesso (...). Da mesma forma, uma pré-escolaridade de qualidade e o desenvolvimento de instrumentos de sinalização precoce de dificuldades poderão permitir intervir de forma atempada e adequada e, deste modo, obviar situações de insucesso escolar que conduzirão à retenção nos primeiros anos da escolaridade.”

(CNE, 2015, p. 7385)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Almeida, L. & Freire, T. (1997). *Metodologia da investigação em psicologia e educação*. Coimbra: APPORT - Associação dos Psicólogos Portugueses.
- Baroody, A. J. (1987). *Children's mathematical thinking: A developmental framework for preschool, primary and special education teachers*. New York: Teacher's College Press.
- Baroody, A. J. (1992). The development of kindergartners' mental-addition strategies. *Learning and Individual Differences*, 4, 215–235.
- Baroody, A. J., Bajwa, N. P., & Eiland, M. (2009). Why can't Johnny remember the basic facts? *Developmental Disabilities Research Reviews*, 15, 69-79.
- Baroody, A. J., Lai, M. L., & Mix, K. S. (2006). The development of young children's number and operation sense and its implications for early childhood education. In B. Spodek & O. Saracho (Eds.), *Handbook of research on the education of young children* (187–221). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Berch, D. B. (2005). Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disability. *Journal of Learning Disabilities*, 38(4), 333-339.
- Bereiter, C., & Engleman, S. (1966). *Teaching disadvantaged children in the preschool*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.
- Bisanz, J., Sherman, J., Rasmussen, C., & Ho, E. (2005). Development of arithmetic skills and knowledge in preschool children. In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (143–162). New York: Psychology Press.
- Booth, J. L., & Siegler, R. S. (2006). Developmental and individual differences in pure

- numerical estimation. *Developmental Psychology*, 41, 189-201.
- Booth, J. L., & Siegler, R. S. (2008). Numerical magnitude representations influence arithmetic learning. *Child Development*, 79, 1016-1031.
- Butterworth, B. (1999). *The mathematical brain*. London: MacMillan.
- Butterworth, B. (2005). Developmental dyscalculia. In J. Campbell (Ed.), *The Handbook of Mathematical Cognition*, 455-467. Hove: Psychology Press.
- Case, R., & Griffin, S. (1990) Child cognitive development: The role of central conceptual structures in the development of scientific and social thought. In C.A. Hauert (Ed.), *Developmental Psychology: Cognitive, Perceptuo-Motor and Psychological Perspectives*. Amsterdam: Elsevier.
- Castro, J. P. & Rodrigues, M. (2008). *O sentido do número no início da aprendizagem*. In J. Brocardo, L. Serrazina e I. Rocha (Org.). Lisboa: Escolar Editora.
- Chard, D. J., Clarke, B., Baker, S., Otterstedt, J., Braun, D., & Katz, R. (2005). Using measures of number sense to screen for difficulties in mathematics: Preliminary findings. *Assessment for Effective Intervention*, 30(2), 3-14.
- Clapp, F. L. (1924). *The number combinations: Their relative difficulty*. Bureau of Educational Research Bulletin (2).
- Clarke, B. & Shinn, M. (2004). A preliminary investigation into the identification and development of early mathematics curriculum-based measurement. *School Psychology Review*, 33(2), 188-192.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. New York: Routledge.
- Clements, D. H. (1999). Subitizing: what is it? Why teach it? *Teaching Children*

Mathematics, 5(7), 400-406.

Clements, D. H., Battista, M. T., Sarama, J., & Swaminathan, S. (1997). Development of students' spatial thinking in a unit on geometric motions and area. *The Elementary School Journal*, 98 (2), 171-186. 66

Conselho Nacional de Educação (CNE, 2015). *Recomendações sobre a retenção escolar nos ensinos básico e secundário*. Diário da República, 2.ª série - N.º 59 - 25 de março de 2015. Recomendação n.º 2/2015. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.

Cooper, J. C. (1983). Factor analysis: An overview. *The American Statistician*, 37, 2, 141-147.

Cordes, S., & Gelman, R. (2005). The young numerical mind: When does it count? In J. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (127–142). London: Psychology Press.

Cruz, V. (2009). *Dificuldades de Aprendizagem Específicas*. Lidel: Lisboa.

De Smedt, B., Gilmore, C. K. (2011). Defective number module or impaired access? Numerical magnitude processing in first graders with mathematical difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology*, 108(2), 278–292.

Dehaene S., & Changeux J. P. (1993). Development of elementary numerical abilities: A neuronal model". *Journal of Cognitive Neuroscience*, 5, 390–407.

Dehaene, S. (2002). *The number sense: How the mind creates mathematics*. Revised and Updated Edition (versão original publicada em 1997). New York: Oxford University Press.

Dehaene, S., Dehaene-Lambertz, G. & Cohen, L. (1998). Abstract representations of

- numbers in the animal and human brain. *Trends in Neuroscience*, 21, 355-361.
- Department for Business, Innovation & Skills (2012). *2011 Skills for life survey: a survey of literacy, numeracy and ICT levels in England*. BIS Research Paper, 81. London: Department for Business, Innovation & Skill.
- Dowker, A. (2005). Early identification and intervention for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38, 324-332.
- Duncan, G. J., & Brooks-Gunn, J. (1997). *Consequences of growing up poor*. New York: Russell Sage Foundation.
- Duncan, G. J. Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A.C., Klebanov, P., Pagani, L.S., Feinstein, L., Engel, M., Brooks-Gunn, J. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43(6), 1428-1446.
- Feigenson, L., & Carey, S. (2003). Tracking individuals via object-files: Evidence from infants' manual search. *Developmental Science*, 6, 568–584.
- Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. S. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences*, 8(7), 307-314.
- Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2001). *Young mathematics at work: constructing number sense, addition, and subtraction*. Portsmouth NH: Heinemann.
- Fox, R., Platz, D., & Bentley, K. (1995). Maternal factors related to parenting practices, developmental expectations, and perceptions of child behavior problems. *Journal Genetic Psychology*, 156(4), 431-441.
- Fuson, K. C. (1982). An analysis of the counting-on solution procedure in addition. In T. P. Carpenter, J. M. Moser, & T. A. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective* (pp. 67-81). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

- Fuson, C. K. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer Verlag.
- Gallistel, C.R., & Gelman, R. (1991). Subitizing: the preverbal counting process. In W. Kessen, et al., (Eds.), *Memories, thoughts and emotions: Essays in honor of George Mandler*, 65–81, Hillsdale: Erlbaum.
- Gallistel, C.R., & Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, 44, 43–74.
- Gallistel, C. R., & Gelman, R. (2000). Non-verbal numerical cognition: from reals to integers. *Trends in Cognitive Sciences*, 4 (2), 59-65.
- Instituto de Avaliação Educativa (IAVE, 2010). *Prova de aferição de matemática do 1º Ciclo – Relatório Nacional de 2010*. Lisboa: Ministério da Ciência e Educação.
- Gabinete de Avaliação Educativa (IAVE, 2011). *Prova de aferição de matemática do 1º Ciclo – Relatório Nacional de 2011*. Lisboa: Ministério da Ciência e Educação.
- Gabinete de Avaliação Educacional (IAVE, 2012). *Prova de aferição de matemática do 1º Ciclo – Relatório Nacional de 2012*. Lisboa: Ministério da Ciência e Educação.
- Geary, D. C., & Hoard, M. K. (2002). Learning disabilities in basic mathematics: Deficits in memory and cognition. In J. M. Royer (Ed.), *Mathematical cognition* (93-115). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Geary, D. C., & Hoard, M. K. (2005). Learning disabilities in arithmetic and

- mathematics: Theoretical and empirical perspectives. In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (253-267). New York: Psychology Press.
- Geary, D. C., Nugent, L., Hoard, M. K., & Byrd-Craven, J. (2007). Strategy use, long term memory, and working memory capacity. In D. B. Berch e M. M. M. Mazzocco (Eds.), *Why is Math So Hard for Some Children? The Nature and Origins of Mathematical Learning Difficulties and Disabilities* (83-105). Baltimore, MD: Paul H. Brookes Publishing Co.
- Geary, D. C. (1994). *Children's mathematical development: Research and practical applications*. Washington, DC: American Psychological Association.
- Geary, D. C. (1995). Reflections of evolution and culture in children's cognition: Implications for mathematical development and instruction. *American Psychologist*, 50, 24-37.
- Geary, D. C. (2000). From infancy to adulthood: The development of numerical abilities. *European Child and Adolescent Psychiatry*, 9, II11- II16.
- Geary, D. C. (2011). Consequences, characteristics, and causes of poor mathematics achievement and mathematical learning disabilities. *Journal of Developmental and Behavioral Pediatrics*, 32, 250-263.
- Geary, D. C., Bow-Thomas, C. C., & Yao, Y. (1992). Counting knowledge and skill in cognitive addition: A comparison of normal and mathematically disabled children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 54, 372-391.
- Geary, D. C., Bow-Thomas, C. C., Liu, F., & Siegler, R. S. (1996). Development of

- arithmetical competencies in Chinese and American children: Influence of age, language, and schooling. *Child Development*, 67, 2022- 2044.
- Geary, D. C., Hoard, M. K., & Hamson, C. O. (1999). Numerical and arithmetical cognition: Patterns of functions and deficits in children at risk for a mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74, 213-239.
- Geary, D. C., Liu, F., Chen, G.-P., Saults, S. J., & Hoard, M. K. (1999). Contributions of computational fluency to cross-national differences in arithmetical reasoning abilities. *Journal of Educational Psychology*, 91, 716-719.
- Gelman, R. e Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge. MA: Harvard University.
- Gersten, R., & Chard, D. (1999). Number sense: Rethinking arithmetic instruction for students with mathematical disabilities. *The Journal of Special Education*, 33(1), 18–28.
- Gersten, R., Jordan, N.C., e Flojo, J. R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38, 293-304.
- Ginsburg, H. P., e Russell, R. L. (1981). Social class and racial influences on early mathematical thinking. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 46 (6,193).
- Ginsburg, H. P. (1989). *Children's arithmetic*. Austin, TX: PRO-ED.
- Ginsburg, H. P., Klein, A., & Starkey, P. (1998). The development of children's

- mathematical thinking: Connecting research with practice. In I. E. Sigel, K. A. Renninger (Vol. Eds.), & W. Damon (Series Ed.), *Handbook of Child Psychology*, 4. *Child Psychology in Practice* (pp. 401–476). New York: Wiley.
- Goodwin, C. J. (2003). *Research in psychology: Methods and design*. New York: John Wiley & Sons.
- Greeno, J. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(3), 170-218.
- Griffin, S., & Case, R. (1997). Re-thinking the primary school math curriculum: An approach based on cognitive science. *Issues in Education*, 3, 1–49.
- Griffin, S. (2002). The development of math competence in the preschool and early school years: Cognitive foundations and instructional strategies. In J. Royer (Ed.), *Mathematical cognition* (1–32). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Griffin, S. (2004). Building number sense with number worlds: a mathematics program for young children. *Early Childhood Research Quarterly*, 19, 173-180.
- Griffin S. (2007). Early intervention for children at risk of developing mathematical learning difficulties. In D. B. Berch, & M. M. Mazzocco (Eds.). *Why is math so hard for some children?* (373–395). Baltimore, MD: Paul H. Brookes.
- Gundlach, B. H. (1992). *Números e Numerais*. São Paulo: Atual.
- Haith, M. H., & Benson, J. B. (1998). Infant cognition. In D. Kuhn & R. Siegler (Eds.), *Handbook of Child Psychology: Vol. 2 Cognition, perception and language* (199–254). New York: John Wiley & Sons.
- Halberda, J., & Feigenson, L. (2008). Developmental change in the acuity of the

- “number sense”: The approximate number system in 3-, 4-, 5-, and 6-years olds and adults. *Developmental Psychology*, 44, 1457– 1465. doi: 10.1037/a0012682
- Halberda, J., Mazocco, M. M., & Feigenson, L. (2008). Individual differences in non verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature*, 455, 665–668.
- Holloway, I. D., & Ansari, D. (2009). Mapping numerical magnitudes onto symbols: The numerical distance effect and individual differences in children’s mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103, 17–29. doi: 10.1016/j.jecp.2008.04.001
- Hughes, M. (1986). *Children and number difficulties in learning mathematics*. Oxford, UK: Blackwell.
- Huttenlocher, J., Jordan, N. C., & Levine, S. C. (1994). A mental model for early arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: General*, 123 (3), 284–296.
- Ifrah, G. (1997). *História universal dos algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo* (vol. I). Rio de Janeiro: Nova Fronteira.
- Imenes, L. M. (1992). *Os números na história da civilização*. São Paulo: Edições Scipione.
- Inglis, M., Attridge, N., Batchelor, S., & Gilmore, C. (2011). Non-verbal number acuity correlates with symbolic mathematics achievement: But only in children. *Psychonomic Bulletin & Review*, 18, 1222–1229.
- Jimerson, S. R., Egeland, B., & Teo, A., (1999). Achievement across time: A longitudinal study of deflections, considering early school and family factors. *Journal of Educational Psychology*, 91, 116-126.
- Jordan, N. C., Huttenlocher, J., & Levine, S. C. (1992). Differential calculation

- abilities in young children from middle- and low-income families. *Developmental Psychology*, 28, 644-653.
- Jordan, N. C., Glutting, J., & Ramineni, C. (2008). A number sense assessment tool for identifying children at risk for mathematical difficulties. In A. Dowker, *Mathematical difficulties: psychology and intervention*, pp. 45-58. San Diego, CA: Academic Press.
- Jordan, N. C., Glutting, J., & Ramineni, C. (2010). The importance of number sense to mathematics achievement in first and third grades. *Learning and Individual Differences*, 20, 82-88.
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Locuniak, M. N., & Ramineni, C. (2007). Predicting first grade math achievement from developmental number sense trajectories. *Learning Disabilities Research e Practice*, 22(1), 36-46.
- Jordan N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N., (2008). Development of number combination skill in the early school years: when do fingers help? *Developmental Science*, 11 (5) 662–668. doi: 10.1111/j.1467-7687.2008.00715.x
- Jordan, N.C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N. (2009). Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology*, 45(3), 850-867.
- Jordan, N.C., Kaplan, D., Olah, L., & Locuniak, M. (2006). Number sense growth in kindergarten: A longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child Development*, 77, 153-175.
- Jordan, N.C., & Levine, S.C. (2009). Socioeconomic variation, number competence,

- and mathematics learning difficulties in young children. *Developmental Disabilities Research Reviews* 15, 60-68.
- Jordan, N.C., Levine, S.C., & Huttenlocher, J. (1994). Development of calculation abilities in middle- and low-income children after formal instruction in school. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 15(2), 223-240.
- Kamii, C. (2011). *A criança e o número*. São Paulo: Papirus (versão original publicada em 1982 com o título “Number in preschool and kindergarten”).
- Kaufman, E. L., Lord, M. W., Reese, T. W., & Volkman, J. (1949). The discrimination of visual number. *The American Journal of Psychology*, 62 (4): 498–525.
doi:10.2307/1418556.
- Klein, J. S., & Bisanz, J. (2000). Preschoolers doing arithmetic: The concepts are willing but the working memory is weak. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 54(2), 105–115.
- Klein, A., & Starkey, P. (2004a). Fostering preschool children’s mathematical knowledge: findings from the Berkeley Math Readiness Project. In D. H. Clements, & J. Sarama (eds.). *Engaging young children in mathematics: findings of the 2000 national conference on standards for preschool and kindergarten mathematics education*. Mahway, NJ: Erlbaum.
- Knight, F. B., & Behrens, M. S. (1928). *The learning of the 100 addition combinations and the 100 subtraction combinations*. New York: Longmans, Green.
- Landerl, K., Bevan, A., & Butterworth, B. (2004). Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: A study of 89-year-old students. *Cognition*, 93, 99–125.
- Le Corre, M., & Carey, S. (2007). One, two, three, four, nothing more: An investigation

of the conceptual sources of the verbal counting principles. *Cognition*, 105, 395–438.

Levine, S. C., Jordan, N. C., & Huttenlocher, J. (1992). Development of calculation abilities in young children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 53 (1), 72-103.

Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschool acuity of the approximate number system correlates with school math ability. *Developmental Science*, 14(6), 1292–1300.

Lipton, J. S., & Spelke, E. S. (2003). Origins of number sense: large-number discrimination in human infants. *Psychological Science*, 14(5), 396-401.

Locuniak, M.N., & Jordan, N.C. (2008). Using kindergarten number sense to predict calculation fluency in second grade. *Journal of Learning Disabilities*, 41(5), 451-459.

Lopes, J. (2003). *Problemas de comportamento, problemas de aprendizagem e problemas de “ensinagem”*. Coimbra: Quarteto.

Marcelino, L., & Stamate, A. (2009). Método Kiel – Imagens Numéricas: um estudo piloto em crianças portuguesas com dificuldades na matemática. Manuscrito não publicado.

Mazzocco, M. M., & Thompson, R. E. (2005). Kindergarten Predictors of Math Learning Disability. *Learning Disabilities Research and Practice*, 20(3), 142-155.

Mazzocco, M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Impaired Acuity of the Approximate Number System Underlies Mathematical Learning Disability (Dyscalculia). *Child Development*, 82 (4), 1224–1237.

- McLeod, J., & Shanahan, M. (1993). Poverty, parenting, and children's mental health. *American Sociological Review*, 58, 351-366.
- McLoyd, V. C. (1998). Socioeconomic disadvantage and child development. *American Psychologist*, 55(2), 185-204.
- McLoyd, V. C., & Wilson, L. (1991). The strain of living poor: Parenting, social support, and child mental health. In A. C. Huston (Ed.), *Children in poverty* (105-135). New York: Cambridge University Press.
- Ministério da Educação e Ciência (MEC, 2013). *Programa e Metas Curriculares Matemática para o Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência
- Melhuish, E. C., Sylva, K., Sammons, P., Siraj-Blatchford, I., Taggart, B., Phan, M. & Malin, A. (2008). Preschool influences on mathematics achievement. *Science*, 321, 1161-1162.
- Menezes-Filho, N. A. (2001). Educação e desigualdade. In M.B. Lisboa, & N. A. Menezes Filho (Org.). *Microeconomia e sociedade no Brasil*. Rio de Janeiro: Contra Capa Livraria.
- Mix, K. S., Huttenlocher J., & Levine, S. C. (2002). Multiple cues for quantification in infancy: is number one of them? *Psychology Bulletin*, 128, 278–294.
- Moeller, K., Neuburger S., Kaufmann L., Landerl K., & Nuerk, H.-C. (2009). Basic number processing deficits in developmental dyscalculia: evidence from eye-tracking. *Cognitive Development*, 24, 371–386.
- Murphy, M. M., Mazzocco, M. M., Hanich, L. B., & Early, M. (2007). Cognitive

characteristics of children with mathematics learning disability (MLD) vary as a function of the cut-off criterion used to define MLD. *Journal of Learning Disabilities*, 458-478.

Newcombe, N. S., & Huttenlocher, J. (2000). *Making space: The development of spatial representation and reasoning*. Cambridge, MA: MIT Press.

Okamoto, Y. & Case, R. (1996). Exploring the microstructure of children's central conceptual structures in the domain of number. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 61, 27-59.

Parsons, S., & J. Bynner (2005). *Does numeracy matter more?* London: National Research and Development Centre for Adult Literacy and Numeracy [NRDC].

Piaget, J. (1952). *The child's conception of number*. New York: Norton. (versão original publicada em 1941).

Piazza M., Facoetti A., Trussardi A. N., Berteletti I., Conte S., Lucangeli D., et al. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition*, 116, 33–41.

Piazza, M. (2010). Neurocognitive start-up tools for symbolic number representations. *Trends in Cognitive Sciences*, 14, 542–551.

PISA (2006). *Assessing scientific, reading and mathematical literacy – A framework for PISA 2006*. Paris: OCDE Publishing.

PISA (2009). *Results: What students know and can do: Student performance in reading, mathematics and science* (Volume I), Paris: OECD Publishing.

Ponte, J. P. (2003). Investigar, ensinar e aprender. *Actas do ProfMat 2003* (25-39). Lisboa: APM.

- Ramey, C. T., & Ramey, S. L. (1998). Early intervention and early experiences. *American Psychologist*, 53(2), 109-120.
- Resnick, L. B. (1983). A developmental theory of number understanding. In H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 109-151). New York: Academic Press,
- Revkin, S. K., Piazza, M., Izard, V., Cohen, L., & Dehaene, S. (2008) Does subitizing reflect numerical estimation? *Psychology Sciences*, 19, 607–614.
- Rosenkranz, C. (1992). *Kieler zahlenbilder: Ein förderprogramm zum aufbau des zahlbegriffs für rechenschwache kinder*. Zahlenraum 1-20 Handbuch. Kiel: Veris Verlag.
- Saltzman, I. J., & Garner, W.R. (1948). Reaction time as a measure of span of attention. *The Journal of Psychology*, 25, 227–241, doi: 10.1080/00223980.1948.9917373
- Santos, P. L., e Graminha, S. S. V. (2005). Problemas emocionais e comportamentais associados ao baixo rendimento acadêmico. *Estudos de Psicologia*, 11 (1), 101-109.
- Sarnecka, B. W., & Carey, S. (2008). How counting represents number: What children must learn and when they learn it. *Cognition*, 108(3), 662–674.
- Sasanguie, D., De Smedt, B., Defever, E., & Reynvoet, B. (2012). Association between basic numerical abilities and mathematics achievement. *British Journal of Developmental Psychology*, 30, 344–357.
- Sasanguie, D., Göbelc, S. M., Moll, K., Smetsa, K., & Reynvoet, B. (2013).

- Approximate number sense, symbolic number processing, or number–space mappings: What underlies mathematics achievement? *Journal of Experimental Child Psychology*, 114, 418–431. doi: 10.1016/j.jecp.2012.10.012
- Schatschneider, C., Fletcher, J. M., Francis, D. J., Carlson, C. D., & Foorman, B. R. (2004). Kindergarten prediction of reading skills: A longitudinal comparative analysis. *Journal of Educational Psychology*, 96(2), 265–282.
- Seron, X., & Pesenti, M. (2001). The Number Sense Theory Needs More Empirical Evidence. *Mind & Language*, 16 (1) 76–88.
- Sharon, T., & Wynn, K. (1998). Infants' individuation of actions from continuous motion. *Psychological Science*, 9, 357–362.
- Siegler, R. S. (1988). Individual differences in strategy choices: Good students, not-so good students, and perfectionists. *Child Development*, 59, 833–851.
- Siegler, R. S. & Booth, J. L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child Development*, 75, 428-444.
- Siegler, R. S., & Opfer, J. E. (2003). The development of numerical estimation: evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychological Science*, 14, 237-243.
- Siegler, R. S., & Shrager, J. (1984). Strategy choices in addition and subtraction: How do children know what to do? In C. Sophian (Ed.), *The origins of cognitive skills* (229-293). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Simões, M. R. (2000). *Investigações no âmbito da aferição nacional do Teste das Matrizes Progressivas Coloridas de Raven (M.P.C.R)*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian/Fundação para a Ciência e a Tecnologia.

- Simon, T. J., Hespos, S. J., & Rochat, P. (1995). Do infants understand simple arithmetic? A replication of Wynn (1992). *Cognitive Development*, 10, 253–269.
- Soltész, F., Szűcs, D., & Szűcs, L. (2010). Relationships between magnitude representation, counting and memory in 4-to 7-year-old children: A developmental study. *Behavioral and Brain Functions*, 6(13), 1–14.
- Starkey, P., & Cooper, R. G. (1980). Perception of numbers by human infants. *Science*, 210, 1033–1035.
- Starkey, P., & Cooper, R. G. (1995). The development of subitizing in young children. *British Journal of Developmental Psychology*, 13(4), 399–420.
- Starkey, P., & Klein, A. (2006). *The early development of mathematical cognition in socioeconomic and cultural contexts*. Paper presented at the Institute for Education Sciences Research Conference, Washington, D.C.
- Starkey, P., & Gelman, R. (1982). The development of addition and subtraction abilities prior to formal schooling in arithmetic. In T. P. Carpenter, J. M. Moser, e Romberg, T. A. (Eds.), *Addition and subtraction: A developmental perspective*. Hillsdale, N. J.: Erlbaum.
- Starkey, P. (1992). The early development of numerical reasoning. *Cognition*, 43, 93–126.
- Starkey, P., Spelke, E. S., & Gelman, R. (1990). Numerical abstraction by human infants. *Cognition*, 36, 97–127.
- Steffe L. P. & Cobb, P. (1988) *Construction of arithmetical meanings and strategies*. New York: Springer.
- Strauss M.S., & Curtis L. E. (1981). Infant perception of numerosity. *Child*

Development, 52, 1146-1152.

Taves, E. H. (1941). Two mechanisms for the perception of visual numerosness.

Archives of Psychology, 265, 1-47.

Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS, 2008). *Advanced 2008 International Report*.

Vygotsky, L. (1978). *Mind in Society*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Wakeley, A., Rivera, S., & Langer, J. (2000). Can young infants add and subtract?

Child Development, 71, 1525–1534.

Wynn, K. (1990). Children's understanding of counting. *Cognition*, 36, 155-193.

Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358, 749-750.

Wynn, K. (1995). Origins of numerical knowledge. *Mathematical Cognition*, 1, 35-60.

McGrew, K. S., & Woodcock, R. W. (2001). *Woodcock-Johnson III*. Itasca, IL: Riverside.

Xu, F., & Arriaga, R (2007). Large number discrimination in 10-month-old infants.

British Journal of Developmental Psychology, 25, 103–108.

Xu, F., & Spelke, E. S. (2000). Large number discrimination in 6- month-old infants.

Cognition, 74, B1–B11.

Xu, F. (2003). The development of object individuation in infancy (159–192). In H.

Hayne, & J. Fagen (Eds.). *Progress in infancy research*, Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Xu, F., Spelke, E. S., & Goddard, S. (2005). Number sense in human infants.

Developmental Science, 8 (1), 88-101.

LISTA DE APÊNDICES E ANEXOS

(transcritos em CD)

Apêndice 1. Autorização de inquéritos em meio escolar.

Apêndice 2. Autorização de aplicação do instrumento e inquérito para os encarregados de educação.

Apêndice 3. Tabelas de conversão: Normas da BSN por grupo etário.

Apêndice 4. Taxa de sucesso nos conteúdos matemáticos em função dos grupos de rendimentos da BSN nos três momentos de avaliação

Apêndice 5. Estudos de caso.

Anexo A. Caderno de estímulos da BSN.

Anexo B. Instruções da BSN.

Anexo C. Folha de cotação da BSN.

Anexo D. ASM- Avaliação Sumativa da Matemática.

Anexo F. Grelha de Cotação da ASM.

Anexo E. Critérios de Correção da ASM.

Anexo F. Conteúdos e Organização da ASM.