

MANUEL LIUMBA MARQUES

**ANÁLISE DE VIBRAÇÕES DA PASSAGEM SUPERIOR
DE CAMPO GRANDE**

Orientador: Prof. Doutor Elói João Faria Figueiredo

Coorientador: Prof. Doutor Emanuel Rodrigues de Sousa Tomé

Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias

Faculdade de Engenharia

Lisboa

2020

MANUEL LIUMBA MARQUES

**ANÁLISE DE VIBRAÇÕES DA PASSAGEM SUPERIOR
DE CAMPO GRANDE**

Dissertação defendida em provas públicas para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Civil na especialização de Construção e Estruturas no curso de Engenharia Civil. Conferindo pela Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias no dia 14/02/2020, perante o júri, nomeado pelo Despacho de Nomeação nº 17/2020 e pelo Decreto-Lei nº 74/2006, de 24 de Março e, pela nova redação apresentada pelo Decreto-Lei 65/2018, de 16 de Agosto, com a seguinte composição:

Orientador: Prof. Doutor Elói João Faria Figueiredo

Coorientador: Prof. Doutor Emanuel Rodrigues de Sousa Tomé

Presidente: Prof. Doutor Francisco Faria Ferreira

Arguente: Prof. Doutor Filipe Amarante dos Santos – FCT/UNL

Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias

Faculdade de Engenharia

Lisboa

2020

Índice Geral

ÍNDICE GERAL.....	I
ÍNDICE DE FIGURAS	V
ÍNDICE DE TABELAS.....	IX
NOTAÇÃO.....	XI
RESUMO.....	XV
ABSTRACT.....	XVII
AGRADECIMENTOS	XIX
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Enquadramento e justificação.....	1
1.2 Objetivos.....	3
1.3 Metodologia.....	4
1.4 Estrutura da organização do texto	4
1.4.1 Capítulo 1: Introdução	4
1.4.2 Capítulo 2: Conceitos e fundamentos da dinâmica de estruturas	5
1.4.3 Capítulo 3: Análise de vibrações induzidas por peões na PSP de Campo Grande	5
1.4.4 Capítulo 4: Conclusões e perspectivas de desenvolvimento futuro	5
2 CONCEITOS E FUNDAMENTOS DE DINÂMICA DE ESTRUTURAS.....	7
2.1 Considerações iniciais	7
2.2 Excitação determinística vs estocástica.....	8
2.3 Oscilador de um grau de liberdade.....	9
2.3.1 Vibração livre sem amortecimento	10
2.3.2 Vibração livre com amortecimento.....	12
2.3.2.1 Análise no domínio do tempo.....	13

2.3.2.2	Análise no domínio da frequência.....	15
2.3.3	Sistemas de N graus de liberdade.....	16
2.3.3.1	Análise no domínio do tempo	17
2.3.3.2	Análise no domínio da frequência.....	20
2.4	Verificação do conforto em projeto	21
2.5	Ação do peão em passagens superiores	24
2.5.1	Frequência da passada.....	24
2.5.2	Função de carga vertical.....	25
2.5.2.1	Função de carga para o andar.....	27
2.5.2.2	Função de carga para a corrida.....	29
2.5.2.3	Sincronização vertical	32
2.6	Segurança em pontes pedonais	33
2.6.1	Critérios de segurança estrutural.....	33
2.6.2	Critérios de conforto humano.....	33
2.6.2.1	BS5400 – British Standard.....	34
2.6.2.2	Eurocódigo	34
2.6.2.3	Normal ONT 83	35
2.6.2.4	ISO/DIS 10137.....	35
2.6.2.5	RPM-95	35
3	ANÁLISE DINÂMICA À PASSAGEM DE PEÕES NA PSP DE CAMPO GRANDE	37
3.1	Considerações iniciais.....	37
3.2	Descrição da estrutura.....	38
3.2.1	Materiais.....	39
3.2.2	Vigas longitudinais.....	39
3.2.3	Pilares	40
3.2.4	Lajes	42
3.3	Descrição do equipamento e esquema de medição de acelerações.....	43
3.4	Descrição dos ensaios dinâmicos.....	45
3.5	Identificação modal experimental.....	55

3.5.1	Frequências e modos de vibração naturais	55
3.5.2	Coefficiente de amortecimento	57
3.6	Modelações analítica e numérica.....	61
3.6.1	Modelo analítico	62
3.6.2	Modelo numérico plano de elementos finitos.....	64
3.6.3	Comparação de resultados	67
3.7	Verificação da gama crítica de frequência natural em projeto	68
3.8	Análise dos ensaios dinâmicos no domínio do tempo.....	68
3.9	Verificação dos valores limite regulamentares de aceleração induzida peão tipo	68
3.10	Considerações finais	70
4	CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS.....	71
4.1	Conclusões.....	71
4.2	Desenvolvimentos futuros	72
5	BIBLIOGRAFIA	75

Índice de Figuras

Figura 1:1: Exemplos de estruturas pedonais: a) ponte pedonal sobre ribeira da carpinteira; b) ponte pedonal sobre a segunda circular em Lisboa (Portugal, s.d.).....	2
Figura 1:2: Série de pontes pedonais: a) ponte pedonal, Lyon, França; b) ponte pedonal Riverside, Cambridge, Reino Unido; c) ponte pedonal San Fructuoso, Barcelona, Espanha; d) ponte pedonal Fundação Champalimaud, Lisboa, Portugal (Awards, 2011).....	3
Figura 2:1: Processo relativo à caracterização do comportamento dinâmico de uma estrutura com dois ($N=2$) graus de liberdade (Cardoso, 2018).....	8
Figura 2:2: Sistema de 1 GL: a) modelo idealizado; b) diagrama de corpo livre.....	9
Figura 2:3: Vibração livre de um sistema sem amortecimento (Mucheroni, 2015).	11
Figura 2:4: Vibração livre de um sistema com amortecimento (Mucheroni, 2015).....	13
Figura 2:5: Conceito de impulso unitário aplicado num instante genérico $t=\tau$ de um sistema de 1 GL: a) força impulsiva; b) respetiva resposta (Cardoso, 2018).	14
Figura 2:6: Esquema representativa de uma força arbitrária (contínua) decomposta numa sequência de impulsos infinitesimalmente próximos (Cardoso, 2018).	14
Figura 2:7: Aplicação da transformada de Fourier para converter a equação diferencial do movimento, definida no domínio do tempo, numa equação complexa no domínio da frequência (Mendes & Oliveira, 2008).	16
Figura 2:8: Representação gráfica do amortecimento de Rayleigh: a) amortecimento proporcional à massa e à rigidez; b) curva de Rayleigh (Cardoso, 2018) ...	20
Figura 2:9: Organograma para aplicação das recomendações EUR 23984, adaptado de (RFS2-CT, 2008).	23
Figura 2:10: Andamento correspondente a uma frequência da passada de 2Hz (Abreu, 2008).	24
Figura 2:11: Relação entre a frequência da passada, a velocidade do movimento e o comprimento da passada (Wheeler, 1982).....	25

Figura 2:12: Funções de cargas para diferentes frequências de passada, tipo de calçado e pavimentos (Moutinho, 1998).	26
Figura 2:13: Função de carga para o andar ($G = 800\text{ N}$, $f_p = 2\text{ Hz}$, $n = 1 \text{ a } 3$ (Araújo, 2015)).	28
Figura 2:14: Função de carga tipo para a corrida do tipo semi-sinusoidal (Bachmann & Ammann, 1987).	29
Figura 2:15: Coeficiente de Fourier aos quatro primeiras harmónicas (Bachmann & Ammann, 1987).	30
Figura 2:16: Função de carga para a corrida ($G = 800\text{ N}$, $F_p = 3\text{ Hz}$, $t_c = 0,17\text{ s}$, $n=4$) (Abreu, 2008).	31
Figura 2:17: Intervalo de frequências que o peão pode executar em andamento (Hauksson, 2005).	31
Figura 3:1: Localização da PSP em Campo Grande, Portugal (Wikipédia, 2017)	38
Figura 3:2: PSP de Campo Grande (dezembro, 2019).	39
Figura 3:3: Alçado frontal da estrutura (S.A., 2000)	40
Figura 3:4: Secção transversal da viga longitudinal tipo (dimensões em cm) com representação dos cabos de pré-esforço (S.A., 2000).	40
Figura 3:5: Pilar da PSP de Campo Grande (2019)	41
Figura 3:6: Fotografia dos pilares construídos (dezembro, 2019)	41
Figura 3:7: Esquema da secção transversal do tabuleiro projetada (S.A., 2000).	42
Figura 3:8: Esquema da secção transversal com pormenor das ligações laje-viga (S.A., 2000).	42
Figura 3:9: Sistema de aquisição utilizado na campanha experimental	44
Figura 3:10: Posicionamento dos acelerómetros nas vigas longitudinais e do sistema de aquisição no tabuleiro.	44
Figura 3:11: Esquema do posicionamento dos acelerómetros na viga longitudinal norte (dimensões em metros).	44
Figura 3:12: Exemplificação dos saltos em grupo (Teste 8).	46
Figura 3:13: Acelerações no domínio do tempo – Teste 1	47
Figura 3:14: Acelerações no domínio do tempo - Teste 2	48
Figura 3:15: Acelerações no domínio do tempo – Teste 3	49
Figura 3:16: Acelerações no domínio do tempo – Teste 4	50
Figura 3:17: Acelerações no domínio do tempo – Teste 5	51
Figura 3:18: Acelerações no domínio do tempo – Teste 6	52

Figura 3:19: Acelerações no domínio do tempo – Teste 7	53
Figura 3:20: Acelerações no domínio do tempo – Teste 8	54
Figura 3:21: Densidade espectral de potência do Teste 1 (Santos, 2016)	55
Figura 3:22: Densidade espectral de potência do Teste 2 (Santos, 2016)	55
Figura 3:23: 1.º e 3.º modos de vibração experimentais do tabuleiro (Santos, 2016)	56
Figura 3:24: Resposta em vibração livre de um salto no Teste 2	58
Figura 3:25: Resposta em vibração livre de um salto no Teste 3	58
Figura 3:26: Resposta em vibração livre de um salto no Teste 3	59
Figura 3:27: Resposta em vibração livre do Teste 8.....	60
Figura 3:28: Resposta em vibração livre de um salto no Teste 8	61
Figura 3:29: Esquema dos três primeiros modos de vibração teóricos de uma viga simplesmente apoiada.	62
Figura 3:30: Secção transversal da viga principal	63
Figura 3:31: Representação dos modos de vibração teóricos	64
Figura 3:32: PSP Modelo numérico da PSP com a definição dos elementos finitos.....	65
Figura 3:33: Modelo numérico do tabuleiro com elemento finitos de barra	66
Figura 3:34: Configuração do 1.º modo de vibração através do modelo numérico plano	66
Figura 3:35: Configuração do 2.º modo de vibração através do modelo numérico plano	66
Figura 3:36: Configuração do 3.º modo de vibração através do modelo numérico plano	66

Índice de Tabelas

Tabela 2.1: Frequência da passada para tipos de andamento. (Wheeler, 1982)	25
Tabela 2.2: Coeficiente de Fourier das três primeiras harmónicas para função de carga correspondente ao andar (Wheeler, 1982).	27
Tabela 2.3: Coeficientes de Fourier por diferentes autores adaptado de (Abreu, 2008).	28
Tabela 2.4: Aceleração máxima (Eurocode, 2002).....	35
Tabela 2.5: Valores máximos admissíveis da aceleração vertical para vários regulamentos (f_0 é a frequência natural fundamental).	36
Tabela 3.1: Resumo as dimensões reais na PSS	43
Tabela 3.2: Testes realizados na passagem pedonal	45
Tabela 3.3: Frequências naturais de vibração experimentais do tabuleiro (Santos, 2016)	56
Tabela 3.4: Coeficientes de amortecimento estimados para cinco saltos	61
Tabela 3.5: Propriedades geométricas da secção transversal das vigas.....	63
Tabela 3.6: Resultados da frequência, frequência angular e períodos dos vários modos.....	63
Tabela 3.7: Frequências naturais obtidas através do modelo numérico plano.....	67
Tabela 3.8: Comparação de resultados: experimental, modelo analítico e modelo numérico	67
Tabela 3.9: Resumo das acelerações máximas no acelerómetro AC2.....	69
Tabela 3.10: Valores máximos admissíveis da aceleração vertical para vários regulamentos, em função da primeira frequência natural do tabuleiro.....	69
Tabela 3.11: Verificação da conformidade com as normas com o Teste 4.	70

Notação

Todos os símbolos usados nesta dissertação são definidos quando aparecem no texto pela primeira vez. Para a conveniência do leitor, esta seção contém apenas os principais significados das siglas e símbolos comumente usados.

Latinas maiúsculas

$\underline{A}_{(m \times k)}$	Matriz de estado que contém as matrizes de massa, amortecimento e rigidez
$\underline{B}_m$	Matriz de influência de entrada
C_{xx}	Auto-covariância
E	Módulo de elasticidade
$F(\omega)$	Transformada de Fourier de $f(t)$
$\mathcal{F}$	Transformada de Fourier
$H(\omega)$	Função de resposta em frequência de um sistema de um grau de liberdade
$\underline{H}(\omega)$	Função de resposta em frequência de um sistema de vários graus de liberdade
I	Parte imaginária de uma função complexa
L	Comprimento
R	Parte real de uma função complexa
R_p	Matriz das correlações
R_{xx}	Auto-correlação
$S_p(\omega)$	Matriz das funções de densidade espectral da resposta da estrutura
$S_u(\omega)$	Matriz das funções de densidade espectral de excitação
$S_{xx}(\omega)$	Auto-espectro de potência
$U(\omega)$	Transformada de Fourier de $u(t)$

Latinas minúsculas

c	Amortecimento
$\underline{c}$	Matriz de amortecimento
$f(t)$	Forças externas
$\underline{f}$	Vetor das forças
$\underline{f}^*$	Vetor das forças nodais
$f_a(t)$	Força de amortecimento
$f_e(t)$	Força elástica
$f_i(t)$	Força de inércia
f_a	Frequência amortecida
f_N	Frequência natural
k	Rigidez de um corpo
$\underline{k}$	Matriz de rigidez
$\underline{k}^*$	Matriz de rigidez global
m	Massa específica (kg/m ³)
$\underline{m}$	Matriz de massa
$\underline{m}^*$	Matriz de massa modal
s_t	Desvio padrão
s_t^2	Variância
t	Tempo (s)
$u(t)$	Descolamento generalizado
$\underline{u}(t)$	Vetor de deslocamentos
$\dot{\underline{u}}(t)$	Velocidade generalizada
$\dot{\underline{u}}(t)$	Vetor de velocidades
$\ddot{\underline{u}}(t)$	Aceleração generalizada
$\ddot{\underline{u}}(t)$	Vetor de acelerações
$\dot{\underline{y}}(t)$	Vetor de acelerações na formulação de estado
$\underline{\dot{x}}$	Vetor de estado que contém o deslocamento e a velocidade
$\overline{x}_t$	Média
$\overline{x}_t^2$	Valor quadrático médio

Gregas maiúsculas

$\underline{\Phi}$	Matriz modal
Ψ	Matriz dos vetores próprios

Gregas minúsculas

α	Constante de amortecimento de Rayleigh
β	Constante de amortecimento de Rayleigh
ϕ	Vetor modal
γ^2	Função de coerência
λ	Valores próprios de um sistema
ω_N	Frequência angular natural (rad/s)
ω_A	Frequência angular amortecida (rad/s)
τ	Instante genérico
ξ	Coeficiente de amortecimento relativo

Abreviaturas (siglas)

ANPSDs	Average Normalized Spectral Density
BFD	Método básico no domínio da frequência
ELS	Estado Limite de Serviço
ELU	Estado Limite Último
FRF	Função de resposta em frequência
FRF	Transformada Rápida de Fourier
GL	Grau de liberdade
MEF	Modelo de Elementos Finitos
N_{GL}	Vários graus de liberdade
PSP	Passagem Superior de Campo Grande

Resumo

Neste trabalho apresenta-se um estudo numérico e experimental que visa a avaliação do conforto da ponte pedonal de Campo Grande, em Lisboa, a qual envolve o desenvolvimento de modelos numéricos e a realização de ensaios dinâmicos ambientais e forçados para identificar experimentalmente os parâmetros modais da ponte (frequências naturais, modos de vibração e coeficientes de amortecimento) e os níveis de conforto imposto pela regulamentação internacional.

Assim, na primeira parte deste trabalho faz-se uma revisão sobre os conceitos e fundamentos de análise dinâmica, nomeadamente para osciladores de um grau de liberdade e para os sistemas de vários graus de liberdade, no domínio do tempo e da frequência. Além disso, efetua-se uma revisão sobre a caracterização da ação de um peão sobre pontes pedonais e faz-se uma revisão sobre os critérios de conforto humano de acordo com vários regulamentos.

A segunda parte do trabalho começa por apresentar uma breve descrição da estrutura da passagem superior pedonal de Campo Grande, das vigas longitudinais e dos materiais utilizados, do equipamento de aquisição dinâmica de dados e dos oito ensaios dinâmicos, nomeadamente os ensaios em excitação ambiente e com pessoas a caminhar e a saltar de forma aleatória e sincronizada. De seguida, desenvolvem-se modelos analíticos e numéricos, devidamente calibrados com dados experimentais, para validar os parâmetros modais da obra. Por fim, procede-se à análise dos níveis de vibrações dos ensaios dinâmicos, à verificação de conforto de acordo com vários regulamentos através da limitação à aceleração vertical máxima associada à passagem de um peão, e à verificação de conforto em projeto, recorrendo à norma EUR 23984 EN, criada com a finalidade de servir como base no dimensionamento de pontes pedonais suscetíveis às ações induzidas pelos peões.

Palavras-chave: Passagem superior, Comportamento dinâmico, Modelo numérico, Identificação modal, Ensaios de vibração, Dinâmica de estruturas.

VIBRATION ANALYSIS OF THE OVERPASS OF CAMPO GRANDE

Abstract

This work presents a numerical and experimental study aimed at evaluating the vibrations of the pedestrian bridge of Campo Grande, in Lisbon, which involves the development of numerical models and the performance of dynamic environmental tests and forced to experimentally identify the modal parameters of the bridge (natural frequencies, vibration modes and damping coefficients) and the levels of comfort imposed by international regulation.

Thus, in the first part of this work, a review is made on the concepts and fundamentals of dynamic analysis, in particular for oscillators of a degree of freedom and for systems of varying degrees of freedom, in the field of time and frequency.

The second part of the work begins by presenting a brief description of the structure of the Overpass of Campo Grande, longitudinal beams and materials used, dynamic data acquisition equipment, and eight dynamic tests, namely the field test with ambient excitement and with people walking and jumping in a randomly and synchronised way. Then, analytical and numerical models are developed, properly calibrated with experimental data, to validate the modal parameters of the work. Finally, the vibration levels of dynamic tests are analysed, the comfort check according to various regulations by limiting the maximum vertical acceleration associated with the passage of a pawn, and the verification of comfort in design, using the EUR 23984 EN standard, created for the purpose of serving as a basis for the sizing of pedestrian bridges susceptible to pedestrian-induced actions.

Keywords: Overpass, Dynamic behaviour, Numerical Model, Modal identification, Vibrations tests, Structural dynamics.

Agradecimentos

- A Deus.
- A minha irmã-mãe, a Sra. Vanesa Casimiro, pelo amor e toda confiança.
- Ao meu pai, Rui Marques, muito obrigado por acreditares em mim.
- Aos meus orientadores, Professor Doutor Elói Figueiredo e Professor Doutor Emanuel de Sousa Tomé.
- Ao senhor Lourenço Bilolo, pelo apoio financeiro durante parte da minha licenciatura.
- Aos meus irmãos, o Yuri Casimiro e o Anderson Marques.
- Aos companheiros da Faculdade de Engenharia da ULHT, pela troca de conhecimento e momentos de descontração.
- A todos que tenham contribuído para a realização deste trabalho.

Aos meus pais, senhor Rui Marques e senhora Maria Isabel Ch. Vicente, dedico

este diploma em honra da vossa alma, sempre seguirei os vossos passos.

1 Introdução

1.1 Enquadramento e justificação

Desde o momento em que o homem deixou de ser nómada, tornou-se fundamental transformar o meio ambiente para beneficiar dos seus recursos. Desta forma, com a finalidade de ultrapassar os obstáculos da natureza, como cursos de água, vales ou estradas, o homem recorreu desde cedo à construção de obras de arte, tais como pontes, viadutos, passagens superiores, passagens inferiores, etc. Estas obras de arte, que inicialmente eram construídas recorrendo a materiais de fácil acesso na natureza, à medida que a sociedade evoluiu foram sendo construídas recorrendo as novas tecnologias e materiais de construção.

O desenvolvimento da sociedade e a construção de vias ferroviárias e rodoviárias, resultou na criação de obstáculos à mobilidade pedonal, originando então a construção de acessos pedonais para ultrapassar os mesmos. Assim, as pontes e passagens superiores pedonais têm como principal objetivo ligar dois ou mais pontos, ultrapassando superiormente os obstáculos, permitindo dessa forma melhorar a mobilidade pedonal, como é possível verificar na Figura 1:1. Em alguns casos, estas estruturas servem também como ciclovia.

Em geral, as pontes pedonais são estruturas mais esbeltas e flexíveis do que as pontes ferroviárias e rodoviárias, devido às menores solicitações a que estão sujeitas. Consequentemente, têm maiores problemas de vibrações quando sujeitas a ações dinâmicas, traduzindo-se assim no principal desafio na conceção destas obras de arte.

Até meados do século XX, de uma forma geral, o dimensionamento de estruturas de engenharia civil tinha fundamentalmente em consideração a análise estática (as ações

estáticas eram consideradas estáticas ao longo do tempo). Nos dias atuais, com o recurso aos programas de cálculo automático, é possível considerar a análise dinâmica, onde se pode estimar as propriedades modais e considerar a aplicação de ações variáveis ao longo do tempo, no dimensionamento e análise de estruturas, de forma a prever o comportamento estrutural e, assim, controlar ou mitigar alguns fenómenos que dão origem a vibrações excessivas.



Figura 1:1: Exemplos de estruturas pedonais: a) ponte pedonal sobre ribeira da carpinteira; b) ponte pedonal sobre a segunda circular em Lisboa (Portugal, s.d.).

Segundo (Mendes & Oliveira, 2008) estas evoluções constantes são resultado dos desenvolvimentos ao nível das tecnologias que permitem a observação do comportamento dinâmico de estruturas reais, ao nível das metodologias de identificação modal e ao nível dos modelos computacionais para simulação e interpretação do comportamento dinâmico.

A Figura 1:2 mostra quatro exemplos de pontes em todo mundo que se destacam pela sua beleza, funcionalidade e inovação estrutural. Uma das pontes distinguidas nos (Awards, 2011) foi precisamente a ponte de vidro da Fundação Champalimaud (Figura 1:2d).

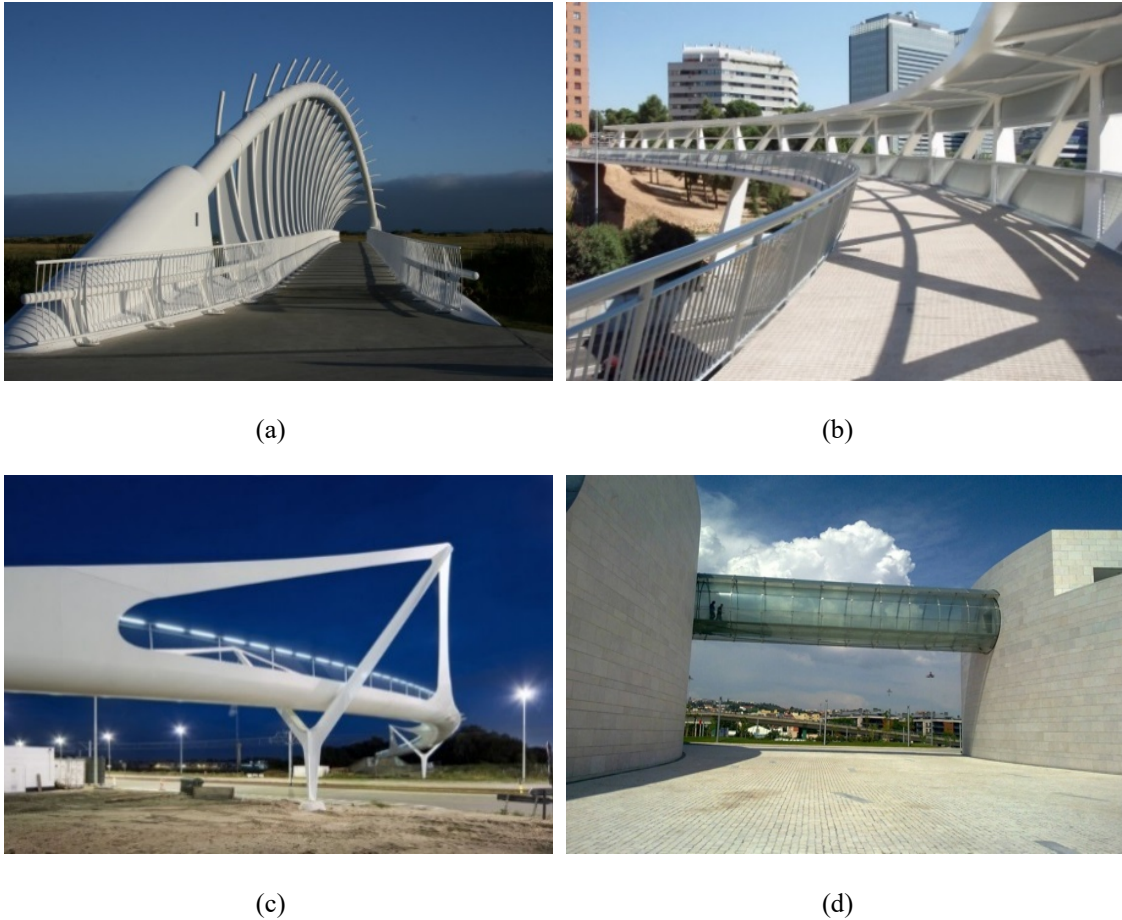


Figura 1:2: Série de pontes pedonais: a) ponte pedonal, Lyon, França; b) ponte pedonal Riverside, Cambridge, Reino Unido; c) ponte pedonal San Fructuoso, Barcelona, Espanha; d) ponte pedonal Fundação Champalimaud, Lisboa, Portugal (Awards, 2011).

1.2 Objetivos

Atendendo às consequências que podem resultar de ações dinâmicas em pontes pedonais, torna-se muito importante perceber o comportamento destas estruturas quando sujeitas a este tipo de ações. Neste caso, este trabalho tem como objetivo final a análise da resposta dinâmica da passagem superior pedonal (PSP) de Campo Grande. Para tal, são estabelecidos detalhadamente um conjunto de objetivos principais, nomeadamente:

- estimar os parâmetros modais da estrutura através da resposta em acelerações em vibração ambiental e em vibração forçada recorrendo a passagem de peões de forma sincronizada e aleatória;
- verificar o conforto em projeto, recorrendo às recomendações da EUR 23984 EN, criada com a finalidade de servir como base no

dimensionamento de pontes pedonais suscetíveis às ações induzidas pelos peões;

- desenvolver, calibrar e discutir hipóteses envolvidas em modelos analíticos e numéricos, de forma a identificar as vantagens e limitações de cada um;
- comparar os resultados experimentais e numéricos, de forma a discutir as simplificações efetuadas em fase de projeto;
- quantificar os níveis de vibrações impostas por um peão com diversos tipos de passada e comparar os mesmos com os limites de conforto imposto pela regulamentação internacional.

1.3 Metodologia

No âmbito desta dissertação é utilizado um programa de cálculo automático para efetuar as análises estáticas e dinâmicas no tabuleiro da PSP do Campo grande. Para realização dos ensaios dinâmicos é utilizado o equipamento de monitorização do Laboratório de Engenharia Civil da ULHT, composto por um sistema de aquisição, acelerómetros uniaxiais e um computador portátil.

1.4 Estrutura da organização do texto

Esta dissertação encontra-se organizada em quatro capítulos, apresentando-se, de seguida, um breve resumo de cada um deles.

1.4.1 Capítulo 1: Introdução

Este capítulo consiste na definição do enquadramento e justificação da dissertação, estabelecendo os objetivos, a metodologia em que se baseou a realização desta dissertação e a organização.

1.4.2 Capítulo 2: Conceitos e fundamentos da dinâmica de estruturas

Dedica-se ao estudo dos fundamentos da dinâmica de estruturas, onde se expõem os conceitos de excitações determinística vs estocástica, de sistemas de um grau de liberdade e de sistemas de vários graus de liberdade.

1.4.3 Capítulo 3: Análise de vibrações induzidas por peões na PSP de Campo Grande

É o capítulo principal desta dissertação, começando por descrever a PSP de Campo Grande em estudo, os materiais utilizados na sua execução, as componentes estruturais tais como as vigas longitudinais compostas por duas vigas pré-fabricadas de betão armado, as lajes pré-fabricadas entre as vigas longitudinais e as respetivas dimensões físicas. Descreve-se ainda o equipamento de monitorização bem como a metodologia utilizada na execução dos ensaios dinâmicos. Neste capítulo foi elaborada a identificação modal experimental que permitiu obter três modos de vibração e calculou-se o coeficiente de amortecimento através das series temporais assumindo que a resposta é controlada pelo primeiro modo de vibração. Faz-se também uma análise dos ensaios dinâmicos no domínio do tempo, onde se elabora uma tabela resumo com as acelerações máximas dos oitos testes realizados na PSP em estudo, comparando com os valores limite regulamentares de aceleração para um peão tipo. A verificação da conformidade dos resultados obtidos é feita através das normas internacionais BS 5400, ONT 83, EC5.2, ISO/DIS 10137 e o RPM-95. Em seguida, desenvolve-se um modelo analítico baseado numa viga simplesmente apoiada e num modelo numérico de elementos finitos através de um programa de cálculo automático. Este capítulo termina com a verificação do conforto em projeto, que esta associada aos estados limites de serviço e a verificação da gama crítica de frequência natural.

1.4.4 Capítulo 4: Conclusões e perspectivas de desenvolvimento futuro

A dissertação termina com as principais conclusões do trabalho realizado, acrescentando alguns aspetos que poderão ser desenvolvidos no futuro.

2 Conceitos e fundamentos de dinâmica de estruturas

2.1 Considerações iniciais

No passado a análise estática era suficiente para determinar o comportamento estrutural das estruturas de engenharia civil. Contudo, a utilização de novos materiais e a adoção de soluções inovadoras e cada vez mais esbeltas têm obrigado melhorar o comportamento dinâmico das estruturas. A análise dinâmica caracteriza a resposta da estrutura a ações que variam ao longo do tempo, baseando-se num conjunto de fundamentos usados nas aplicações aos modelos estruturais com um ou vários graus de liberdade (Chopra, 2001; Penzien, 2003)

Na caracterização do comportamento dinâmico de uma estrutura exige-se uma adequada idealização das ações atuantes, um conhecimento profundo das propriedades geométricas e mecânicas dos elementos estruturais que permite obter, de forma o mais rigorosa possível, as principais características da resposta da estrutura, em função da excitação. Envolve também a adoção de um modelo espacial discreto ou contínuo que represente aproximadamente as propriedades geométricas e físicas das estruturas, normalmente expressas através de matrizes de massa, rigidez e amortecimento, bem como a aplicação das leis da mecânica, resultando num sistema de equações diferenciais que caracteriza o movimento estrutural, a partir do qual permite obter relações excitação-resposta, quer numa ótica determinística, quer numa ótica estocástica (Caetano, 1992). A Figura 2:1 ilustra o processo relativo à caracterização do comportamento dinâmico de uma estrutural com dois graus de liberdade.

Assim, neste capítulo, em primeiro lugar serão discutidos os conceitos sobre fundamentos da dinâmica de estruturas, relacionados com sistemas estruturais de um grau de liberdade e sistemas estruturais de N graus de liberdade. Para os dois sistemas estruturais, caracterizam-se as formulações no domínio do tempo e da frequência a partir de excitações determinísticas (Delgado & Arêde, 2000). É ainda discutida uma metodologia para verificação do conforto em projeto, as ações induzidas por peões e os critérios de segurança estrutural e conforto humano de pontes pedonais previstos em algumas normas.

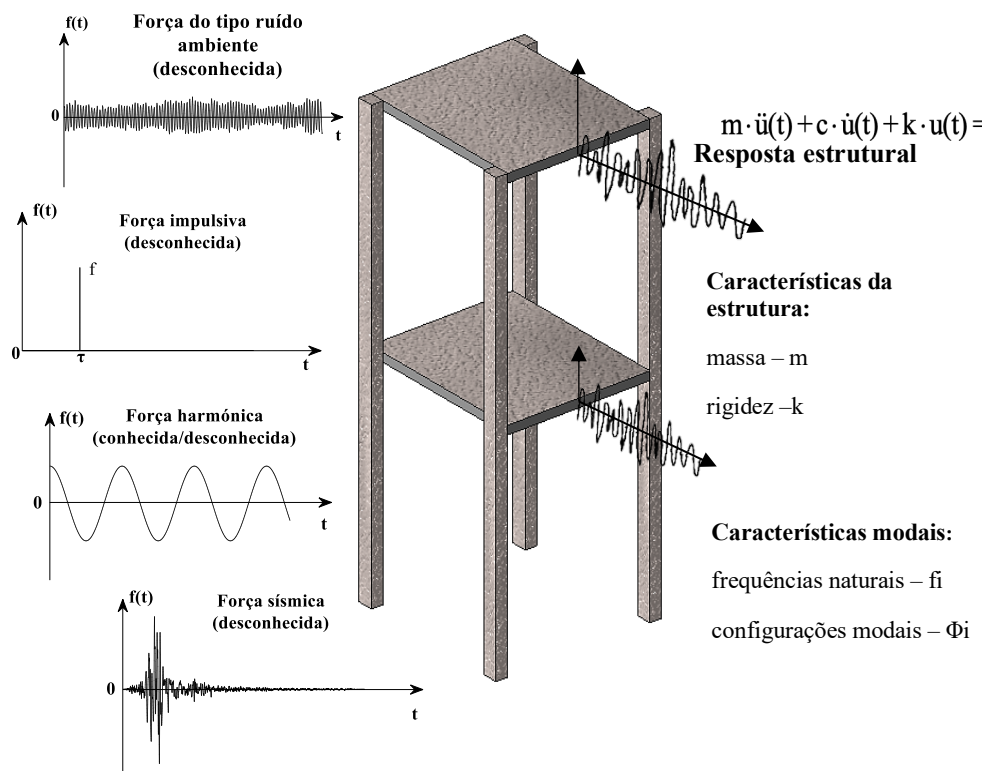


Figura 2:1: Processo relativo à caracterização do comportamento dinâmico de uma estrutura com dois ($N=2$) graus de liberdade (Cardoso, 2018).

2.2 Excitação determinística vs estocástica

No tempo, as ações dinâmicas variam de grandeza, direção e sentido, podendo estas serem caracterizadas segundo duas vias distintas:

- Determinística – quando a lei da variação da ação dinâmica no tempo é perfeitamente conhecida, sendo possível estabelecer a relação entre a ação e a resposta;

- Estocástica – quando não se conhece a lei da variação da ação dinâmica, esta pode ser caracterizada através de conceitos probabilísticos.

A formulação clássica baseia-se na caracterização do comportamento da estrutura com base numa excitação do tipo determinística. Este processo é usualmente denominado processo clássico da análise dinâmica de estruturas e está associado à resposta dinâmica a partir de excitações bem conhecidas, admitindo um modelo matemático simples que considera as suas propriedades físicas, geométricas e mecânicas. Também se recorre a este processo, quando se pretende caracterizar a resposta dinâmica através de dados experimentais que se baseiam em relação excitação-resposta (Delgado & Arêde, 2000).

2.3 Oscilador de um grau de liberdade

Os sistemas de um grau de liberdade (1 GL) são dos mais utilizados no estudo dinâmico de estruturas, pois permitem analisar, os sistemas lineares, respostas modais desacopladas combinadas para obter respostas, do comportamento estrutural de sistemas complexos, com vários graus de liberdade, recorrendo aos principais conceitos da dinâmica estrutural. São exemplo a análise dinâmica de pilares de pontes ou a análise de depósitos de água recorrendo ao pêndulo invertido (EC8, 2010).

Na Figura 2:2 apresenta-se um sistema de 1 GL, projetado como sistema massa-mola-amortecedor. O deslocamento, $u(t)$, define a sua posição em função da força, $f(t)$, que varia no tempo.

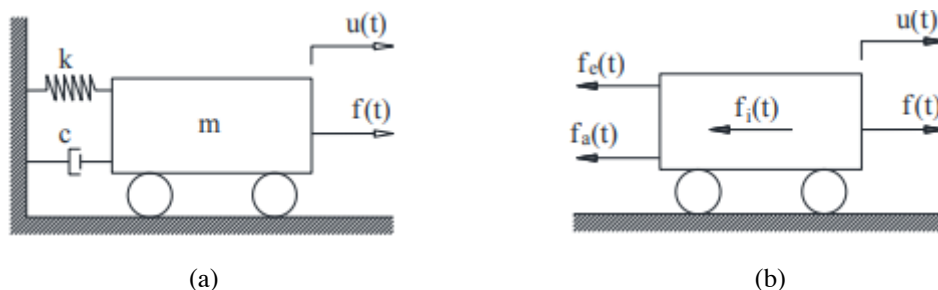


Figura 2:2: Sistema de 1 GL: a) modelo idealizado; b) diagrama de corpo livre.

O modelo matemático é obtido a partir do diagrama de corpo livre (Figura 2:2b), onde engloba a força de inércia que é proporcional à aceleração (de acordo com princípio

d'Alembert* e a segunda lei de Newton), a força elástica que é proporcional ao deslocamento, e a força de amortecimento que é proporcional à velocidade. Percebe-se que o equilíbrio de forças atuantes no corpo livre pode ser escrito como:

$$f_i(t) + f_a(t) + f_e(t) = f(t) \quad (2.0)$$

Através da Equação (2.0), obtém-se a equação diferencial do movimento ou simplesmente equação dinâmica que governa o movimento de sistemas de um grau de liberdade:

$$m * \ddot{u}(t) + c * \dot{u}(t) + k * u(t) = f(t) \quad (2.1)$$

Em que o m , c e k são constantes ao longo do tempo, nomeadamente massa, amortecimento e rigidez. $u(t)$, $\dot{u}(t)$ e $\ddot{u}(t)$ representam as componentes de deslocamento, velocidade e aceleração em função do tempo, respetivamente.

2.3.1 Vibração livre sem amortecimento

A determinação dos parâmetros que caracterizam a vibração de um sistema de 1 GL em vibração livre é a chave para o estudo de toda a dinâmica estrutural (Mendes, P., 2010).

Para a situação de vibração livre sem amortecimento, a equação diferencial do movimento Equação (2.1) é admitida a inexistência das forças externas ($f(t) = 0$) e despreza-se o efeito do amortecimento do sistema estrutural ($c = 0$):

$$m * \ddot{u}(t) + k * u(t) = 0 \quad (2.2)$$

A solução geral da equação anterior é estabelecida da seguinte forma:

* Princípio de D'Alembert: massa de um corpo sujeito a aceleração desenvolve uma força interna (f_i) que é proporcional à aceleração, $f_i(t) = m * \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \equiv m * \ddot{u}$.

$$u(t) = A * \cos(w_n * t) + B * \sin(w_n * t) \quad (2.3)$$

Para esta função periódica:

$$w_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.4)$$

As constantes A e B dependem das condições iniciais de movimento. Assumindo $u_o = u(0)$ e $\dot{u}_o = \dot{u}(0)$ para $t = 0$, obtém-se assim a solução geral:

$$u(t) = u_o * \cos(w_n * t) + \frac{\dot{u}_o}{w_n} * \sin(w_n * t) \quad (2.5)$$

O termo w_n denomina-se por frequência angular natural de vibração, em que corresponde à frequência de um oscilador de 1 GL que oscila naturalmente com a massa (m) e rigidez (k). A estes conceitos, estão associados outros dois: a frequência natural de vibração, f_n , e o período natural de vibração, T_n , sendo obtidos pelas seguintes expressões:

$$f_n = \frac{w_n}{2\pi} ; T_n = \frac{1}{f_n} \quad (2.6)$$

A Figura 2:3 ilustra o movimento de vibração livre sem amortecimento. Pode-se observar que o movimento corresponde a um movimento harmônico simples. A massa oscila na frequência natural w_n . Os zeros da função (2.5) ocorrem em intervalos de tempos iguais à metade do período de oscilação. Os máximos ocorrem em intervalos de tempo iguais ao período de oscilação, T_n . O mesmo ocorre com os mínimos desta função.

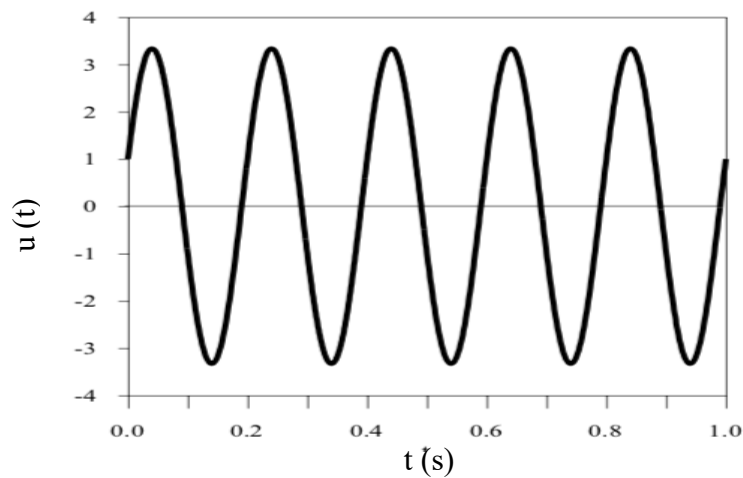


Figura 2:3: Vibração livre de um sistema sem amortecimento (Mucheroni, 2015).

2.3.2 Vibração livre com amortecimento

No movimento sob vibração livre com amortecimento, admite-se que não existe forças de excitação a atuar ($f(t) = 0$):

$$m * \ddot{u}(t) + c * \dot{u}(t) + k * u(t) = 0 \quad (2.7)$$

A solução geral da Equação (2.7) para a situação de vibração livre com amortecimento é escrita como:

$$u(t) = [A * \cos(w_a * t) + B * \sin(w_a * t)] * e^{-\xi * w_n * t} \quad (2.8)$$

Sendo as condições iniciais $u(0)$ e $\dot{u}(0)$ nulas, é possível determinar as constantes A e B da equação (2.8), obtendo-se assim a solução particular:

$$u(t) = \left[u_0 * \cos(w_a * t) + \frac{\dot{u}_0 + u_0 * \xi * w_n}{w_n} * \sin(w_a * t) \right] e^{-\xi * w_n * t} \quad (2.9)$$

Onde o termo ξ designa-se por coeficiente de amortecimento relativo ($\xi < 1$), enquanto que a w_a representa a frequência angular amortecida:

$$w_a = w_n * \sqrt{1 - \xi^2} \quad (2.10)$$

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2 * \sqrt{m * k}} \quad (2.11)$$

As forças de amortecimento são responsáveis pela dissipação da energia, que causa o efeito da redução da amplitude do movimento oscilatório ao longo do tempo, como se pode observar na Figura 2:4. Os termos, T_a e f_a , representam o período amortecido e a frequência cíclica amortecida do sistema, e obtêm-se através das seguintes fórmulas:

$$f_a = \frac{w_a}{2\pi} ; T_a = \frac{1}{f_a} \quad (2.12)$$

A Figura 2:4 ilustra o movimento de um sistema amortecido. Pode-se observar nesta figura que o movimento corresponde ao chamado, movimento harmônico amortecido. A massa oscila com a frequência natural amortecida w_a , com amplitudes que

diminuem exponencialmente a cada ciclo. Os zeros da função (2.8) ocorrem em intervalos de tempos iguais à metade do “período” de oscilação. Os máximos ocorrem em intervalos de tempos iguais ao período de oscilação, T_d . O mesmo ocorre com os mínimos.

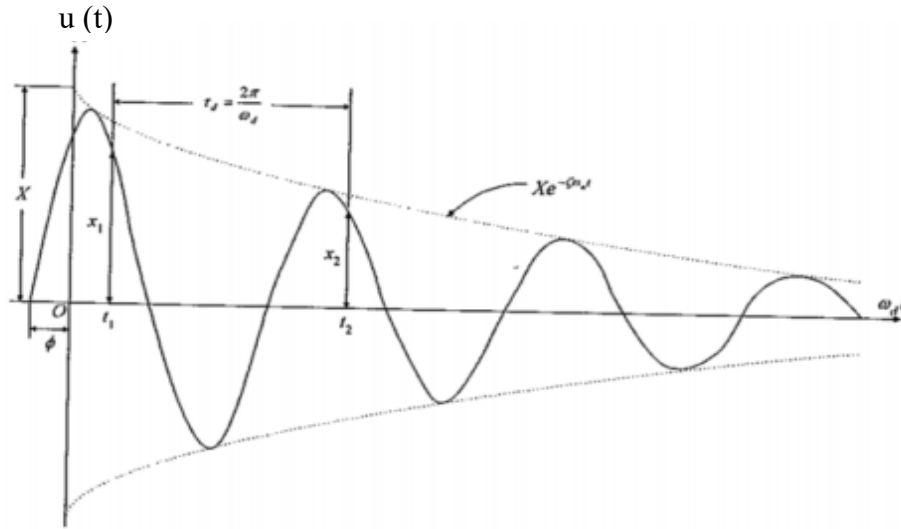


Figura 2:4: Vibração livre de um sistema com amortecimento (Mucheroni, 2015).

2.3.2.1 Análise no domínio do tempo

Como referido anteriormente, uma estrutura de engenharia civil pode estar sujeita a ações dinâmicas (ações como sismo ou vento). Estas ações têm variação arbitrária ao longo do tempo, assim, a resposta dinâmica para sistemas de um grau de liberdade (1 GL) cuja equação de equilíbrio dinâmico tem a forma da equação (2.1) pode ser obtida recorrendo ao Integral de Duhamel (considerando as condições iniciais nulas, ou seja, valores nulos do deslocamento inicial $u(0) = 0$ e velocidade inicial $\dot{u}(0) = 0$) (Cardoso, 2018):

$$u(t) = \int_0^t f(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau \quad (2.13)$$

em que $h(t - \tau)$ designa-se por função que traduz a resposta a uma força impulsiva unitária aplicada num instante genérico τ como se pode observar na Figura 2:5, e se obtém pela expressão seguinte:

$$h(t - \tau) = \frac{1}{m \cdot \omega_A} \cdot \text{sen}(\omega_A \cdot (t - \tau)) \cdot e^{-\varepsilon \cdot \omega_N \cdot t} \quad (2.14)$$

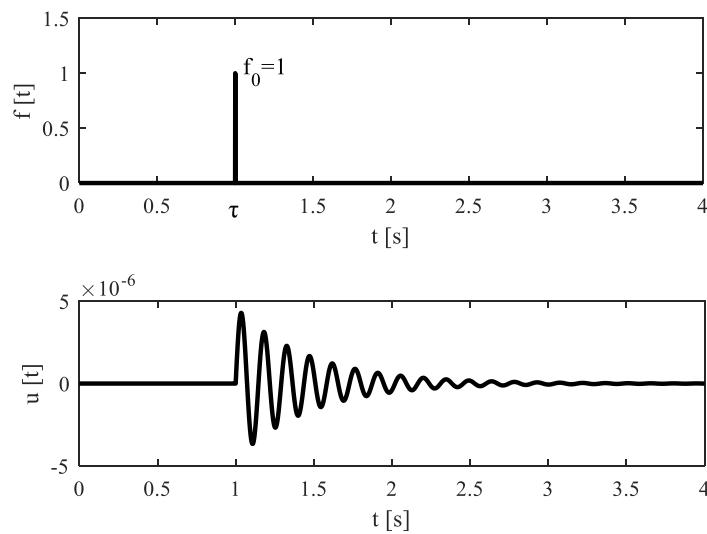


Figura 2:5: Conceito de impulso unitário aplicado num instante genérico $t=\tau$ de um sistema de 1 GL: a) força impulsiva; b) respetiva resposta (Cardoso, 2018).

O Integral de Duhamel baseia-se na sobreposição dos efeitos, onde a resposta dinâmica a uma sequência de impulsos com diferentes intensidades pode ser obtida somando as respostas a cada um desses impulsos. A resposta dinâmica também pode ser obtida como a sobreposição das respostas a uma “sequência de pequenos impulsos infinitesimalmente próximos” (Mendes & Oliveira, 2008). A Figura 2:6 apresenta esquema de uma força arbitrária contínua, decomposta numa sequência de impulsos infinitesimalmente próximos.

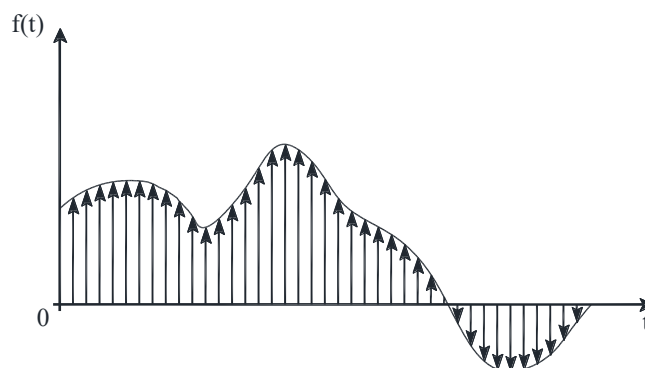


Figura 2:6: Esquema representativa de uma força arbitrária (contínua) decomposta numa sequência de impulsos infinitesimalmente próximos (Cardoso, 2018).

2.3.2.2 Análise no domínio da frequência

Em alternativa ao Integral de Duhamel, a equação diferencial (2.1) também pode ser resolvida no domínio da frequência. Essa transferência é feita através da aplicação da transformada de Fourier em que se consideram as condições iniciais nulas, ou recorrendo à transformada de Laplace mas, para condições iniciais não nulas. A transformada de Fourier da derivada da função $f(t)$ pode ser definida através de uma simples operação algébrica: multiplicar a transformada de Fourier da função por $i\omega$. Assim, aplicando a transformada de Fourier a cada um dos membros da equação (2.1) permite transformá-la numa equação algébrica complexa ver Figura 2:7 (Cardoso, 2018):

$$\mathcal{F} [m \cdot \ddot{u}(t) + c \cdot \dot{u}(t) + k \cdot u(t)] = \mathcal{F} [f(t)] \quad (2.15)$$

Que tendo em consideração as propriedades da transformada de Fourier, é equivalente a:

$$-m \cdot \omega^2 \cdot U(\omega) + i \cdot c \cdot \omega \cdot U(\omega) + k \cdot U(\omega) = F(\omega) \quad (2.16)$$

A equação (2.16), trata-se de uma função complexa definida no domínio da frequência, podendo ser possível resolvê-la em função de $U(\omega)$:

$$U(\omega) = \frac{F(\omega)}{(k - m \cdot \omega^2) + i \cdot c \cdot \omega} \quad (2.17)$$

Sendo normalmente escrita na forma:

$$U(\omega) = H(\omega) \cdot F(\omega) \quad (2.18)$$

Onde: o $H(\omega)$ designa-se por função de resposta em frequência (FRF) de oscilador de um grau de liberdade (1 GL), obtendo-se através da seguinte expressão:

$$H(\omega) = \frac{1}{(k - m \cdot \omega^2) + i \cdot c \cdot \omega} = \frac{1/m}{(\omega_N^2 - \omega^2) + i \cdot (2 \cdot \xi \cdot \omega_N \cdot \omega)} \quad (2.19)$$

A FRF é uma função que, no domínio da frequência, caracteriza o comportamento do oscilador, o que possibilita transformar a sua excitação na sua resposta. Esta função complexa (constituída por uma parte real R e por uma imaginária I) pode ser obtida através da sua amplitude ($\sqrt{R^2 + I^2}$) e fase ($\arctg(I/R)$) para um oscilador com uma frequência natural ω_N e um valor do coeficiente de amortecimento variável. A Figura 2:7 trata-se de uma representação trigonométrica das várias ondas sinusoidais constituintes da série de Fourier, ou seja, ilustra a conversão da equação diferencial da dinâmica definida no domínio do tempo numa equação algébrica (complexa), definida no domínio da frequência, através da aplicação da transformada de Fourier (Cardoso, 2018).

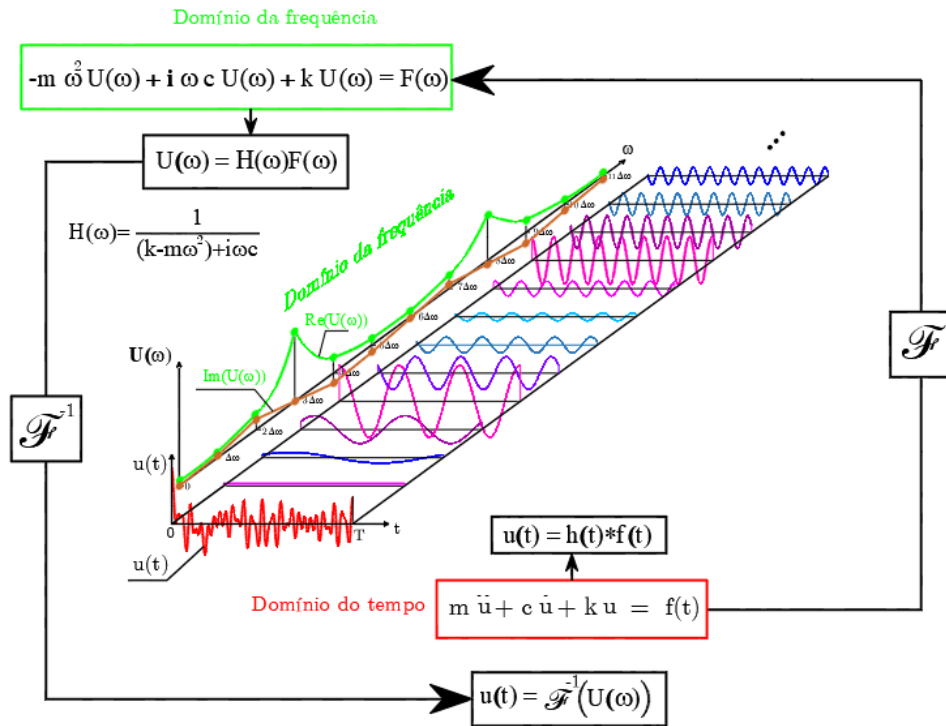


Figura 2:7: Aplicação da transformada de Fourier para converter a equação diferencial do movimento, definida no domínio do tempo, numa equação complexa no domínio da frequência (Mendes & Oliveira, 2008).

2.3.3 Sistemas de N graus de liberdade

Os sistemas de vários graus de liberdade (N_{GL}) quando comparados com sistemas de um grau de liberdade (1GL), observa-se que a massa (m), a rigidez (k) e o amortecimento (c) da estrutura, são descritos matematicamente por matrizes e vetores. Assim, a equação diferencial do movimento para sistema de vários graus de liberdade, apresenta uma forma matricial:

$$\underline{m} \cdot \ddot{\underline{u}}(t) + \underline{c} \cdot \dot{\underline{u}}(t) + \underline{k} \cdot \underline{u}(t) = \underline{f}(t) \quad (2.20)$$

Em que $\underline{m}$ representa a matriz de massa, $\underline{c}$ a matriz de amortecimento e $\underline{k}$ a matriz de rigidez. Os termos $\underline{f}(t)$, $\ddot{\underline{u}}(t)$, $\dot{\underline{u}}(t)$ e $\underline{u}(t)$ representam respetivamente os vetores das forças, das acelerações, das velocidades e dos deslocamentos relativos a cada um dos graus de liberdade ao longo do tempo.

A resolução do anterior sistema de equações diferenciais pode ser efetuada, à semelhança do oscilador de 1 GL, no domínio do tempo (escolhendo uma adequada discretização e um adequado método numérico) ou procedendo a uma transposição para o domínio da frequência recorrendo à transformada de Fourier (consideração de

condições iniciais nulas) ou à transformada de Laplace (consideração de condições iniciais não nulas) (Cardoso, 2018).

2.3.3.1 Análise no domínio do tempo

Normalmente, opta-se por resolver o sistema anterior (após proceder a sua diagonalização) recorrendo à transformação de coordenadas denominadas estruturais $\underline{u} = \underline{u}(t)$ para coordenadas modais $\underline{u}^* = \underline{u}^*(t)$:

$$\underline{u}(t) = \underline{\Phi} \cdot \underline{u}^*(t) \quad (2.21)$$

O termo $\underline{\Phi}$ da equação (2.21) corresponde à matriz modal, ou seja, $\underline{\Phi} = [\underline{\Phi}_1 \dots \underline{\Phi}_n \dots \underline{\Phi}_{NGL}]$, contendo em cada coluna os modos de vibração da estrutura, enquanto que $\underline{u}^*(t)$ corresponde às coordenadas modais, sendo agora escrita como:

$$\underline{u}^*(t) = [a_n \cdot \cos(\omega_N \cdot t) + b_n \cdot \sin(\omega_N \cdot t)] \quad (2.22)$$

as constantes a_n e b_n são determinados a partir das condições iniciais. Substituindo a equação (2.22) na equação (2.21), é possível obter:

$$\underline{u}^*(t) = \underline{\Phi} \cdot [a_n \cdot \cos(\omega_N \cdot t) + b_n \cdot \sin(\omega_N \cdot t)] \quad (2.23)$$

Tratando-se de sistemas de vários graus de liberdade (N_{GL}) sem amortecimento e sem forças externas aplicadas, os seus valores e vetores próprios correspondentes às suas frequências e modos naturais de vibração, podem ser determinados considerando a equação do movimento na situação de regime livre (Cardoso, 2018):

$$\underline{m} \cdot \underline{\ddot{u}}(t) + \underline{k} \cdot \underline{u}(t) = 0 \quad (2.24)$$

Substituindo a equação anterior (2.21) na equação (2.24) é possível obter um sistema de equações algébricas (2.25) que, sendo resolvido em ordem a $\underline{u}(t)$, a solução é genericamente dada pela equação (2.26)

$$[\underline{k} - \underline{m} \cdot \omega_N^2] \cdot \underline{u}(t) = 0 \quad (2.25)$$

$$\underline{u}(t) = [\underline{k} - \underline{m} \cdot \omega_N^2]^{-1} \quad (2.26)$$

Uma vez que a inversa de uma matriz é a correspondente matriz adjunta a dividir pelo determinante, $\underline{u}(t)$ assume a seguinte forma:

$$\underline{u}(t) = \frac{Adj(\underline{k} - \underline{m} \cdot \omega_N^2)}{|\underline{k} - \underline{m} \cdot \omega_N^2|} \cdot 0 \quad (2.27)$$

Sempre que o determinante (em denominador) for não nulo, $\underline{u}(t)$ será uma solução trivial. Assim, para se obterem as soluções não nulas, o determinante deverá ser nulo, o que faz com que a solução $\underline{u}(t)$ seja não nula, mas indeterminada. Pelo que para se poder obter a solução não nula da equação (2.27) tem que ser verificada a seguinte condição (Cardoso, 2018):

$$|\underline{k} - \underline{m} \cdot \omega_N^2| = 0 \quad (2.28)$$

Por esta ótica, o problema dos valores e vetores próprios podem ser obtidos através da seguinte equação:

$$|\underline{k} - \lambda \cdot \omega_N^2| \cdot \underline{\Phi} = 0 \quad (2.29)$$

Os valores próprios dados por λ correspondem aos quadrados das frequências angulares de vibração ω_N^2 , e quando arrumados numa matriz são usualmente designados por **matriz espectral** Ω^2 . Os vetores próprios dados por $\underline{\Phi}$ correspondem aos vetores com os modos de vibração, sendo normalmente arrumados em forma da matriz diagonal designada por **matriz modal** $\underline{\Phi}$ (Cardoso, 2018).

$$\underline{\Phi} = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \dots & \Phi_{1n} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & \dots & \Phi_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi_{n1} & \Phi_{n2} & \dots & \Phi_{nn} \end{bmatrix} \quad \Omega^2 = \begin{bmatrix} \omega^2_1 & & & \\ & \omega^2_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \omega^2_n \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

A equação de equilíbrio dinâmico descrito pela equação (2.24) representa um sistema de equações diferenciais onde as equações são dependentes entre si, dificultando a sua resolução. Deste modo, a resolução do sistema é conseguida através de uma transformação de coordenadas num outro em que as equações diferenciais são independentes entre si, nomeadamente, a transformação de coordenadas estruturais para as coordenadas modais. Assim, ao introduzir a equação (2.24) na equação (2.21), obtém-se o seguinte (Cardoso, 2018):

$$\underline{m} \cdot \underline{\Phi} \cdot \ddot{\underline{u}}^*(t) + \underline{k} \cdot \underline{\Phi} \cdot \underline{u}^*(t) \quad (2.31)$$

Portanto, pré-multiplicando ambos os membros pela transposta da matriz modal ($\underline{\Phi}^T$) obtém-se um sistema em as equações diferenciais desacopladas:

$$\underline{\Phi}^T \cdot \underline{m} \cdot \underline{\Phi} \cdot \ddot{\underline{u}}^*(t) + \underline{\Phi}^T \cdot \underline{k} \cdot \underline{\Phi} \cdot \underline{u}^*(t) = 0 \quad (2.32)$$

onde as matrizes $\underline{m} \cdot \underline{\Phi} \cdot \underline{\ddot{u}}^*$ e $\underline{k} \cdot \underline{\Phi} \cdot \underline{u}^*$ são diagonais e são designadas respetivamente por matriz de massa modal e matriz de rigidez modal:

$$\underline{m}^* = \underline{\Phi}^T \cdot \underline{m} \cdot \underline{\Phi} = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \underline{m}_i^* & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \quad \underline{k}^* = \underline{\Phi}^T \cdot \underline{k} \cdot \underline{\Phi} = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \underline{k}_i^* & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

em que m_i e k_i são respetivamente a massa modal e matriz modal correspondentes ao modo de vibração i , verificando-se a relação:

$$\omega_i = \sqrt{\frac{k_i^*}{m_i^*}} \quad (2.34)$$

Portanto, a equação diferencial (2.32) pode ser escrita na seguinte forma:

$$\underline{m}^* \cdot \underline{\ddot{u}}^*(t) + \underline{k}^* \cdot \underline{u}^*(t) = 0 \quad (2.35)$$

Geralmente, a análise dinâmica de estruturas envolve a consideração de amortecimento e forças externas aplicadas como se pode verificar na equação (2.20).

Portanto, é possível transformar este sistema de equações diferenciais acopladas noutro sistema de equações desacopladas, recorrendo ao conceito de coordenadas modais. Para tal, ao introduzir a equação (2.21) na equação (2.20) (Cardoso, 2018), obtém-se o seguinte:

$$\underline{m}^* \cdot \underline{\Phi} \cdot \underline{\ddot{u}}^*(t) + \underline{c}^* \cdot \underline{\Phi} \cdot \underline{\dot{u}}^*(t) + \underline{k}^* \cdot \underline{\Phi} \cdot \underline{u}^*(t) = \underline{f}^*(t) \quad (2.36)$$

Multiplicando ambos os membros por $\underline{\Phi}^T$, obtém-se um conjunto de equações diferenciais independentes:

$$\underline{m}^* \cdot \underline{\ddot{u}}^*(t) + \underline{c}^* \cdot \underline{\dot{u}}^*(t) + \underline{k}^* \cdot \underline{u}^*(t) = \underline{f}^*(t) \quad (2.37)$$

É necessário assumir a ortogonalidade dos modos de vibração em relação à matriz de amortecimento, sendo neste caso designado por matriz de amortecimento modal:

$$\underline{c}^* = \underline{\Phi}^T \cdot \underline{c} \cdot \underline{\Phi} = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \underline{c}_i^* & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \quad 2\omega\xi = \underline{\Phi}^T \cdot \underline{c} \cdot \underline{\Phi} = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & 2 \cdot \xi_i \cdot \omega_i^* & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

É de referir um outro caso particular de amortecimento proporcional, denominado por amortecimento de Rayleigh, no qual se admite que a distribuição do amortecimento ao longo da estrutura é proporcional à distribuição de massa e de rigidez, como se pode

verificar na equação 2.39. Resulta da combinação linear da matriz de massa e da matriz de rigidez dada pela seguinte expressão:

$$\underline{c} = \alpha \cdot \underline{m} + \beta \cdot \underline{k} \quad (2.39)$$

em que α e β são duas constantes. Considerando agora que a equação anterior (corresponde ao espaço físico) é normalizada em relação à massa, tem-se então a equação (2.40) correspondente ao espaço modal.

$$2 \cdot \omega \cdot \xi = \alpha \cdot 1 + \beta \cdot \omega^2 \gg \xi = \frac{\alpha}{2 \cdot \omega} + \frac{\beta \cdot \omega}{2} \quad (2.40)$$

Portanto, é possível verificar Figura 2:8 a distribuição do amortecimento de Rayleigh ao longo da estrutura.

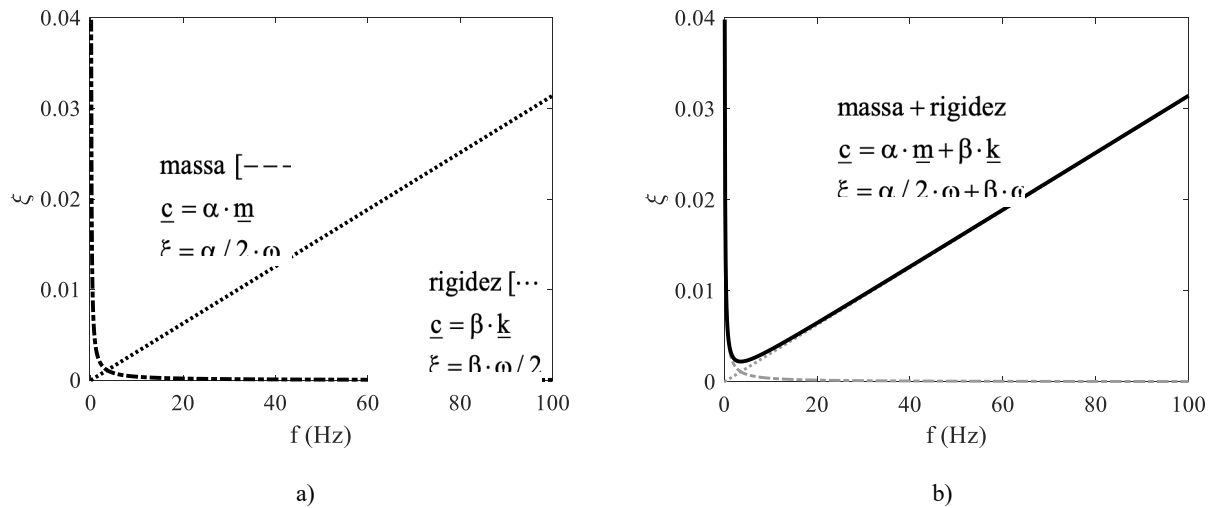


Figura 2:8: Representação gráfica do amortecimento de Rayleigh: a) amortecimento proporcional à massa e à rigidez; b) curva de Rayleigh (Cardoso, 2018)

2.3.3.2 Análise no domínio da frequência

A equação do equilíbrio dinâmico pode ser resolvida tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência. A transferência para o domínio da frequência deve-se à aplicação a ambos os membros da equação matricial (2.20) da transformada de Fourier:

$$\mathcal{F} [\underline{m}^* \cdot \ddot{\underline{u}}^*(t) + \underline{c}^* \cdot \dot{\underline{u}}^*(t) + \underline{k}^* \cdot \underline{u}^*(t)] = \mathcal{F} [\underline{f}^*(t)] \quad (2.41)$$

obtendo-se uma nova expressão matricial (função complexa) que relaciona a resposta com a excitação:

$$-\underline{m} \cdot \omega^2 \cdot \underline{U}(\omega) + i \cdot \underline{c} \cdot \underline{U}(\omega) + \underline{k} \cdot \underline{U}(\omega) = \underline{F}(\omega) \quad (2.42)$$

Resolvendo equação anterior em função de $\underline{U}(\omega)$, obtém-se a solução:

$$\underline{U}(\omega) = \frac{\underline{F}(\omega)}{(\underline{K} - \underline{m} \cdot \omega^2) + i \cdot \underline{c} \cdot \omega} \quad (2.43)$$

que simplificada pode ser escrita na forma:

$$\underline{U}(\omega) = \underline{H}(\omega) \cdot \underline{F}(\omega) \quad (2.44)$$

$\underline{U}(\omega)$ e $\underline{F}(\omega)$ são vetores correspondentes à transformada de Fourier do vetor dos deslocamentos e das forças respetivamente. $\underline{H}(\omega)$ é uma matriz que contém as Funções de Resposta em Frequência (FRF) e que se relaciona com as matrizes $\underline{m}$, $\underline{c}$ e $\underline{k}$ que caracterizam a estrutura, através da relação seguinte:

$$\underline{H}(\omega) = \frac{1}{(\underline{K} - \underline{m} \cdot \omega^2) + i \cdot \underline{c} \cdot \omega} \quad (2.45)$$

Tal como no domínio do tempo, também no domínio da frequência usualmente recorre-se à formulação alternativa em coordenadas modais para determinar a matriz $\underline{H}(\omega)$.

$$\underline{H}(\omega) = \underline{\Phi} \cdot \underline{H}^*(\omega) \cdot \underline{\Phi}^T \quad (2.46)$$

em que $\underline{H}^*(\omega)$ é uma matriz diagonal que contém as FRFs na sua diagonal principal, onde os modos de vibração encontram-se normalizados em relação à matriz de massa.

$$\underline{H}^*(\omega) = \frac{1}{\omega_i^2 - \omega^2 + j \cdot 2 \cdot \xi_i \cdot \omega_i \cdot \omega} \quad (2.47)$$

2.4 Verificação do conforto em projeto

A ocorrência de um número crescente de problemas de vibrações em pontes pedonais nos últimos anos mostra que estas estruturas não devem continuar a ser projetadas apenas para cargas estáticas, mas também tendo em conta o seu comportamento dinâmico. Por conseguinte, o projeto deve ter em conta o nível de vibrações induzidas pelos peões na sua utilização (RFS2-CT, 2007). É importante salientar que em Portugal, atualmente a norma disponível para verificar o efeito da verificação do conforto em projeto é o eurocódigo 5 (EC5, 2004).

Embora, do ponto de vista do Projetista, essa falta de regulamentação permita uma grande liberdade, e por isso uma grande variedade de soluções estruturais inovadoras, é todavia de vital importância que a ponte satisfaça requisitos de conforto fixados pelo

cliente ou dono de obra. A questão “Será que a ponte satisfará os critérios de conforto quando vibrar?” desempenha um papel importante no processo de dimensionamento, podendo a inclusão de dispositivos de controlo de vibrações tornar-se necessária (RFS2-CT, 2007).

A verificação do conforto dos utilizadores nas passagens pedonais está associada ao estado limite de utilização, pelo que a verificação da resposta dinâmica induzida pelas pessoas tem de ser levada em consideração. As vibrações podem ser medidas de diferentes formas, no entanto, na engenharia civil, o mais usual é utilizar aceleração para medir as vibrações associadas a uma estrutura. A aceleração é um parâmetro amplamente aceite como unidade de medida uma vez que é fácil de medir, utilizando-se geralmente acelerómetros por ser de fácil acesso.

O documento (RFS2-CT, 2007) fornece uma série recomendações técnicas no dimensionamento das passagens superiores para ter em consideração as ações induzidas pela ação humana. Mais concretamente, o engenheiro projetista deve garantir que:

- As vibrações devidas ao tráfego de peões são aceitáveis para os seus utilizadores;
- O fenómeno de lock-in não tem lugar, isto é, não existem oscilações laterais excessivas;
- A estabilidade da ponte é garantida quando sujeita a uma excitação intencional.

“Design of lightweight footbridges for human induced vibrations” (Heinemeyer, 2009), também conhecido por EUR 23984 EN, é um documento criado com a finalidade de servir como base no dimensionamento de pontes pedonais suscetíveis às ações induzidas pelos peões. Este documento recomenda um conjunto de métodos para dimensionar corretamente este tipo de estruturas quando sujeitas às ações pedonais.

O organograma da

Figura 2:9 apresenta o modo de verificação do comportamento dinâmico da ponte pedonal na fase de projeto, segundo o (RFS2-CT, 2008), e o modo como estas recomendações podem ser aplicadas. Apenas alguns passos serão discutidos consoante a relevância para o presente trabalho. O (RFS2-CT, 2008) estabelece que apesar das recomendações, os Estados Limites de Utilização e Estados Limites Últimos devem ser verificados de acordo com as normas em vigor.

Análise de vibrações da passagem superior de Campo Grande

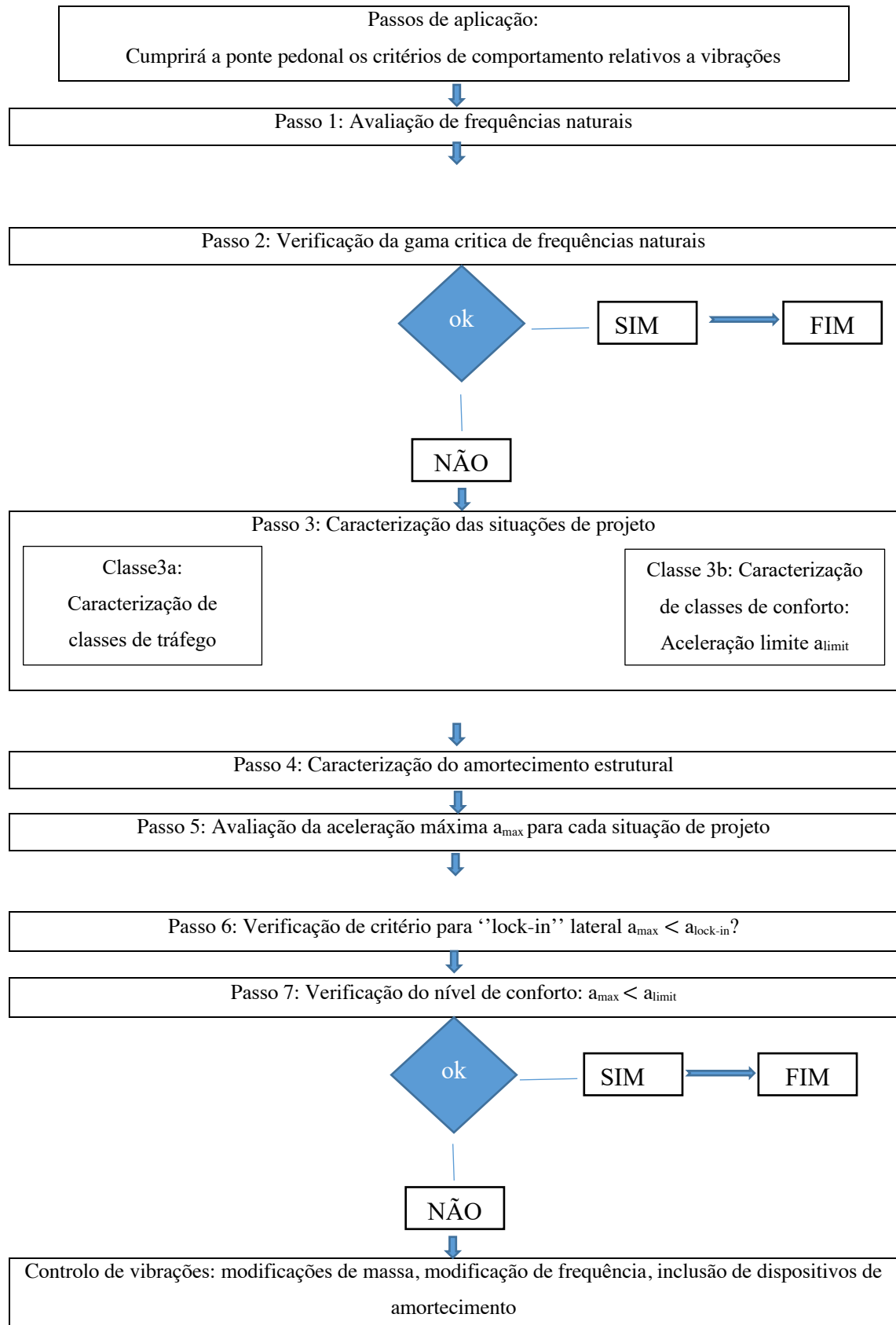


Figura 2:9: Organograma para aplicação das recomendações EUR 23984, adaptado de (RFS2-CT, 2008).

2.5 Ação do peão em passagens superiores

2.5.1 Frequência da passada

Um dos parâmetros fundamentais para descrever a ação do peão é a frequência da passada, f_p , que se caracteriza pelo número de vezes que a força é aplicada ao pavimento num determinado intervalo de tempo, isto é, corresponde ao número de passos efetuados pelo peão durante um segundo. A Figura 2:10 exemplifica o andamento de um peão com uma frequência de 2Hz. (Abreu, 2008)

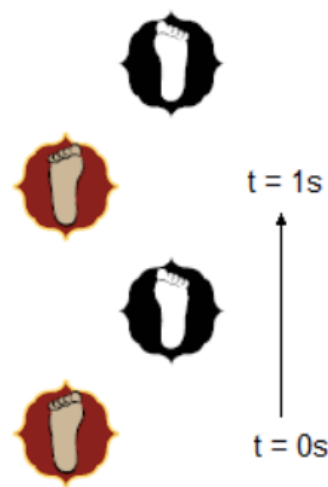


Figura 2:10: Andamento correspondente a uma frequência da passada de 2Hz (Abreu, 2008).

Um segundo fator importante para a caracterização do movimento do peão é a velocidade do movimento, v_p , igual ao produto da frequência do movimento com o comprimento da passada, l_p (Sanches, 2012). Assim, o comprimento da passada é obtido através da seguinte expressão,

$$l_p = \frac{v_p}{f_p} \quad (3.17)$$

Na Tabela 2.1 estão expostos um leque de frequências da passada associadas aos diversos tipos de andamento, velocidade média e comprimento da passada obtidos por (Wheeler, 1982) através de estudos realizados a um conjunto de pessoas.

Tabela 2.1: Frequência da passada para tipos de andamento. (Wheeler, 1982)

Tipo de andamento	f_p (Hz)	v_p (m/s)	l_p (m)
Andamento lento	~1,7	~1,1	~0,65
Andamento normal	~2,0	~1,5	~0,75
Andamento rápido	~2,3	~2,2	~0,96
Corrida lenta	~2,5	~3,3	~1,32
Corrida rápida	> 3,2	> 5,5	> 1,72

Wheller (1982) define também uma relação entre a frequência e o comprimento da passada com a velocidade do movimento, indicada graficamente no ábaco da Figura 2:11. Com a análise do ábaco, pode-se constatar que para frequências inferiores a 1Hz e superiores a 3Hz, o comprimento da passada é praticamente constante, apresentando, no entanto, uma brusca variação entre estas duas frequências. É de salientar ainda, que o tipo de movimento correspondente ao andar pode atingir velocidades limites na ordem dos 2,2 m/s, enquanto que em corrida, a velocidade do movimento no mínimo é de 1,5 m/s com uma frequência de passada superior a 2Hz.

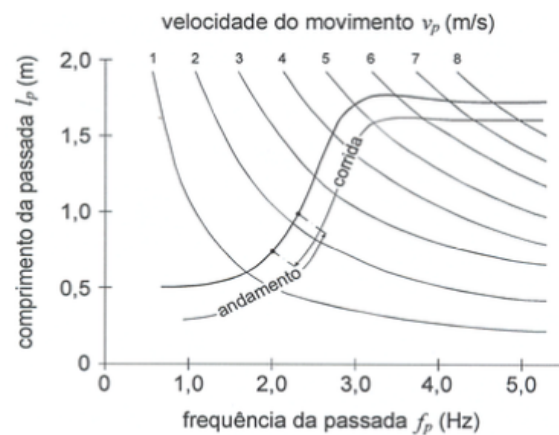


Figura 2:11: Relação entre a frequência da passada, a velocidade do movimento e o comprimento da passada (Wheeler, 1982).

2.5.2 Função de carga vertical

A evolução do valor da força exercida pelo peão sobre a estrutura ao longo do tempo designa-se por função de carga (Abreu, 2008). Como é notável, diversas formas

de andamento provocam diferentes tipos de ações dinâmicas que são aplicadas à estrutura em várias direções (vertical e horizontal). Assim, quando andamos ou corremos, aplicamos forças à estrutura que são caracterizadas por diferentes funções de carga.

A definição da função de carga de um peão é complexa, uma vez que depende de diversos parâmetros tais como: frequência da passada, particularidade do andar (contribuição do calcanhar), sexo e peso do indivíduo, tipo de calçado e tipo de pavimento (Bachmann & Ammann, 1987). A Figura 2:12 fornece as diversas funções de carga em correspondência com os diversos parâmetros para os quais esta dependente. O estudo da ação do peão sobre a ponte pedonal será estudado para um peão tipo (Moutinho, 1998).

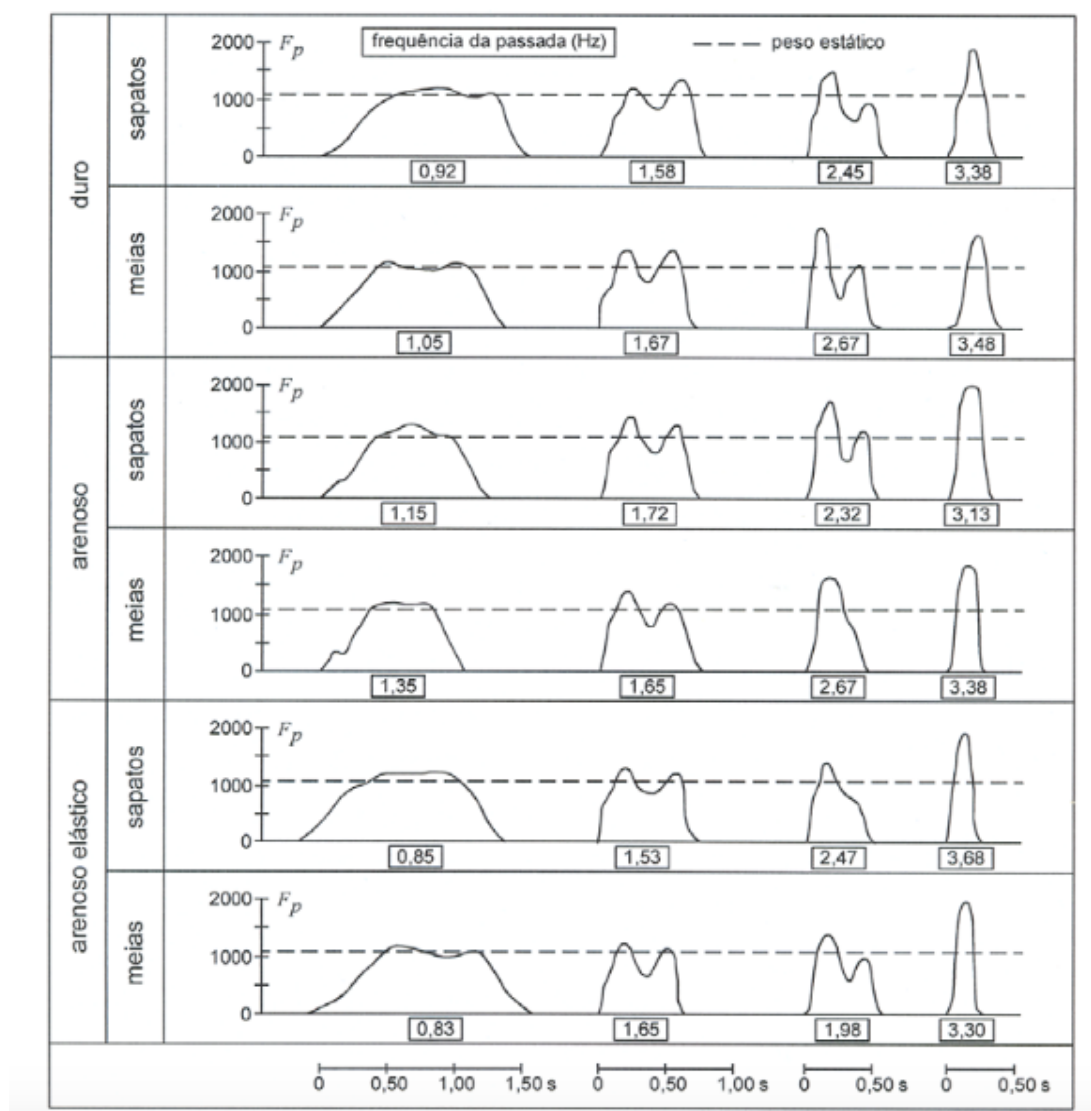


Figura 2:12: Funções de cargas para diferentes frequências de passada, tipo de calçado e pavimentos (Moutinho, 1998).

2.5.2.1 Função de carga para o andar

A função de carga para o andar, na direção vertical, pode ser idealizada como sendo a soma de um conjunto de ações sinusoidais que são obtidas através do desenvolvimento em série de Fourier (Moutinho, 1998),

$$F_p(t) = G + \sum_{i=1}^n G \cdot \alpha_i \cdot \sin(2\pi \cdot i \cdot f_p \cdot t - \phi_i) \quad (3.18)$$

Em que G corresponde ao peso do peão, α_i o coeficiente de Fourier associado à i -ésima harmónica, $G \cdot \alpha_i$ a amplitude da correspondência da carga, f_p a frequência da passada em Hz, ϕ_i o ângulo da fase da i -ésima harmónica relativamente à primeira, i o número de ordem dos termos da série e n o número total de harmónica consideradas, usualmente igual a três (Bachmann & Ammann, 1987).

Os coeficientes de Fourier α_i , as amplitudes $\Delta G_i = G \cdot \alpha_i$ e os ângulos de fase ϕ_i apresentam alguma dispersão de resultados dado o número de investigadores que têm estudado o assunto (Abreu, 2008). Bachmann & Ammann (1987) propõe os valores de α_i para as três primeiras harmónicas, tal como resumido na Tabela 2.2. Aos ângulos de fase, onde a variação é grande, Bachmann & Ammann (1987) sugere que os valores de ϕ_i devem ser utilizadas de acordo com a sobreposição de harmónicas mais desfavorável, no entanto, para cálculo automático sugere as seguintes $\phi_1 = 0$; $\phi_2 = \frac{\pi}{2}$; $\phi_3 = \frac{\pi}{2}$.

Tabela 2.2: Coeficiente de Fourier das três primeiras harmónicas para função de carga correspondente ao andar (Wheeler, 1982).

	α_1	α_2	α_3
$1 < f_p \leq 1,5\text{Hz}$	$0,43f_p - 0,38$	0,1	0,1
$1,5 < f_p \leq 2,5\text{Hz}$	$0,43f_p - 0,38$	$0,15f_p - 0,125$	0,1

Visto que o coeficiente α_i é o essencial para o bom funcionamento da função de carga exposta na equação (3.18), foram feitas muitas medições para melhor caracterização do α_i , como ilustra a Tabela 2.3.

A Figura 2:13 representa a função de carga para o andar idealizada segundo a Equação (3.18), considerando um, dois e três harmónicos, em que o peso do peão é de

800 N e a frequência de passada vale 2 Hz. Considerou-se ainda para a respetiva definição da função de carga os valores dos coeficientes de Fourier como ilustra a Tabela 2.2.

Tabela 2.3: Coeficientes de Fourier por diferentes autores adaptado de (Abreu, 2008).

Autor	Coeficiente de Fourier	Direção
(Blanchard, 1977)	$\alpha_1 = 0,26$	Vertical
(Bachmann, 1987)	$\alpha_1 = 0,37$	Vertical
	$\alpha_2 = 0,10$	
	$\alpha_3 = 0,12$	
	$\alpha_4 = 0,04$	
	$\alpha_5 = 0,08$	
(Young, 1978)	$\alpha_1 = 0,37 \cdot (f_p - 0,95)$	Vertical
	$\alpha_2 = 0,054 + 0,0044 \cdot f_p$	
	$\alpha_3 = 0,026 + 0,0050 \cdot f_p$	
	$\alpha_4 = 0,010 + 0,0051 \cdot f_p$	

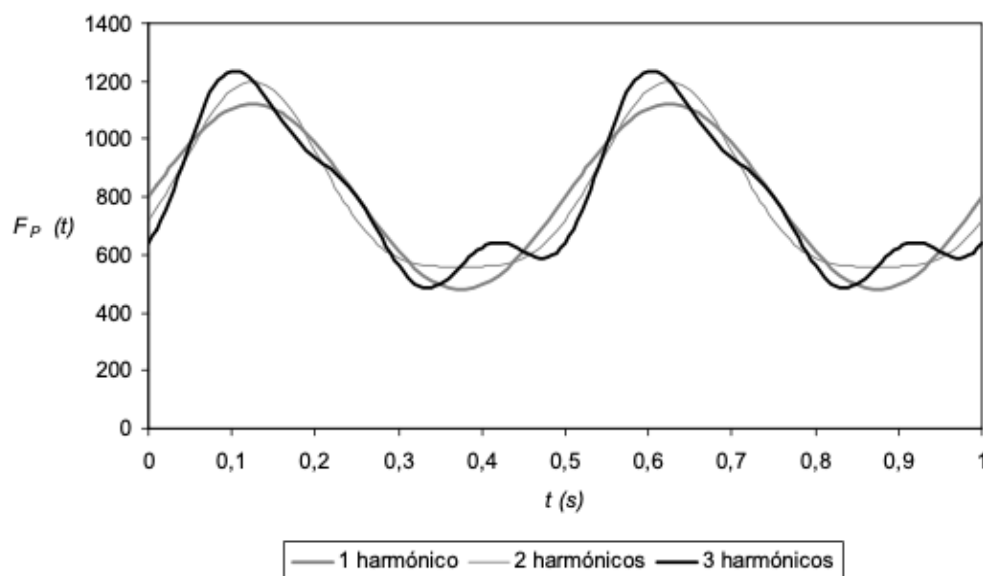


Figura 2:13: Função de carga para o andar ($G = 800 \text{ N}$, $f_p = 2 \text{ Hz}$, $n = 1$ a 3 (Araújo, 2015)).

2.5.2.2 Função de carga para a corrida

A ação que o peão transmite ao tabuleiro, em corrida, deve-se exclusivamente a uma força única que resulta do facto de apenas um dos pés estar em contato com o tabuleiro em cada passada dada. Portanto, a curva que representa a função de carga é descontínua, em forma de semi-sinusoidal (Bachmann & Ammann, 1987),

$$F_p(t) = \begin{cases} k_p \cdot G \cdot \sin(\pi \frac{t}{t_c}), & t \leq t_c \\ 0, & t_c < t \leq T_p \end{cases} \quad (3.19)$$

onde o k_p é o fator de impacto dinâmico, que representa o valor do aumento de carga induzida pelo peão na altura do salto, em comparação ao peso estático. Este fator por ser calculado a partir da expressão $k_p = F_{p,max}/G$. T_p é o período da passada, t_p é o tempo de contato pé-tabuleiro e $F_{p,max}$ é o valor máximo da força induzida. Este tipo de movimento é definido pela expressão (3.19) e ilustrado na Figura 2:14.

É importante mencionar que o fator de impacto dinâmico teórico pode ser obtido impondo que a integral da função de carga do peão ao longo de uma passada seja igual ao seu peso (Moutinho, 1998), na forma de,

$$K_p = \frac{\pi}{2f_p \cdot t_c} \quad (3.20)$$

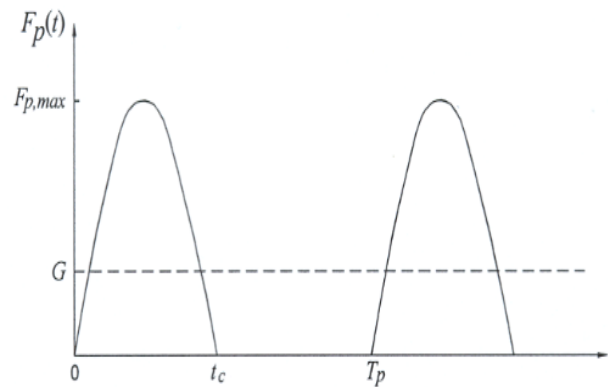


Figura 2:14: Função de carga tipo para a corrida do tipo semi-sinusoidal (Bachmann & Ammann, 1987).

Bachmann & Ammann (1987) propõem ainda uma forma aproximada de avaliar a ação dinâmica em corrida através do desenvolvimento em série de Fourier da função em destaque,

$$F_p(t) = G + \sum_{i=1}^n \Delta G_i \cdot \cos \left[2 \cdot i \cdot \pi \cdot f_p \left(t - \frac{t_c}{2} \right) \right] \quad (3.21)$$

onde o G é o peso da pessoa, ΔG_i corresponde a amplitude da i -ésima harmónica, f_p é a frequência da passada, t_c é o tempo de contato pé-tabuleiro e n traduz o número de harmónicas estudadas, geralmente $n=4$ (Abreu, 2008). Bachmann & Ammann (1987) apresentam um ábaco que disponibiliza os valores dos coeficientes das quatro primeiras harmónicas em função da relação t_c/T_p , para uma análise rápida dos coeficientes de Fourier (ver Figura 2:15).

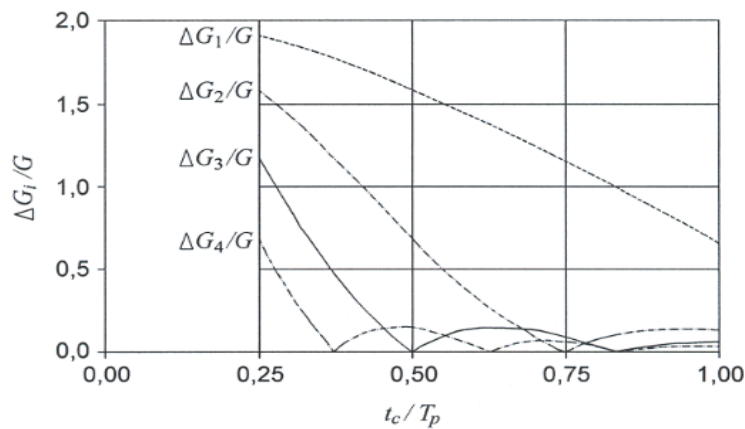


Figura 2:15: Coeficiente de Fourier aos quatro primeiras harmónicas (Bachmann & Ammann, 1987).

Na Figura 2:16 apresenta-se a comparação gráfica relativa à função de carga para a corrida, com base na função semi-sinusoidal e pelo respetivo desenvolvimento em série de Fourier, cujos coeficientes foram retirados do ábaco da Figura 2:15.

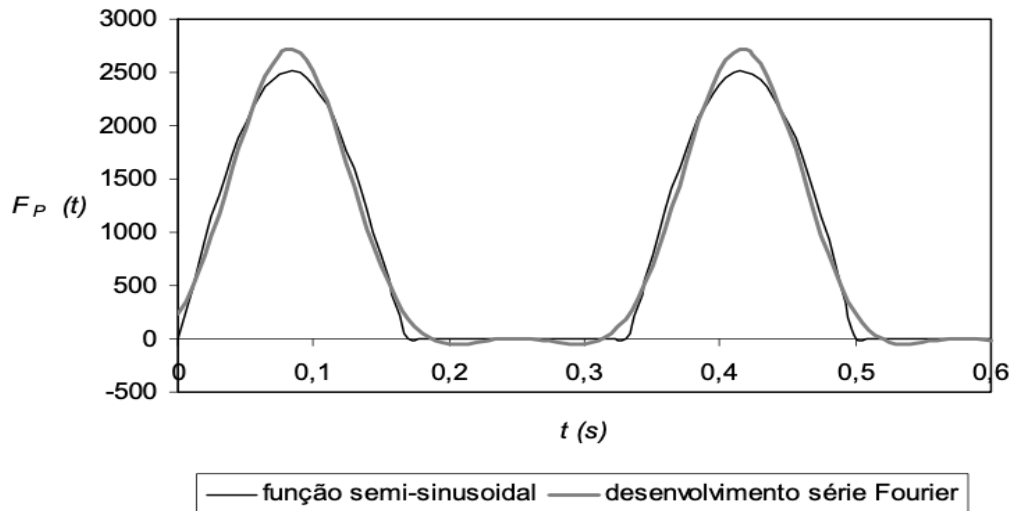


Figura 2:16: Função de carga para a corrida ($G = 800 \text{ N}$, $F_p = 3 \text{ Hz}$, $t_c = 0,17 \text{ s}$, $n=4$) (Abreu, 2008).

A Figura 2:17 ilustra o intervalo de frequência vertical de um peão em andamento, nomeadamente dentro dos limites 1,4 Hz - 2,4 Hz. Adicionalmente, é representado o intervalo para o sentido horizontal: 0,7 Hz - 1,2 Hz. Estes valores traduzem claramente um grande potencial para vibrações excessivas quando o peão anda ou corre sobre o tabuleiro.

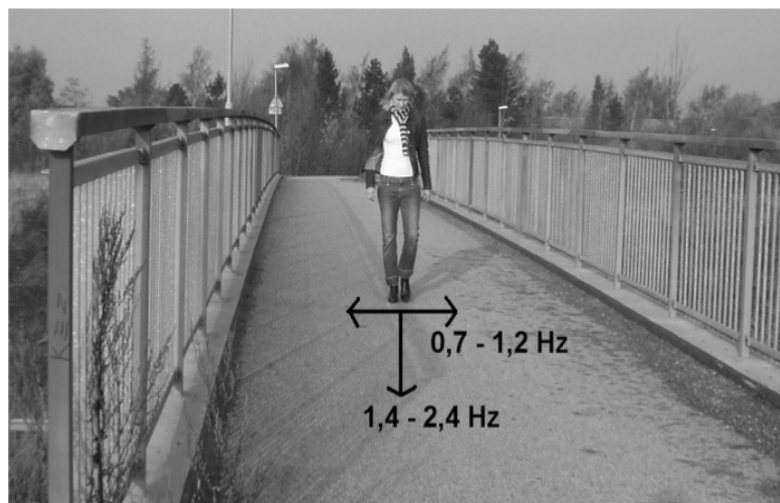


Figura 2:17: Intervalo de frequências que o peão pode executar em andamento (Hauksson, 2005)

2.5.2.3 Sincronização vertical

Quando um peão se movimenta sobre uma ponte superior pedonal, este é mais tolerante em relação às vibrações verticais do que as vibrações no sentido horizontal. O peão causa a diminuição da vibração, ou seja, é como se um peão adicionasse um certo amortecimento (Sanches, 2012).

Os estudos realizados por Bachmann e Ammann (1987) sugerem que os deslocamentos verticais necessários para causar variação ao andamento natural do peão apresenta um valor mínimo de 10 mm. Os mesmos estudos revelam ainda que as forças verticais transmitidas pelo peão são aleatórias, portanto, é provável que os limites de vibrações máximas estipuladas nas normas (ver secção 2.6.2) devem ser suficientes para não ocorrer a sincronização vertical entre a estrutura e os peões.

A primeira tentativa de modelar a carga relativa a um conjunto de peões, resulta na multiplicação da carga produzida por um peão, $P_p(t)$ em correspondência com uma constante m . Este princípio foi desenvolvido por Matsumoto (1978), que definiu essa constante, considerando o número de peões que entram na passagem superior por unidade de tempo, λ (peões/segundo), e o tempo necessário para o peão atravessar a ponte de comprimento L , T_0 , a uma velocidade v_s ($T_0 = L/v_s$): :

$$m = \sqrt{\lambda \cdot T_0} \quad (3.22)$$

O produto $\lambda \cdot T_0$ é o número total de peões que se movem simultaneamente sobre a obra de arte pedonal, também denominado por N . Obtida esta constante, a carga total resultante de um grupo de ou uma multidão é dada pela seguinte expressão:

$$F_p(t) = m \cdot P_p \quad (3.23)$$

Segundo (Abreu, 2008), a expressão (3.22) tem demonstrado boas aproximações em obras de arte com uma frequência natural próxima dos 2 Hz. Desta forma, numa gama de valores entre 1,8 Hz e os 2,2 Hz, a função de cargas apresentados pode ser utilizados à pontes para peões, enquanto que para os valores de frequência superiores ou até mesmo inferiores, como por exemplo 1,6 Hz e 1,8 Hz ou 2,2 Hz e 2,4 Hz o fator m é reduzido

linearmente para um valor $m_{\min}=2,0$, equivalente a duas pessoas a caminhar sincronizadamente.

2.6 Segurança em pontes pedonais

2.6.1 Critérios de segurança estrutural

Depois da revisão das diversas ações dinâmicas induzidas por peões, é bastante relevante avaliar as características dinâmicas que as pontes pedonais deverão possuir de forma a evitar possíveis fenómenos de ressonância motivadas pela passagem dos peões. Com base na seção 2.6, verifica-se que a frequência de passada correspondente ao andar, pode variar numa gama de frequências entre 1,4 Hz a 2,4 Hz. Portanto, numa primeira análise, deve-se evitar que as frequências naturais da estrutura se situem no intervalo mencionado. No entanto, existe uma possibilidade de o peão excitar outros modos de vibração da estrutura, se a frequência de alguns harmónicos da função de carga do peão for próxima ou igual à frequência fundamental de um outro modo de vibração de ordem superior (Abreu, 2008). Na prática, o limite mínimo imposto para a frequência natural das pontes pedonais é considerado aproximadamente 5 Hz (Sétra, 2006), prevenindo o fenómeno ressonância da estrutura ao nível dos primeiros modos de vibração, visto que os outros modos de vibração têm pouca influência na resposta da estrutura e são difíceis de excitar apenas com passagem de um peão (Moutinho, 1998).

Em Portugal, não existem regras regulamentares que definam as características mais adequadas que as pontes pedonais devem apresentar para prevenir eventuais fenómenos de ressonância. Por essa razão, é usual recorrer-se a normas estrangeiras que visam resguardar o bom funcionamento deste tipo de estruturas em condições de serviço.

2.6.2 Critérios de conforto humano

A definição de critérios de conforto para pontes pedonais é feita em vários regulamentos através da limitação à aceleração vertical máxima associada à passagem de um peão. Neste trabalho são definidos valores máximos admissíveis da aceleração vertical para os seguintes regulamentos e normas, tais como:

- BS5400 – British Standard (BS5400, 1978);
- Eurocódigo (Eurocode, 2002);

- Normal ONT 83 – Ontario Highway Bridge 83 (Ont83, 1983);
- ISO/DIS 10137 – Bases for Design of Structures: Serviceability of Buildings and Walkways Against Vibrations (ISO/DIS10137, 2007);
- RPM-95 - *Recomendaciones para el proyecto de puentes metálicos para carreteras* (RPM-95, 2003).

Algumas normas fazem ainda referência à frequência natural do tabuleiro f_0 . Não são, no entanto, conhecidos valores limites impostos à componente transversal de aceleração. É de salientar que grande parte dos regulamentos atribui maior relevância às acelerações verticais.

2.6.2.1 BS5400 – British Standard

A norma inglesa (BS5400, 1978) impõe que, para valores de frequências naturais da estrutura acima de 5 Hz, a verificação relativa ao estado limite de vibração em condições de serviço seja dispensada. Portanto, o valor limite da aceleração vertical, para estruturas cuja frequência seja inferior a 5Hz, é de

$$a_{max} \leq 0,5 \cdot f_o^{0,5} (m/s^2) \quad (3.24)$$

Onde f_0 é o valor da primeira frequência natural da estrutura. Por exemplo, a aceleração máxima admissível em pontes com frequência natural igual 2 Hz é de $0,707 m/s^2$, para uma frequência fundamental de 3 Hz, o valor de acordo com a expressão (3.24) passa a ser de $0,866 m/s^2$.

2.6.2.2 Eurocódigo

A EN 1990: 2002 (Eurocode, 2002) bases para o projeto de estruturas, na secção A2.4.3.2 são apresentados valores limites para acelerações Eurocódigo (2002) de acordo com os critérios de conformidade pedonal em serviços. A Tabela 2.4 apresenta os valores limites recomendados.

Tabela 2.4: Aceleração máxima (Eurocode, 2002)

	Aceleração máxima (m/s^2)
Vibração vertical	0,7
Vibração horizontal em uso normal	0,2
Vibração horizontal, condições de multidão	0,4

2.6.2.3 Normal ONT 83

A norma Canadiana ONT 83 (Ont83, 1983) apresenta a seguinte expressão para o valor máximo admissível da aceleração vertical

$$a_{max} \leq 0,25 \cdot f_o^{0,78} (m/s^2) \quad (3.25)$$

Deste modo, para a frequência na ordem dos 2 Hz, a correspondente aceleração limite é de $0,429 m/s^2$, e para frequências naturais na ordem dos 3 Hz, a aceleração máxima é de $0,588 m/s^2$.

2.6.2.4 ISO/DIS 10137

Com base na norma ISO 10137 (ISO/DIS10137, 2007), desenvolvida pela Organização Internacional de Normalização, para uma frequência fundamental de 2 Hz, a aceleração vertical máxima admissível (r.m.s) vale $0,42 m/s^2$ correspondendo-lhe a um valor máximo da aceleração de pico cerca dos $0,59 m/s^2$ (Hauksson, 2005). Para frequências naturais compreendidas entre 4 a 8Hz, é proposto um valor de pico máximo de $0,42 m/s^2$.

2.6.2.5 RPM-95

A norma Espanhola RPM-95 (RPM-95, 2003) determina a aceleração máxima para o limite de conforto através da seguinte expressão.

$$a_{max} \leq 0,5 \cdot \sqrt{f_o} (m/s^2) \quad (3.26)$$

Portanto, para uma frequência fundamental de 2 Hz, a aceleração vertical máxima admissível é de $0,707 \text{ m/s}^2$.

A Tabela 2.5 resume as expressões para obter os valores máximos admissíveis da aceleração vertical estipulados pelos regulamentos e normas aqui mencionados.

Tabela 2.5: Valores máximos admissíveis da aceleração vertical para vários regulamentos (f_0 é a frequência natural fundamental).

Regulamento	Fórmula	$f_0 = 2 \text{ Hz}$	$f_0 = 4 \text{ Hz}$
BS5400	$0,5 \cdot f_0^{0,5}$	0,707	1,00
ONT 83	$0,25 \cdot f_0^{0,78}$	0,429	0,737
(Eurocode, 2002)	0,70	0,70	0,70
ISO/DIS 10137	0,59	0,59	0,59
RPM-95	$0,5 \cdot \sqrt{f_0}$	0,707	1,00

3 Análise dinâmica à passagem de peões na PSP de Campo Grande

3.1 Considerações iniciais

O controle de vibrações nas passagens superiores tem vindo a ganhar relevância no dimensionamento deste tipo de estruturas. De facto, o constante avanço tecnológico na resistência dos materiais e métodos construtivos utilizados em estruturas tem levado a que as mesmas sejam cada vez mais esbeltas e, com isso, mais flexíveis, com grandes vãos e reduzida massa, o que as torna sensíveis às ações dinâmicas, nomeadamente às forças induzidas pelos peões enquanto caminham ou correm sobre o tabuleiro.

Essa problemática resulta em vibrações, principalmente ao nível do tabuleiro, que, dependendo das ações dos peões, podem atingir graves proporções, especificamente se a frequência de passada se aproximar das frequências naturais da passagem superior, potenciando o risco de ressonância, o que leva a que este tema tenha ganhado importância nomeadamente em termos de sua análise em relação ao Estado Limite de Serviço (ELS), nomeadamente ao conforto dos peões.

Assim, pretende-se com este capítulo apresentar as características da PSP em estudo (a sua localização, a constituição estrutural e sua funcionalidade), os materiais utilizados bem como os elementos estruturais. A composição do equipamento e esquema de medição de acelerações e os ensaios dinâmicos realizados. Ainda neste capítulo, faz-se a identificação modal experimental onde se obteve, a partir do método de peak-picking, as frequências naturais dos respetivos modos de vibração. Com ajuda das séries temporais, obtidas a partir dos ensaios ambientais, calcularam-se os coeficientes de amortecimento.

As modelações analítica e numérica foram realizadas através da formulação teórica de uma viga simplesmente apoiada e através do programa de cálculo automático Robot, respetivamente. De seguida comparam-se os resultados obtidos através da análise experimental com os resultados das modelações. Posteriormente, apresenta-se uma perspetiva sobre a verificação do conforto em projeto de modo a compreender melhor os critérios a desenvolver quando não se verifica o cumprimento da regulamentação. Por último, analisam-se os níveis de vibrações introduzidas em vários ensaios realizados na PSP e, em particular, comparam-se as acelerações introduzidas pela passagem de um peão com os limites máximos propostos por várias normas.

3.2 Descrição da estrutura

A PSP de Campo Grande esta localizada no concelho de Lisboa (Figura 3:1), é composta por uma estrutura pré-fabricada, executada no ano 2000 (S.A., 2000) com a finalidade de permitir o acesso dos habitantes que se encontram naquela região e também aos alunos da Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias para o jardim de Campo Grande, tal como se pode ver na Figura 3:2.

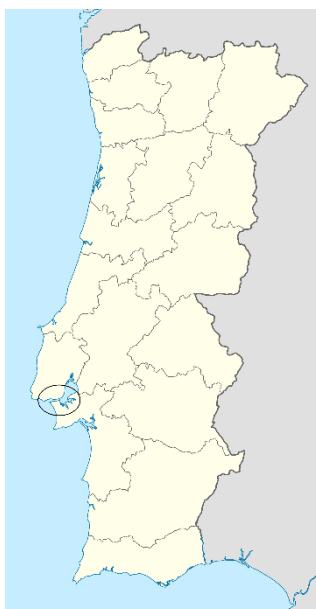


Figura 3:1: Localização da PSP em Campo Grande, Portugal (Wikipédia, 2017)



Figura 3:2: PSP de Campo Grande (dezembro, 2019).

3.2.1 Materiais

Nos elementos pré-esforçados, vigas em forma de I, foi utilizado betão de classe B45 (atual designação C40/50), aço do tipo A500NR em varão nervurado, aço do tipo A500NL em malha eletrosoldada e para aço de pré-esforço do tipo A1860/1660 com uma resistência característica à rotura de $f_{puk} = 1860 \text{ MPa}$. Nos outros elementos pré-fabricados de betão armado (lajes entre vigas, pilares, escadas e rampas) utilizou-se betão da classe B30 (atual designação C25/30), aço do tipo A500NR em varão e aço do tipo A500NL em malha eletrosoldada (S.A., 2000).

3.2.2 Vigas longitudinais

A superestrutura da PSP é constituída por duas vigas pré-fabricadas em betão armado e pré-esforçado, com secção transversal constante em I, vão livre de 24,705 m (Figura 3:3), vão teórico (distância entre apoios) de 25,15 m e 1,23 m de altura. Estes elementos são executados pelo método de pré-tensão com cabos cuja designação é de 0,5” equivalente a um diâmetro de 12,7 mm, 20 cordões no banzo inferior e 2 cordões no banzo superior, tal como mostra a Figura 3:4.

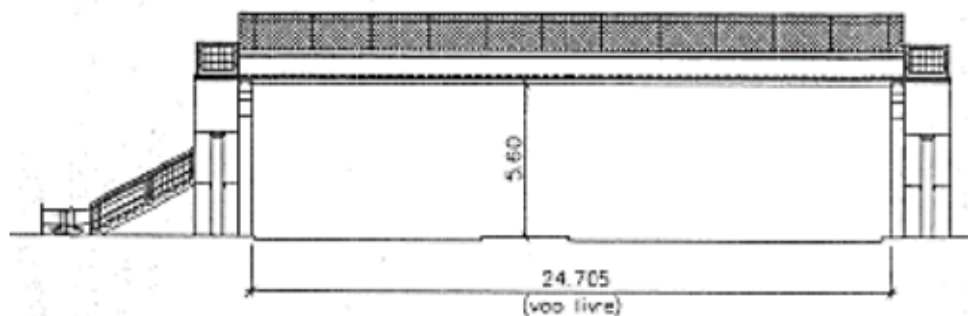


Figura 3:3: Alçado frontal da estrutura (S.A., 2000)

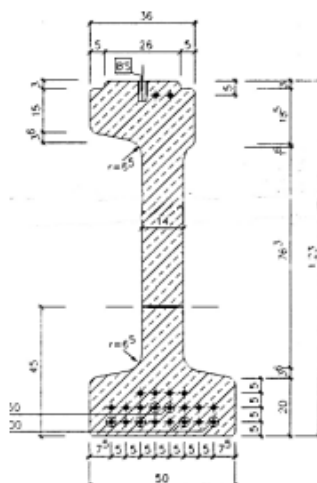


Figura 3:4: Secção transversal da viga longitudinal tipo (dimensões em cm) com representação dos cabos de pré-esforço (S.A., 2000)

3.2.3 Pilares

Os pilares são em betão armado e têm secção variável em altura de $1,40 \times 0,45 \text{ m}^2$ na base e $0,70 \times 0,45 \text{ m}^2$ junto ao cabeçote, existindo a partir daí um alargamento que forma os capitéis onde se apoiam as vigas do tabuleiro, como se pode observar Figura 3:5 e Figura 3:6. Os pilares têm uma altura total de 5,6 m (S.A., 2000).

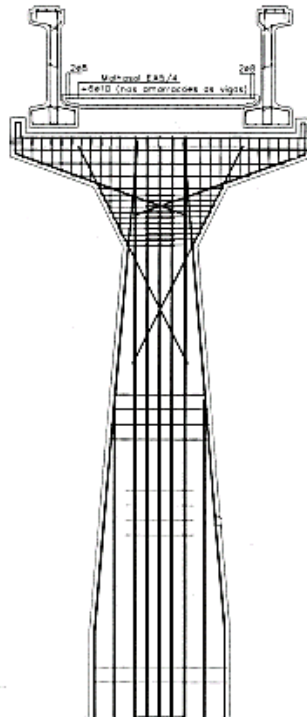


Figura 3:5: Pilar da PSP de Campo Grande (2019)



Figura 3:6: Fotografia dos pilares construídos (dezembro, 2019)

3.2.4 Lajes

De acordo com o projeto, as lajes pré-fabricadas entre as vigas são de betão armado, com vão de 2,20 m e uma espessura teórica de 0,13 m de espessura. As lajes apoiam no banzo inferior das vigas, tal como ilustrado na Figura 3:7 e são fixas através de uma tira de cortiça embebida em alcatrão, buchas metálicas e cantoneiras soldadas à armadura principal da laje espaçada de 70 cm, aproximadamente, tal como ilustrado na Figura 3:8.

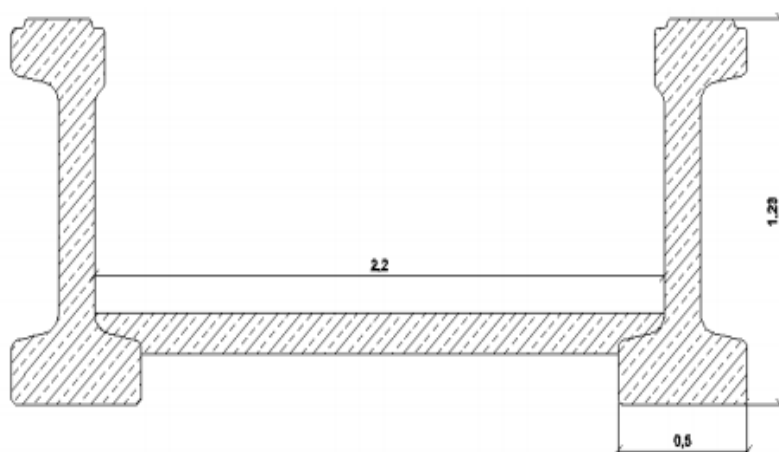


Figura 3:7: Esquema da secção transversal do tabuleiro projetada (S.A., 2000)

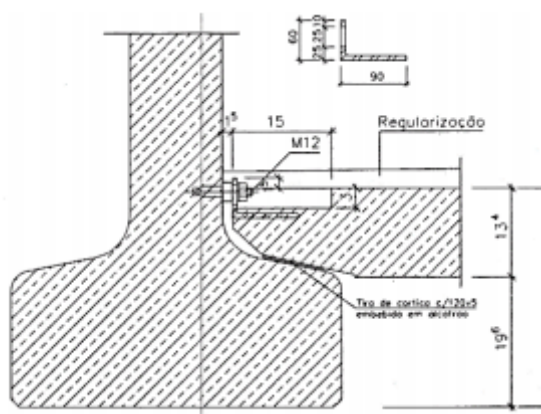


Figura 3:8: Esquema da secção transversal com pormenor das ligações laje-viga (S.A., 2000)

Contudo, verificou-se através de uma inspeção visual (Monteiro, 2018) que a laje tem uma secção de altura variável ao longo do vão da PSP. Na zona dos apoios tem 0,35 m ao longo dos primeiros 3,5 m e na zona central do tabuleiro tem uma espessura de

execução de 0,15 m. Resumidamente, na Tabela 3.1 estão identificadas as dimensões utilizadas no modelo plano elaborado no software de cálculo automático Robot (Structures, 2017).

Tabela 3.1: Resumo as dimensões reais na PSS

Elemento estrutural	Execução
Vigas	Perfil em I
Lajes	Largura de 2,00 m e espessura variável entre 0,15 m e 0,35 m
Vão teórico	25,15 m

3.3 Descrição do equipamento e esquema de medição de acelerações

Para realização dos ensaios dinâmicos foi utilizado um equipamento de medição composto por um sistema de aquisição, quatro acelerómetros e um computador portátil, nomeadamente:

- **Unidade de aquisição NI SCXI-1000DC, módulo de aquisição NI SCXI-1530 e computador portátil** - O conjunto forma o sistema de aquisição de dados, registados diretamente num computador portátil, como se pode observar na Figura 3:9. Adotou-se uma frequência de aquisição de 100 Hz para obter registos temporais com duração de aproximadamente 10 min.
- **Quatro acelerómetros uniaxiais (modelo 393B12)** - O instrumento de medição da PCB Piezotronics de elevada sensibilidade (10 V/g), da tecnologia ICP e com gama entre frequência de 0,15 a 1000 Hz, como se pode observar na Figura 3:10.

A Figura 3:11 mostra um esquema do posicionamento dos acelerómetros na viga longitudinal localizada mais a norte. Os acelerómetros foram montados no topo da viga e excêntricos ao eixo longitudinal de forma viabilizar a obtenção da frequência de torção do tabuleiro.



Figura 3:9: Sistema de aquisição utilizado na campanha experimental



Figura 3:10: Posicionamento dos acelerômetros nas vigas longitudinais e do sistema de aquisição no tabuleiro.

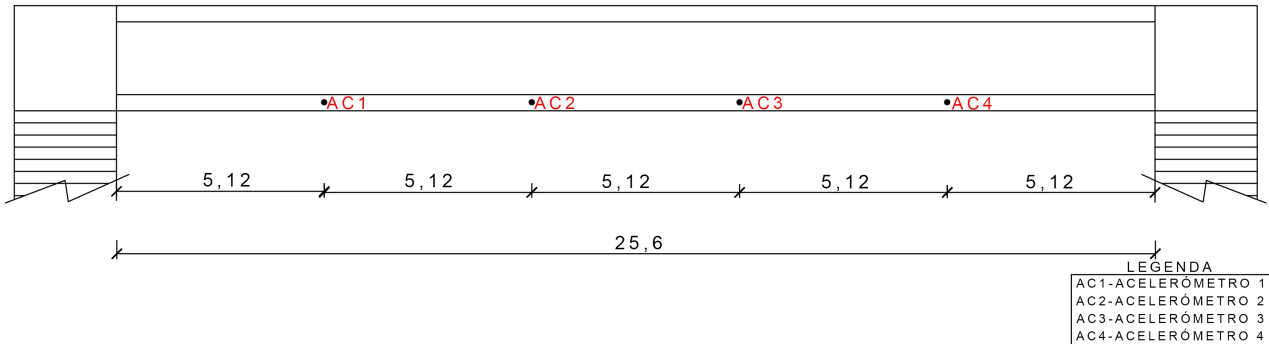


Figura 3:11: Esquema do posicionamento dos acelerômetros na viga longitudinal norte (dimensões em metros).

3.4 Descrição dos ensaios dinâmicos

As ações induzidas pelos peões ao percorrer uma passagem superior consistem em ações dinâmicas que dependem de diversos parâmetros, como por exemplo a frequência, o comprimento, ou a velocidade da passada. No entanto, o carácter dinâmico dessas ações não se deve apenas à sua variação de posição, mas também ao facto de a intensidade da força variar ao longo do contacto pé-pavimento.

Torna-se importante ter em atenção que numa análise minuciosa no tempo, o movimento de duas pessoas, mesmo que muito semelhantes, resulta em resposta estruturais distintas, quer seja pela diferença de pesos, de postura ou ritmos, o que significa que esta formulação varia de indivíduo para indivíduo. Desta forma, faz sentido fazer esta análise com valores médios que tentem refletir os comportamentos de um grupo.

Além disso, distinguem-se vários tipos de comportamentos do ser humano que podem levar a andamentos lentos ou rápidos, pelo que se podem considerar diversas possibilidades: andamento lento, andamento normal, andamento rápido, corrida lenta e corrida rápida. Isto permite abranger o máximo de situações possíveis, devido ao elevado número de variáveis que afastam um pouco a possibilidade de existir um “peão-tipo”.

Contudo, para esta dissertação foram realizados ensaios dinâmicos divididos em oito testes (1-8) na PSP de Campo Grande, tal como resumo na Tabela 3.2. A Figura 3:12 mostra um exemplo de saltos em grupo executados no Teste 8.

Tabela 3.2: Testes realizados na passagem pedonal

Teste	Descrição
1	Excitação ambiente
2	Saltos aleatórios
3	Saltos aleatórios
4	Uma pessoa a andar (massa de 80 kg)
5	Excitação ambiente
6	Sete pessoas paradas no centro (massa total de 530 kg)
7	Sete pessoas a andar aleatoriamente
8	Sete pessoas a saltar sincronizadamente



Figura 3:12: Exemplificação dos saltos em grupo (Teste 8).

Note-se que de acordo com (RFS2-CT, 2008), estudos demonstram que para vibrações verticais não é usual existir sincronização entre os peões e as oscilações. Quando um peão está sujeito a vibrações verticais, as pernas e as articulações funcionam como um amortecedor, permitindo o equilíbrio de centro de gravidade.

Da Figura 3:13 até à Figura 3:20 apresentam-se as leituras de acelerações no domínio do tempo registadas pelos quatro acelerómetros, realizadas na passagem pedonal para os Testes 1 a 8, respetivamente.

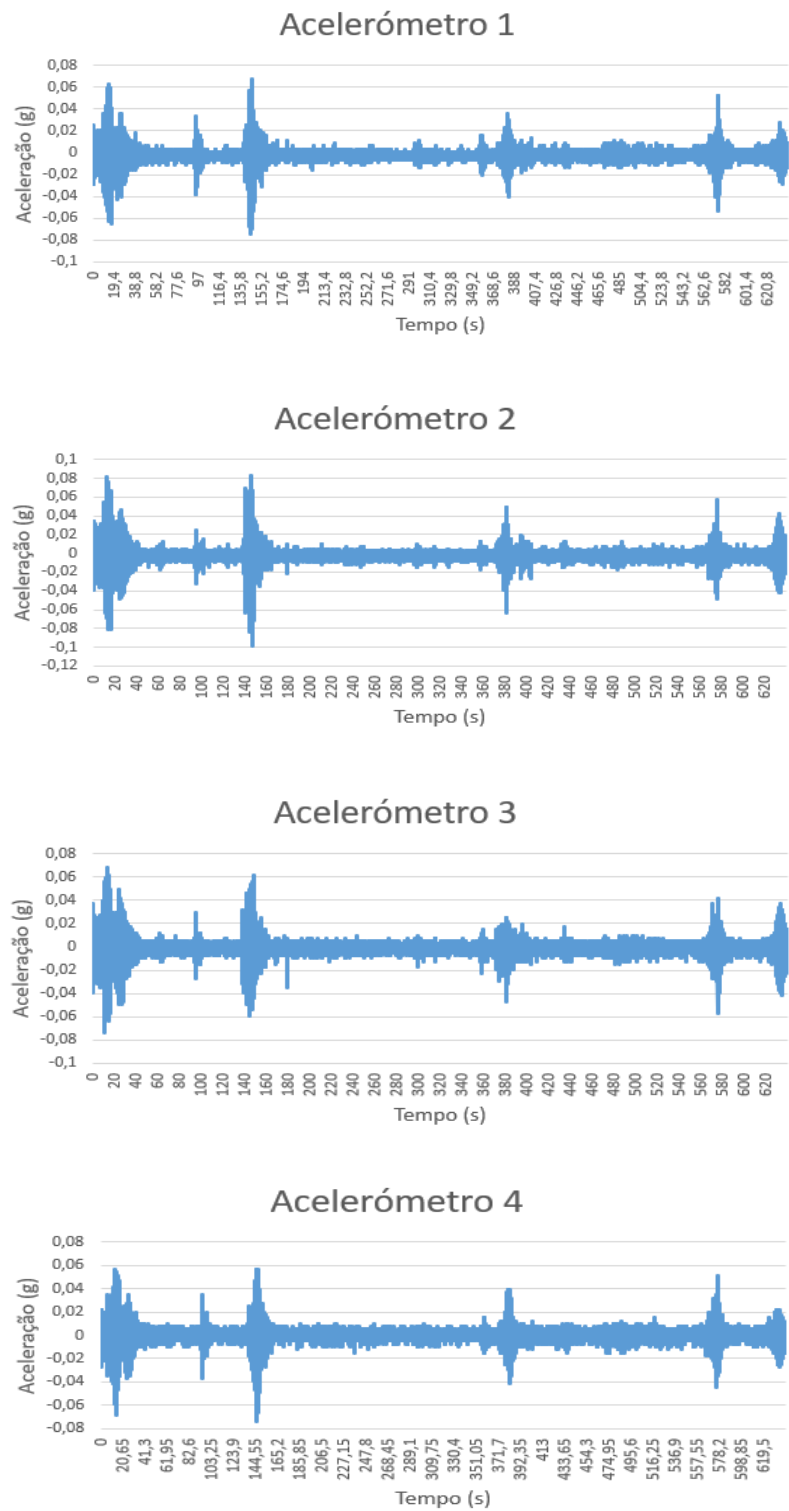


Figura 3:13: Acelerações no domínio do tempo – Teste 1

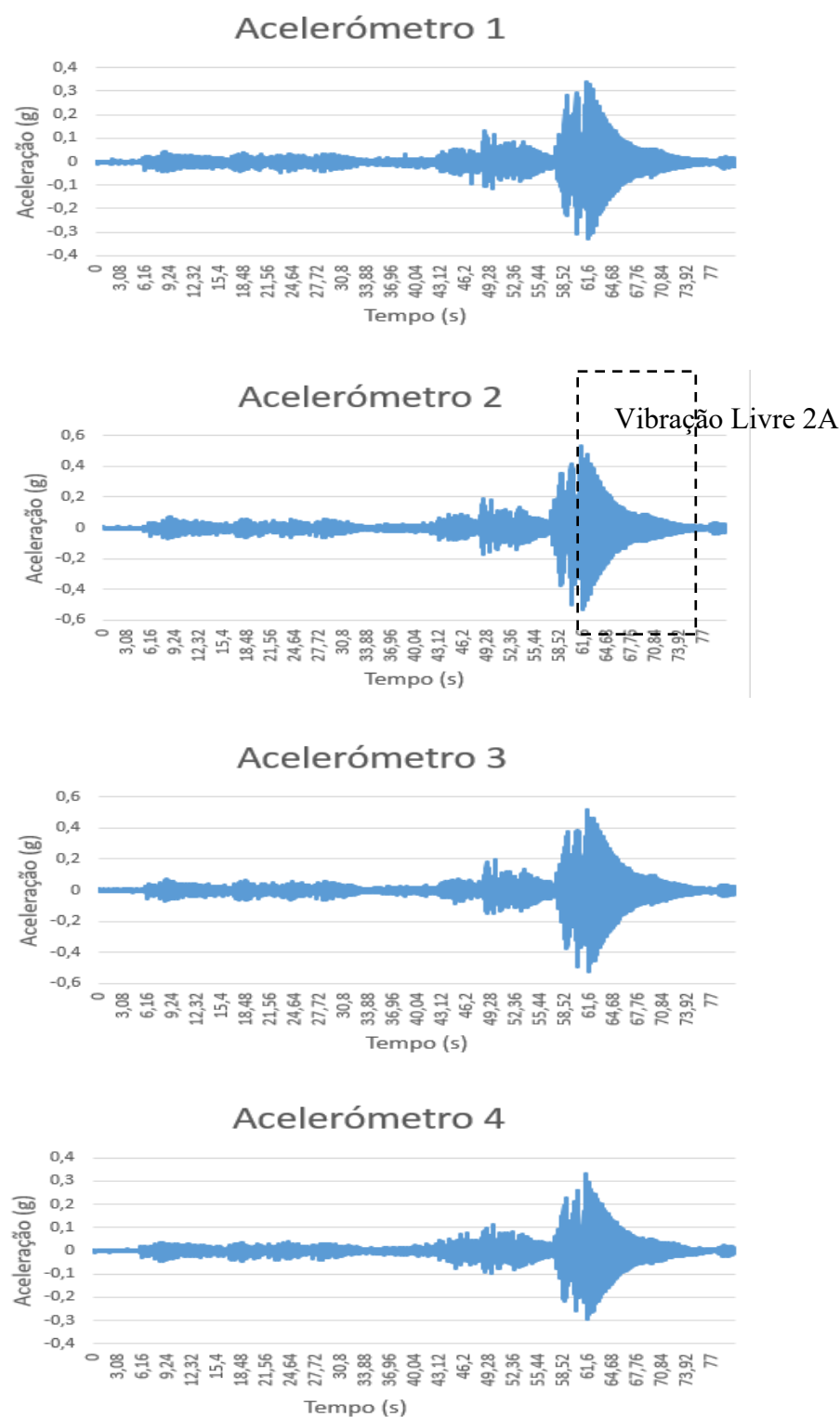


Figura 3:14: Acelerações no domínio do tempo - Teste 2

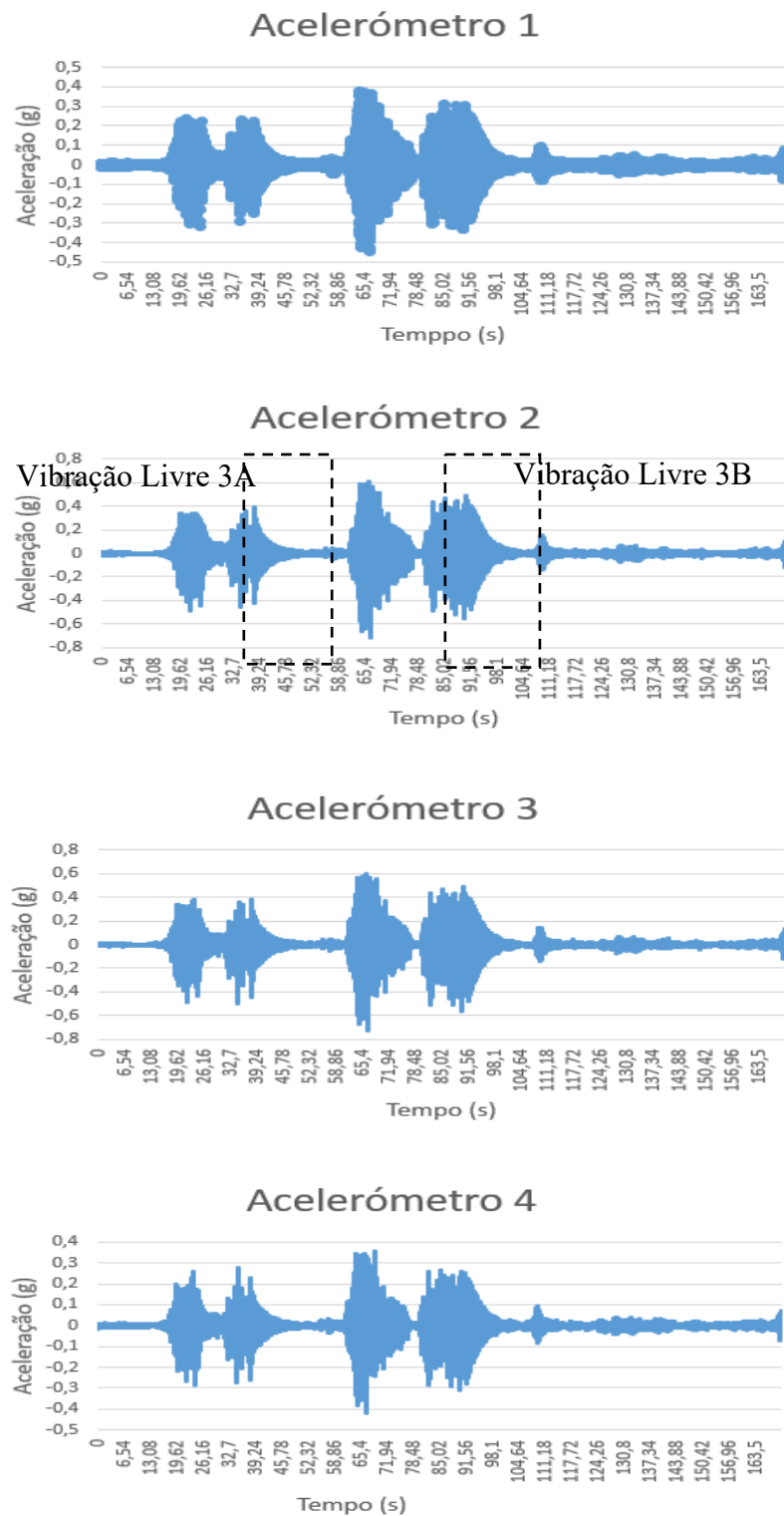


Figura 3:15: Acelerações no domínio do tempo – Teste 3

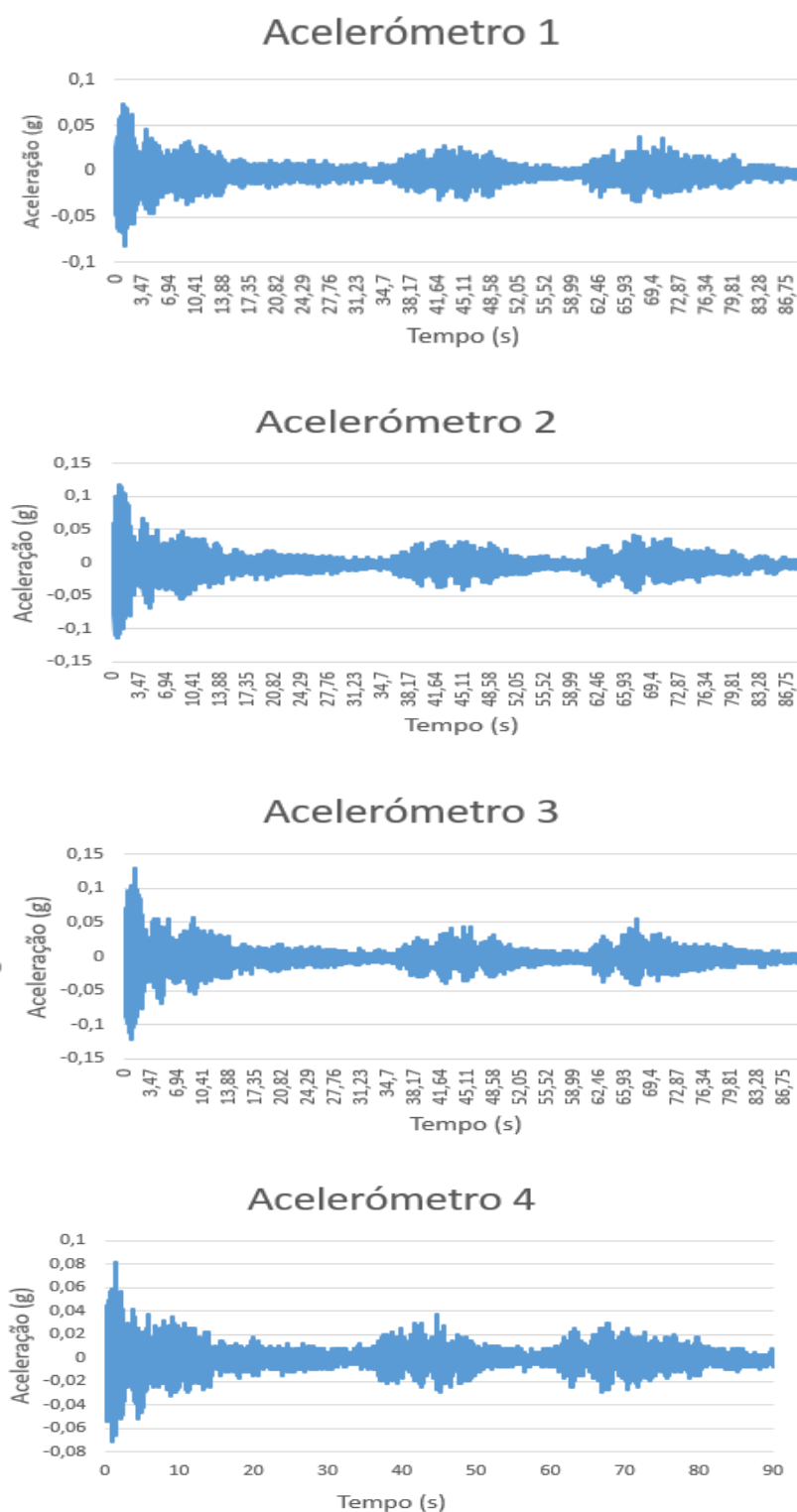


Figura 3:16: Acelerações no domínio do tempo – Teste 4

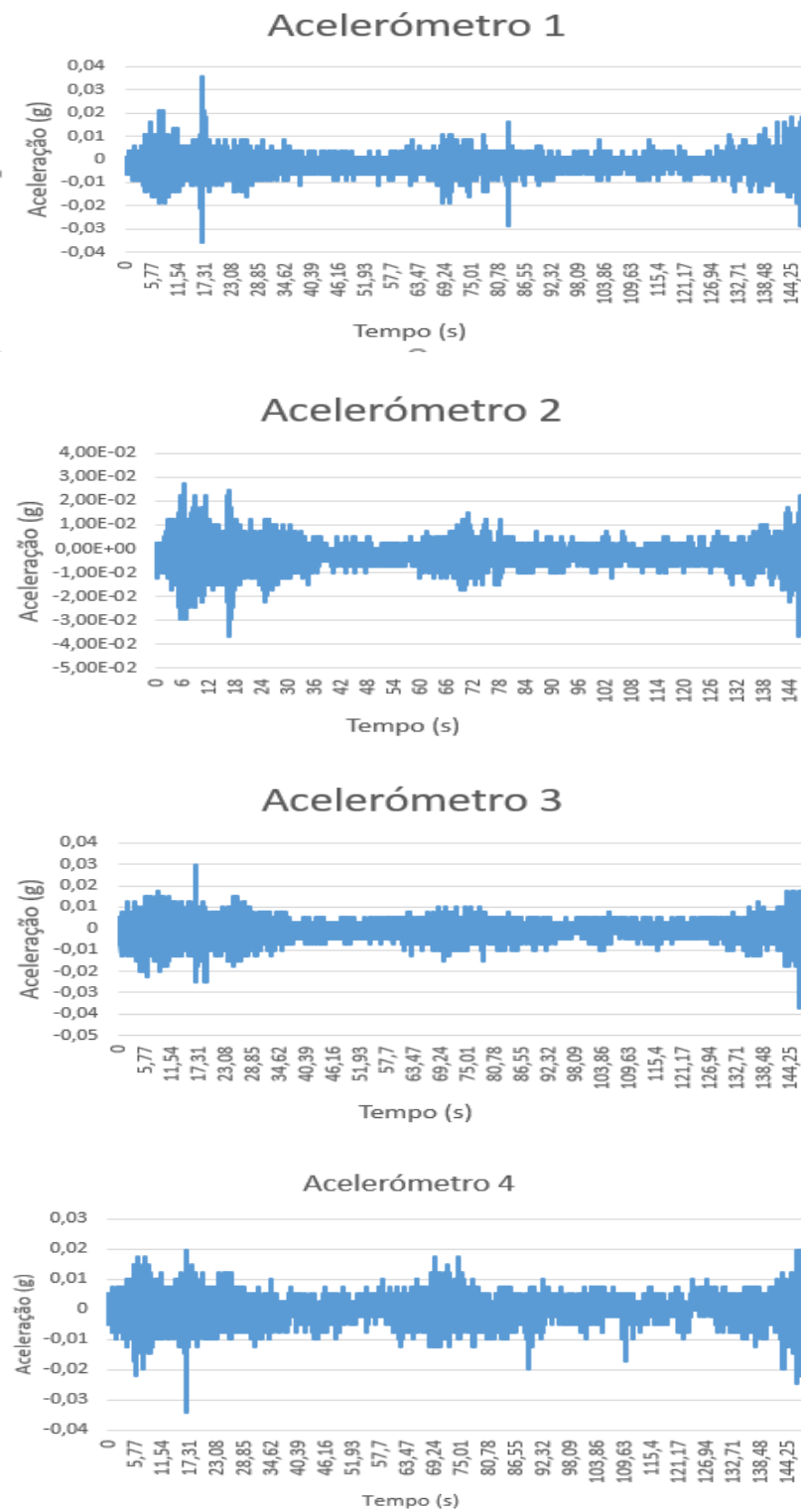


Figura 3:17: Acelerações no domínio do tempo – Teste 5

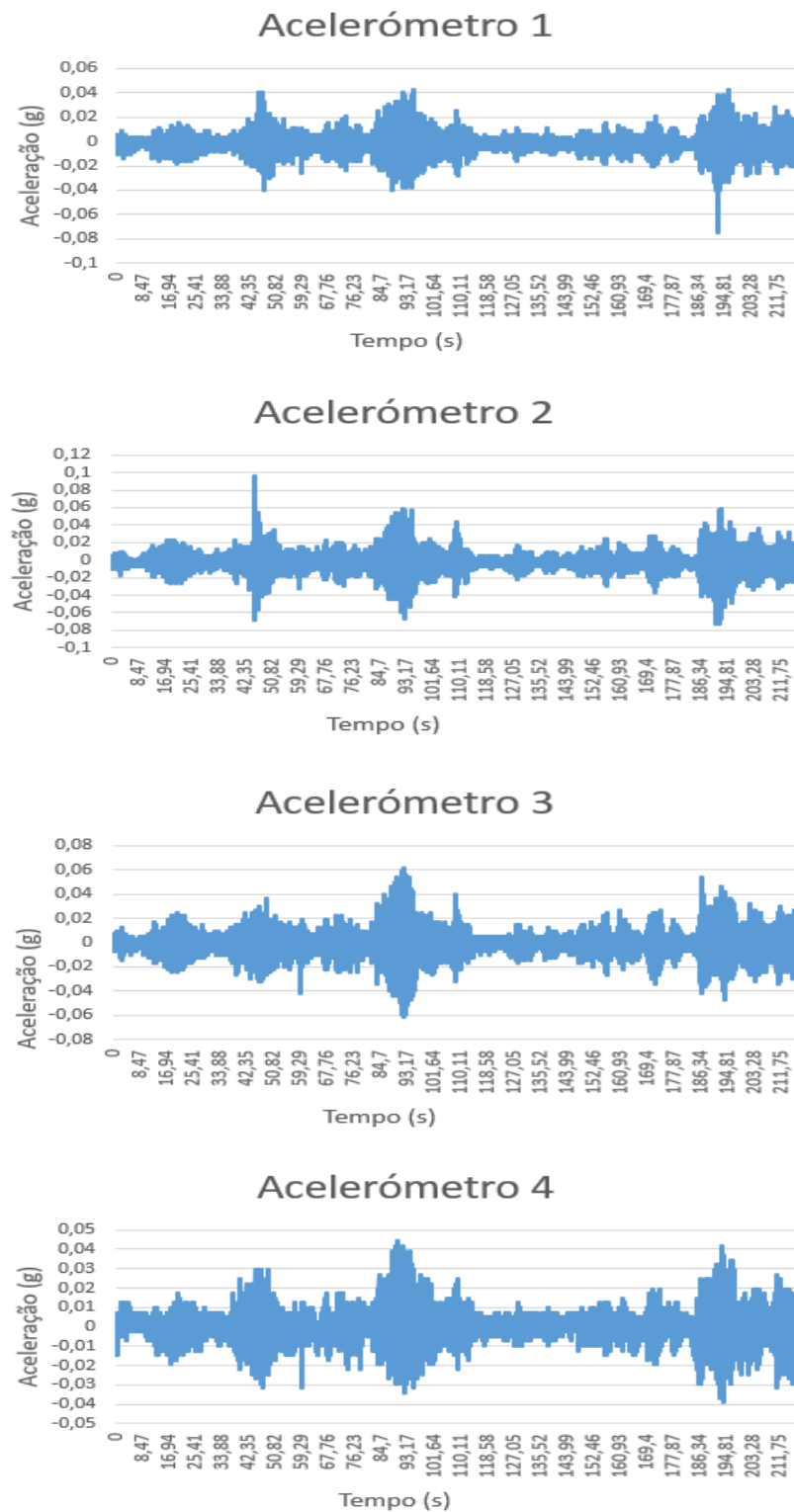


Figura 3:18: Acelerações no domínio do tempo – Teste 6

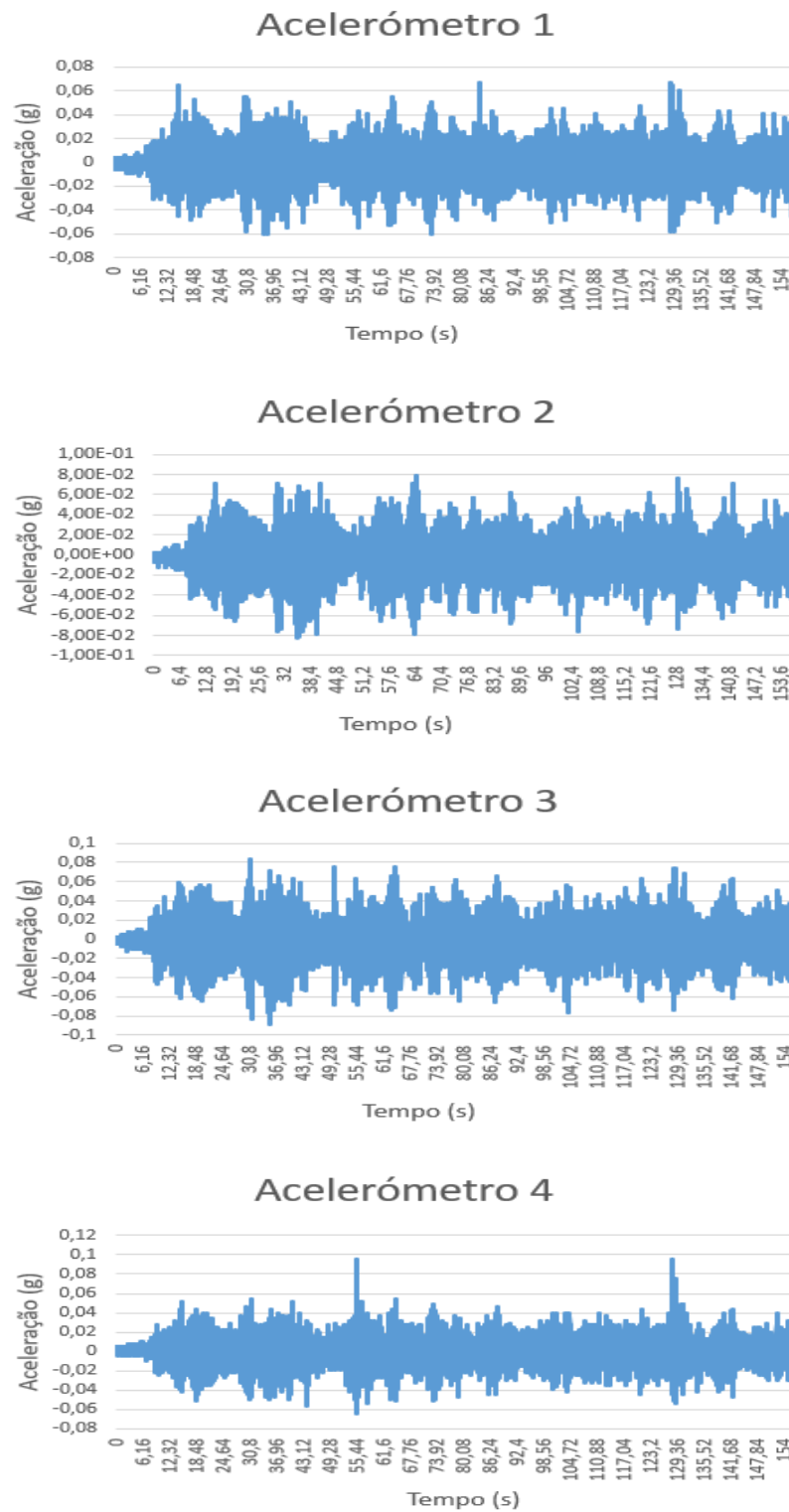


Figura 3:19: Acelerações no domínio do tempo – Teste 7

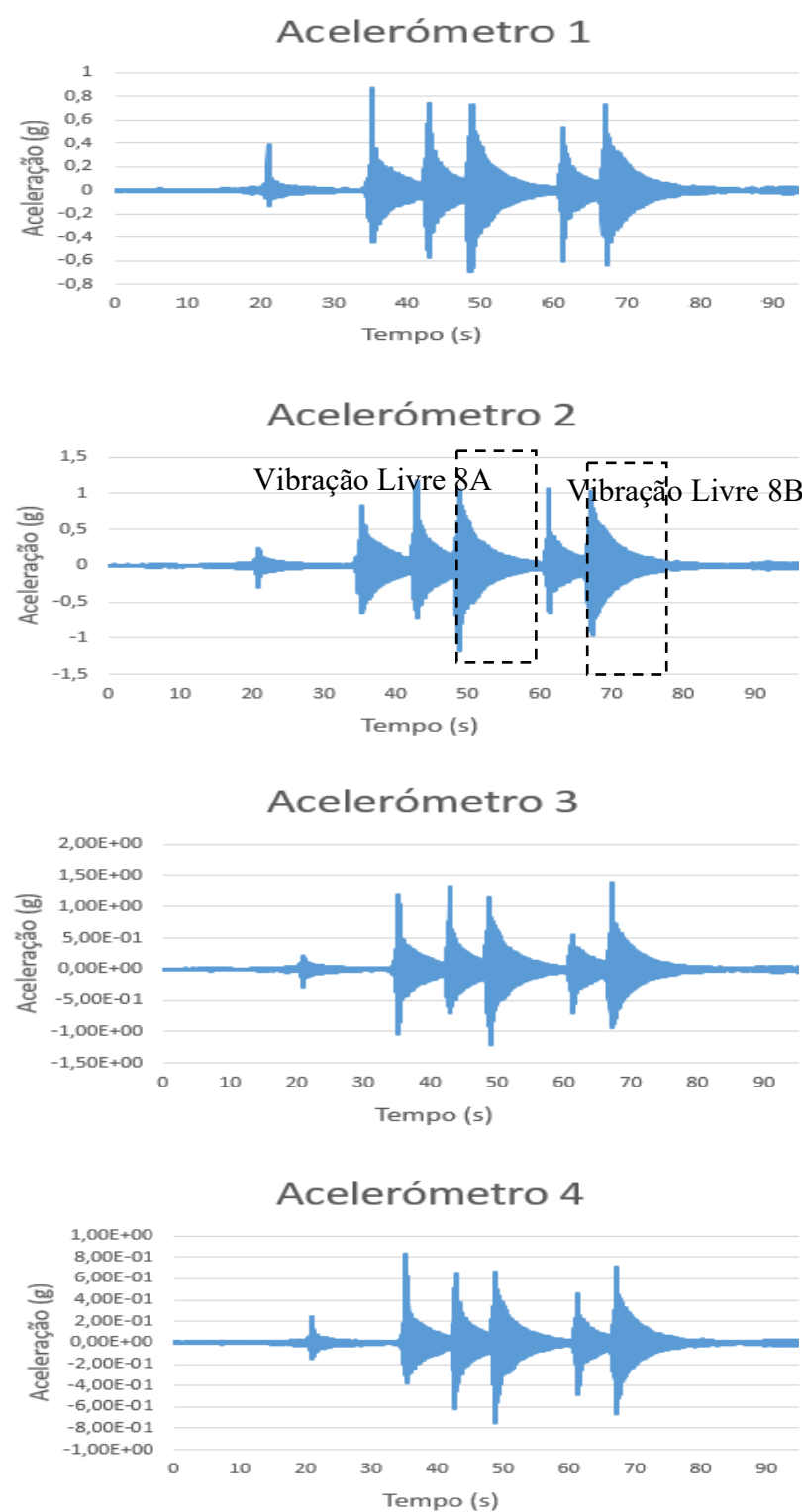


Figura 3:20: Acelerações no domínio do tempo – Teste 8

3.5 Identificação modal experimental

3.5.1 Frequências e modos de vibração naturais

Nas Figura 3:21 e Figura 3:22 apresentam-se a densidade espectral de potência obtida a partir de uma transformada rápida de Fourier aplicada às acelerações medidas do Teste 1.

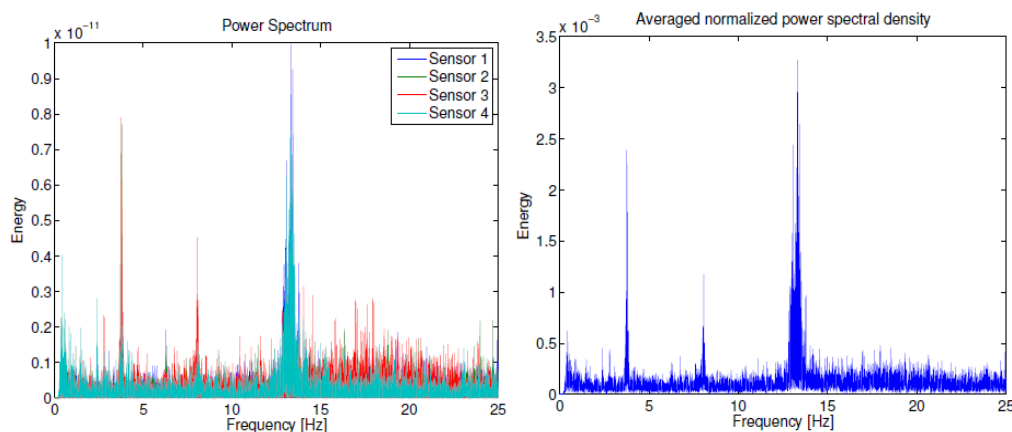


Figura 3:21: Densidade espectral de potência do Teste 1 (Santos, 2016)

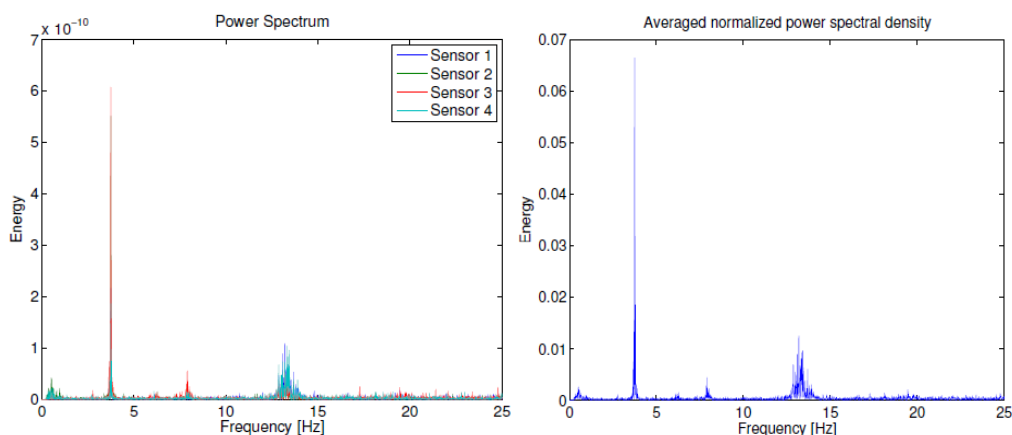


Figura 3:22: Densidade espectral de potência do Teste 2 (Santos, 2016)

O método de peak-picking é um dos métodos mais simples e tradicionais, no domínio da frequência, aplicado em estruturas de engenharia civil. Este método consiste na identificação das frequências de vibração através dos picos do espectro de potência. A consideração das frequências do sistema é baseada na construção da média normalizada da densidade espectral de potência (*Average Normalized Power Spectral Densities* –

ANPSDs), na qual se podem identificar as frequências naturais do sistema estrutural através da escolha dos picos de ressonância no ANPSDs (Araújo, 2015).

Assim, através do método de peak-picking é possível identificar a média das três frequências próprias de vibração do tabuleiro da PSP de Campo Grande, tal como resumido na Tabela 3.3. A frequência associada ao modo de torção foi definida depois de consultar o modelo numérico de elementos finitos (Monteiro, 2018). A Figura 3:23 apresenta a configuração do 1.º e 3.º modos de vibração experimentais do tabuleiro, obtidos diretamente através da magnitude das funções de resposta em frequência (FRF) em cada frequência própria de vibração. As FRF são obtidas entre um ponto de referência e os restantes pontos de medida.

Tabela 3.3: Frequências naturais de vibração experimentais do tabuleiro (Santos, 2016)

Modos de vibração	Frequência (Hz)	Configuração modal do tabuleiro
1	3,755	Flexão vertical
2	8,061	Torção
3	13,34	Flexão vertical

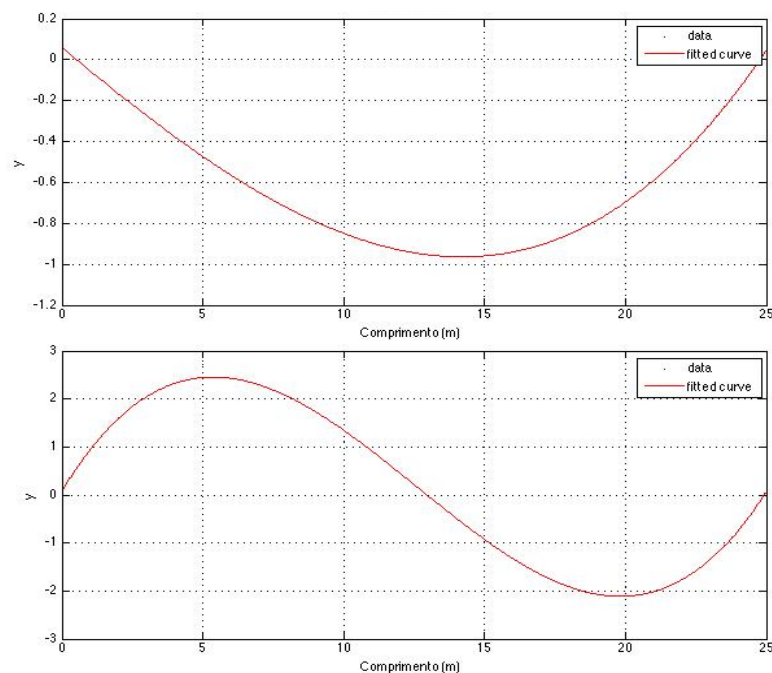


Figura 3:23: 1.º e 3.º modos de vibração experimentais do tabuleiro (Santos, 2016)

3.5.2 Coeficiente de amortecimento

O amortecimento estrutural manifesta-se através de uma diminuição da amplitude do movimento em cada ciclo devido à dissipação da energia. Este aspeto é fundamental na análise dinâmica, tornando-se particularmente relevante em estruturas suscetíveis de atingir a ressonância sob ação de serviço, como é o caso da ponte pedonal em estudo.

No âmbito deste estudo realizaram-se medições das acelerações ao longo do tabuleiro da ponte pedonal e utilizando várias fontes de excitação provocadas por uma pessoa a andar ou a saltar, grupo de pessoas a andar ou a saltar aleatoriamente e sincronizadamente. Finda a excitação, a estrutura entra em vibração livre, possibilitando assim a estimativa do coeficiente de amortecimento associado ao primeiro modo de vibração, assumindo que a resposta é controlada por este modo.

Assim, o coeficiente de amortecimento (ξ) foi obtido através da seguinte expressão:

$$\frac{1}{n} \cdot \ln \left(\frac{\ddot{u}(t_1)}{\ddot{u}(t_2)} \right) \cong 2\pi \cdot \xi$$

Onde:

n = é o número de ciclos entre as respostas consideradas

$\ddot{u}(t_1)$ = é a aceleração máxima do teste em estudo

$\ddot{u}(t_2)$ = é a aceleração correspondente a 50% da aceleração máxima

Vibração Livre 2A (Figura 3:14)

- Procedimento de cálculo do coeficiente de amortecimento da resposta da Figura 3:24.
- Aceleração máxima: $\ddot{u}(t_1) = 0,534 \text{ m/s}^2$.
- Aproximadamente, 50% da aceleração máxima: $\ddot{u}(t_2) = 0,240 \text{ m/s}^2$.
- Número de ciclos: $n = 10$.

$$\frac{1}{10} \cdot \ln \left(\frac{0,534}{0,240} \right) \cong 2\pi \cdot \xi$$

$$0,080 \cong 2\pi \cdot \xi$$

$$\xi = \frac{0,080}{2\pi}$$

$$\xi = 0,0127 = 1,27\%$$

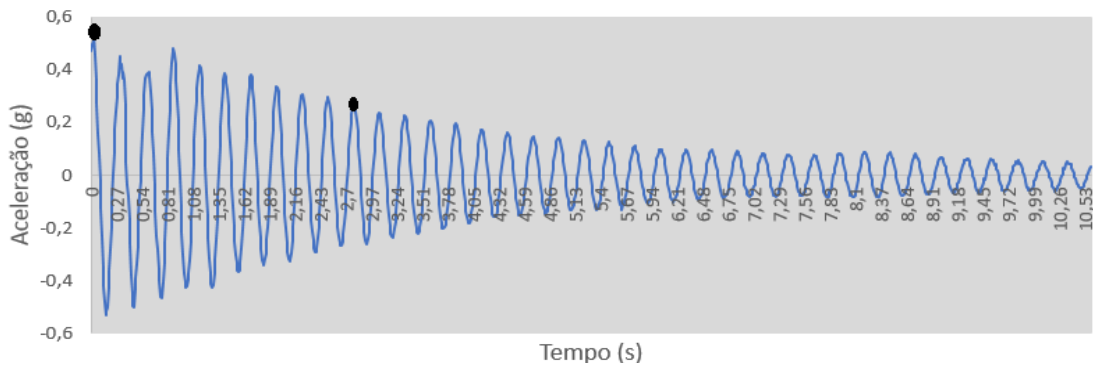


Figura 3:24: Resposta em vibração livre de um salto no Teste 2

Vibração Livre 3A (Figura 3:15)

- Procedimento de cálculo do coeficiente de amortecimento da resposta da Figura 3:25.
- Aceleração máxima: $\ddot{u}(t_1) = 0,392 \text{ m/s}^2$.
- Aproximadamente, 50% da aceleração máxima: $\ddot{u}(t_2) = 0,196 \text{ m/s}^2$.
- Número de ciclos: $n = 4$.

$$\frac{1}{4} \cdot \ln \left(\frac{0,392}{0,196} \right) \cong 2\pi \cdot \xi$$

$$0,173 \cong 2\pi \cdot \xi$$

$$\xi = \frac{0,173}{2\pi}$$

$$\xi = 0,0275 = 2,75\%$$

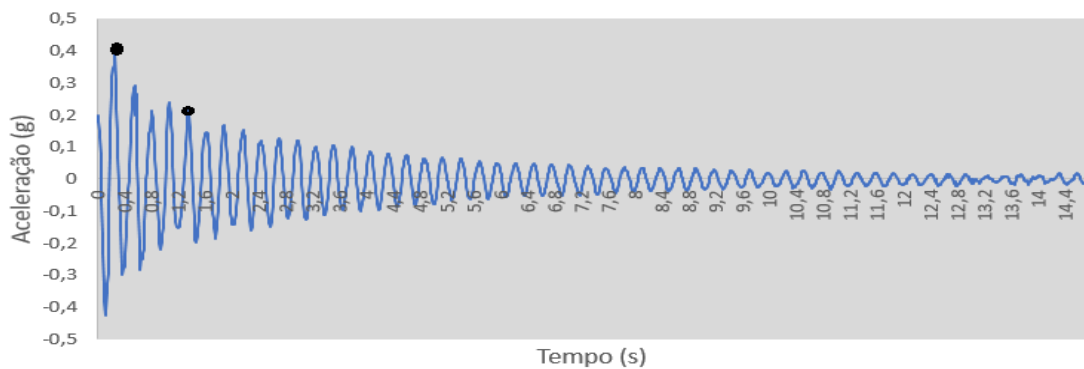


Figura 3:25: Resposta em vibração livre de um salto no Teste 3

Vibração Livre 3B (Figura 3:15)

- Procedimento de cálculo do coeficiente de amortecimento da resposta da Figura 3:26.
- Aceleração máxima: $\ddot{u}(t_1) = 0,485 \text{ m/s}^2$.
- Aproximadamente, 50% da aceleração máxima: $\ddot{u}(t_2) = 0,243 \text{ m/s}^2$.
- Número de ciclos: $n = 14$.

$$\frac{1}{14} \cdot \ln \left(\frac{0,485}{0,243} \right) \cong 2\pi \cdot \xi$$

$$0,0494 \cong 2\pi \cdot \xi$$

$$\xi = \frac{0,0494}{2\pi}$$

$$\xi = 0,00786 = 0,786\%$$

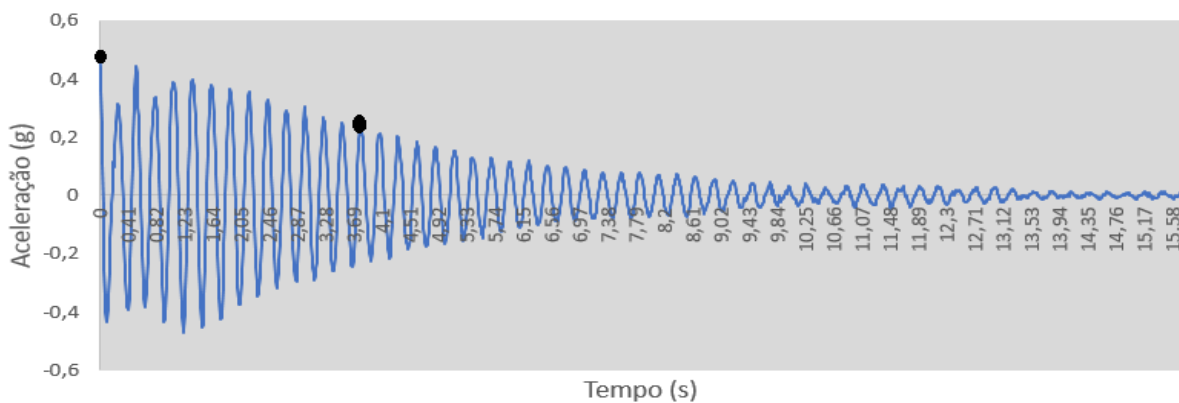


Figura 3:26: Resposta em vibração livre de um santo no Teste 3

Vibração Livre 8A (Figura 3:20)

- Procedimento de cálculo do coeficiente de amortecimento da resposta da Figura 3:27.
- Aceleração máxima: $\ddot{u}(t_1) = 1,038 \text{ m/s}^2$.
- Aproximadamente, 50% da aceleração máxima: $\ddot{u}(t_2) = 0,519 \text{ m/s}^2$.
- Número de ciclos: $n = 6$.

$$\frac{1}{6} \cdot l_n \left(\frac{1,038}{0,519} \right) \cong 2\pi \cdot \xi$$

$$0,116 \cong 2\pi \cdot \xi$$

$$\xi = \frac{0,116}{2\pi}$$

$$\xi = 0,0185 = 1,85\%$$

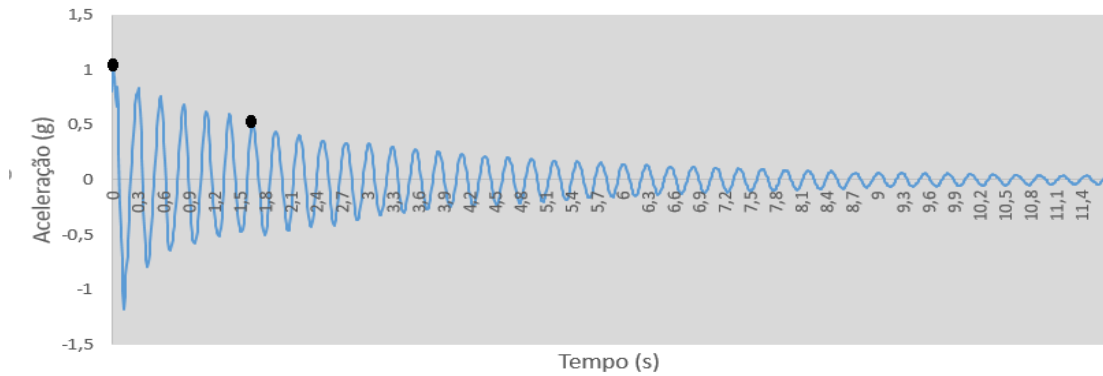


Figura 3:27: Resposta em vibração livre do Teste 8

Vibração Livre 8B (Figura 3:20)

- Procedimento de cálculo do coeficiente de amortecimento da resposta da Figura 3:28.
- Aceleração máxima: $\ddot{u}(t_1) = 1,029 \text{ m/s}^2$.
- Aproximadamente, 50% da aceleração máxima: $\ddot{u}(t_2) = 0,514 \text{ m/s}^2$.
- Número de ciclos: $n = 5$.

$$\frac{1}{5} \cdot l_n \left(\frac{1,029}{0,514} \right) \cong 2\pi \cdot \xi$$

$$0,139 \cong 2\pi \cdot \xi$$

$$\xi = \frac{0,139}{2\pi}$$

$$\xi = 0,0221 = 2,21\%$$

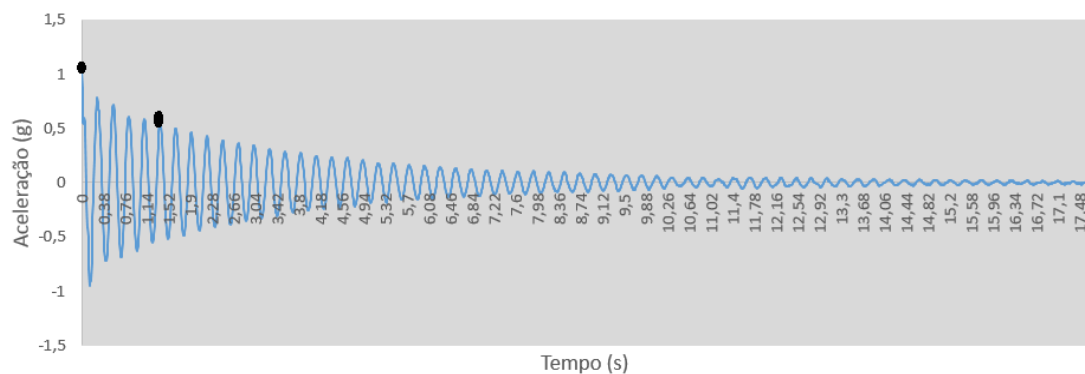


Figura 3:28: Resposta em vibração livre de um salto no Teste 8

A Tabela 3.4 resume os coeficientes de amortecimento associados ao primeiro modo de vibração e determinados para cinco saltos. Assim, conclui-se que o coeficiente de amortecimento (ξ) varia, em função da amplitude da resposta, entre 0,79% e 2,75%.

Tabela 3.4: Coeficientes de amortecimento estimados para cinco saltos

Vibração Livre	N	Aceleração (g)	Coeficiente de amortecimento (%)
2A	10	0,534	1,27
		0,240	
3A	4	0,392	2,75
		0,196	
3B	14	0,485	0,79
		0,243	
8A	6	1,028	1,85
		0,519	
8B	5	1,029	2,21
		0,514	

3.6 Modelações analítica e numérica

A estimativa das propriedades modais foi realizada através de dois modelos, nomeadamente através da formulação teórica de uma viga simplesmente apoiada (modelo analítico) e através da modelação estrutural recorrendo a um programa de cálculo automático (modelo numérico) com finalidade de simular de maneira aproximada o

comportamento do modelo físico no plano. O modelo analítico pretende apenas servir como uma referência teórica. O modelo numérico é devidamente calibrado, de forma modelar adequadamente o comportamento dinâmico estrutural.

3.6.1 Modelo analítico

A frequência angular r de um sistema contínuo numa viga simplesmente apoiada pode ser obtida através da seguinte expressão:

$$\omega_r = r^2 \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \quad (3.17)$$

Adicionalmente, o modo de vibração r do sistema contínuo pode ser obtido através da seguinte expressão:

$$\phi_r = \sin\left(\frac{r\pi x}{L}\right) \quad (3.18)$$

A configuração teórica dos três primeiros modos de vibração ($r = 1, 2$ e 3) estão representados na Figura 3:29.

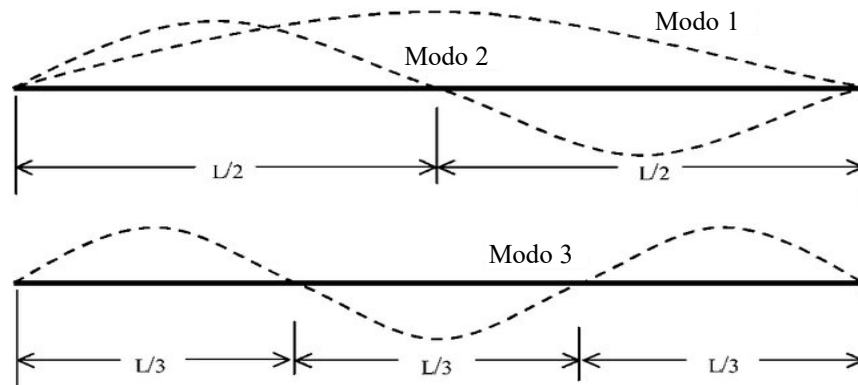


Figura 3:29: Esquema dos três primeiros modos de vibração teóricos de uma viga simplesmente apoiada.

Assim, assumindo que $E = 31 \text{ GPa}$; $I = 10345232 \times 10^{-8} \text{ m}^4$; $m = 62,74 \text{ ton}$; $L = 25 \text{ m}$, de acordo com as propriedades geométricas da secção transversal indicadas na Figura 3:30 e resumidas na Tabela 3.5, a Tabela 3.6 resume as frequências teóricas e os respetivos períodos. A Figura 3:31 ilustra os modos de vibração teóricos.

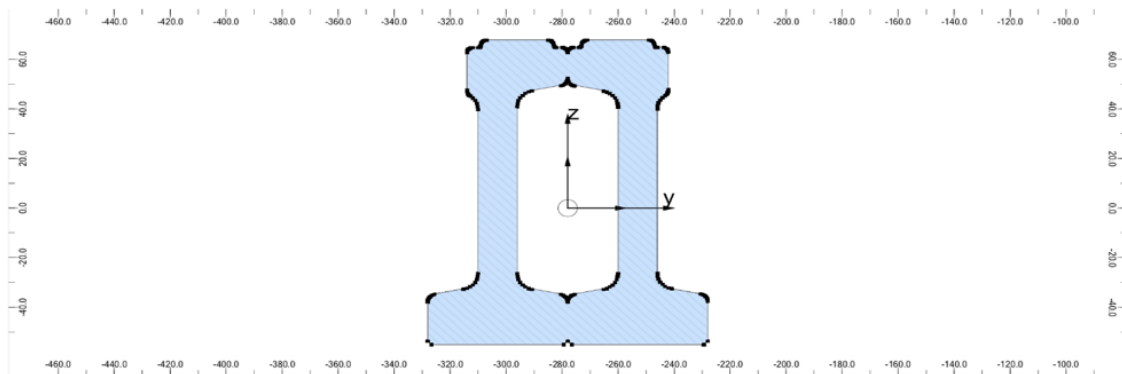


Figura 3.30: Secção transversal da viga principal

Tabela 3.5: Propriedades geométricas da secção transversal das vigas

Área	A	5866,77 cm ²
Centro de Gravidade	Yc	-278,0 cm
	Zc	-0,1 cm
Perímetro	S	446,3 cm
Base Material C25/30	E	31000,00 MPa
	Den	2501,36 kg/m ³
Momentos de Inércia	Ix	6714634,86 cm ⁴
	Iy	10345232,00 cm ⁴
	Iz	3889732,33 cm ⁴

Tabela 3.6: Resultados da frequência, frequência angular e períodos dos vários modos

Modo r	Frequência angular (rad/s)	Frequência (Hz)	Período (s)
1	18,968	3,019	0,331
2	75,872	12,075	0,083
3	170,712	27,170	0,037

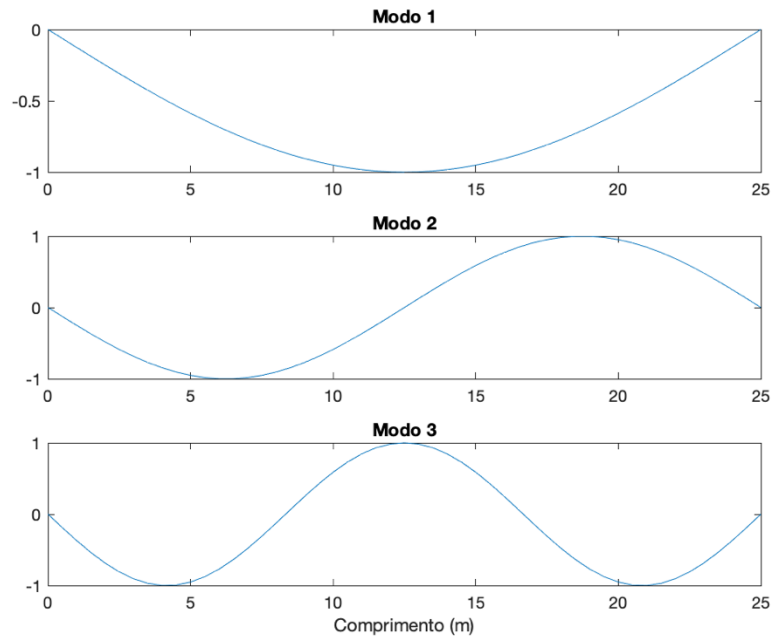


Figura 3:31: Representação dos modos de vibração teóricos

3.6.2 Modelo numérico plano de elementos finitos

Descrição do modelo

Foi desenvolvido e calibrado um modelo numérico plano de elementos finitos do tabuleiro da passagem superior, recorrendo à geometria e materiais de projeto, através de cinco elementos de barra com três graus de liberdade por nó. Na Figura 3:32 é possível verificar a modelação simplificada da geometria da PSP.

As escadas, como se pode ver na Figura 3:3, introduzem um efeito de contraventamento longitudinal no tabuleiro, uma vez que há uma ligação física parcial conferida ao nível das lajetas do mesmo. Assim, a ligação efetiva entre o tabuleiro e as escadas foi simulada através de molas elásticas de rotação no topo dos pilares.

Vigas

As vigas foram desenvolvidas com elementos de barra e com uma secção transversal com área e inércia equivalente no plano, tal como se pode verificar na **Erro! A origem da referência não foi encontrada..** As propriedades do material foram definidas de acordo com a informação da memória descritiva e justificativa (S.A., 2000).

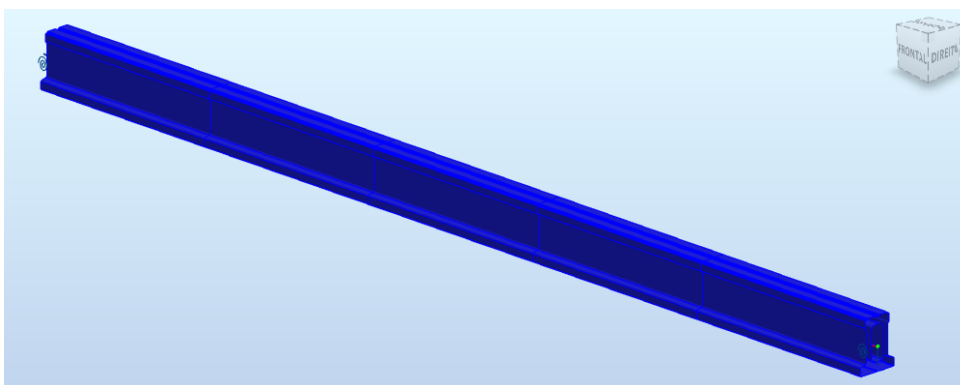


Figura 3:32: PSP Modelo numérico da PSP com a definição dos elementos finitos

Lajes

Uma vez que as lajes são elementos discretos e estruturalmente apoiadas nas vigas longitudinais, o peso próprio das mesmas foi modelado através de uma carga uniformemente distribuída, ao longo das vigas, de 3,25 kN/m.

Condições de apoio

A informação sobre o tipo de terreno e as características das fundações não estão referenciadas na memória descritiva (S.A., 2000), pelo que não foi considerada a interação solo-estrutura. Contudo, observa-se alguma continuidade estrutural na ligação do tabuleiro às escadas, junto dos pilares. Desta forma, tendo em conta o baixo nível de solicitação em serviço, foram consideradas molas de rotação, nas duas extremidades do tabuleiro, com uma rigidez de 2450.00 kN.m/grau, de forma que a frequência fundamental deste modelo se aproximasse à frequência fundamental dos dos modelos experimental e analítico, tal como mostra a Figura 3:33. Este valor foi calibrado de forma a aproximar a primeira frequência natural de vibração do modelo com a experimental.

As configurações modais correspondem ao modelo plano, de acordo com as especificações de projeto, como estão ilustrados nas Figura 3:34, Figura 3:35 e Figura 3:36. De modo a fazer uma síntese dos resultados obtidos através da modelação da estrutura em Robot, a Tabela 3.7 resume as frequências dos três primeiros modos de vibração do modelo plano.

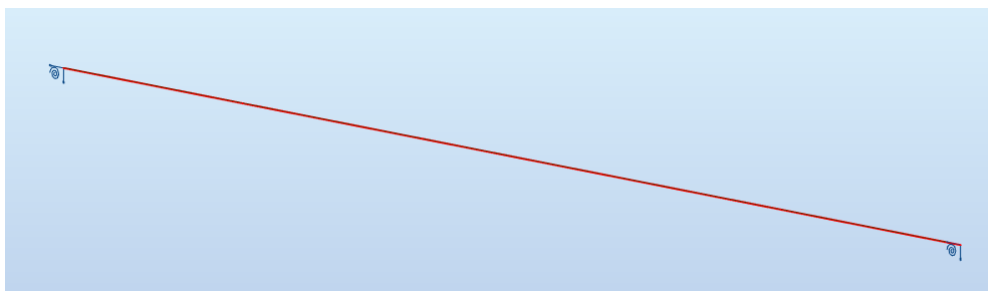


Figura 3:33: Modelo numérico do tabuleiro com elemento finitos de barra

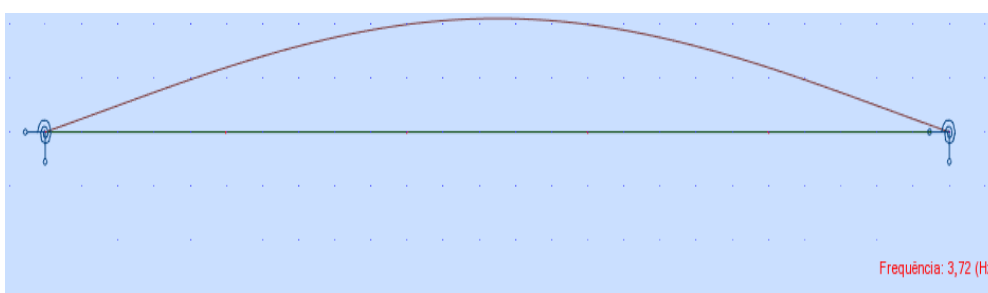


Figura 3:34: Configuração do 1.º modo de vibração através do modelo numérico plano

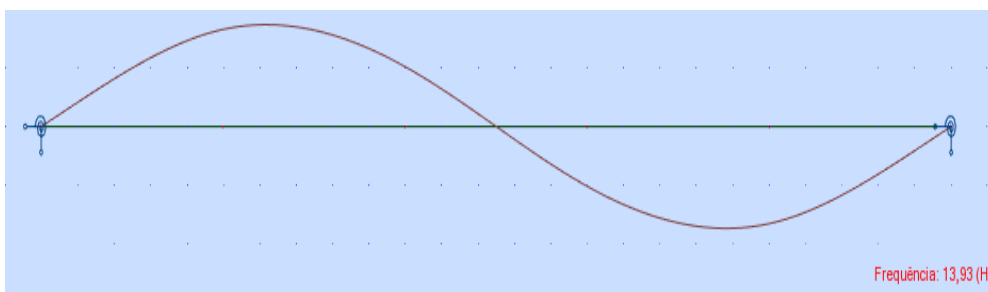


Figura 3:35: Configuração do 2.º modo de vibração através do modelo numérico plano

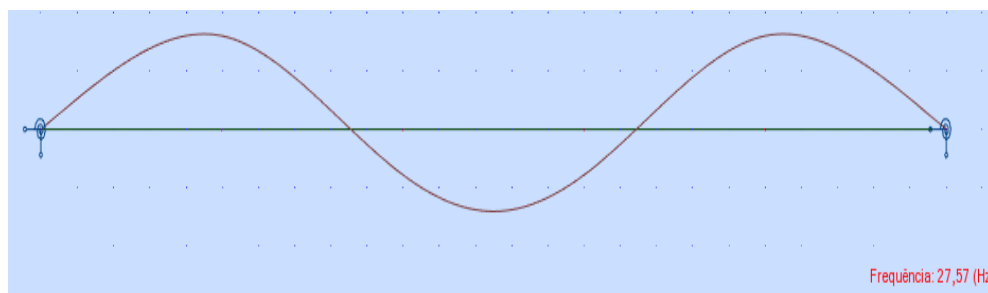


Figura 3:36: Configuração do 3.º modo de vibração através do modelo numérico plano

Tabela 3.7: Frequências naturais obtidas através do modelo numérico plano

f (Hz)	Configuração modal do tabuleiro
3,720	Flexão
13,920	Flexão
27,570	Flexão

3.6.3 Comparação de resultados

A Tabela 3.8 resume os três primeiros modos de vibração do tabuleiro com informação sobre o tipo de configuração modal e as respectivas frequências. Assim, a tabela compara as frequências experimentais com as frequências naturais obtidas através dos modelos analítico e numérico. Os modelos não têm informação sobre o modo de torção, pois os mesmos são planos.

Note-se que o modelo analítico não foi intencionalmente calibrado, de forma a servir de referência e assim constatar-se as diferenças entre um modelo teórico com propriedades de projeto e um modelo numérico ajustado. O modelo numérico plano de elementos finitos foi calibrado de forma a aproximar a primeira frequência natural numérica com a experimental.

Tabela 3.8: Comparação de resultados: experimental, modelo analítico e modelo numérico

Modo de Vibração	Tipo de Configuração Modal	Frequências (Hz)		
		Experimental	Modelo Analítico	Modelo Numérico
1	Flexão vertical	3,755	3,019 (-19,6 %)	3,720 (-0,9 %)
2	Torção	8,061	-	-
3	Flexão vertical	13,340	12,075 (-9,5 %)	13,920 (4,3%)

3.7 Verificação da gama crítica de frequência natural em projeto

De acordo com a secção 4.2 da EUR 23984 EN (Heinemeyer, 2009), a verificação do intervalo crítico de frequência natural para vibrações verticais e longitudinais está compreendida entre:

$$1,25 \text{ Hz} \leq f_1 \leq 2,3 \text{ Hz}$$

De acordo com o modelo teórica da viga (Tabela 3.8), a primeira frequência do tabuleiro é $f_1 = 3,019 \text{ Hz}$. Logo, verifica-se que a situação não é considerada crítica porque a primeira frequência não está dentro do intervalo crítico sugerido pela EUR 23984 EN.

3.8 Análise dos ensaios dinâmicos no domínio do tempo

Através da análise da amplitude das acelerações nos oito testes descritos na Tabela 3.2, é possível verificar a aceleração máxima sentida no tabuleiro. A Tabela 3.9 resume as acelerações máximas registadas no acelerómetro 2 (AC2). Note-se que os acelerómetros 2 e 3, devido à sua localização na zona central do tabuleiro, estão suscetíveis a acelerações mais elevadas.

Constata-se que a aceleração máxima (1,393 g) é registada para o Teste 8, em virtude dos saltos sincronizados em grupo. Além disso, comparando, por exemplo, as acelerações máximas provocadas por saltos das sete pessoas, sincronizados (13,665 m/s² do Teste 8) e não sincronizados (5,915 m/s² do Teste 3), os resultados da Tabela 3.10 mostram o efeito redutor das acelerações de pico provocado pela não sincronização.

3.9 Verificação dos valores limite regulamentares de aceleração induzida peão tipo

A Tabela 3.10 resume os valores máximos admissíveis da aceleração vertical estipulados pelos regulamentos identificados no subcapítulo 2.6.2. Alguns regulamentos fazem referência à frequência natural do tabuleiro f_0 , pelo que neste caso assumiu-se a primeira frequência de vibração experimental de 3,755 Hz. Não são conhecidos valores

limites impostos à componente transversal de aceleração. A Tabela 3.11 resume os valores limites para acelerações verticais e transversais estabelecidas nos diversos regulamentos. É de salientar que grande parte dos regulamentos atribui maior relevância às acelerações verticais.

Tabela 3.9: Resumo das acelerações máximas no acelerómetro AC2.

Teste	Descrição	Aceleração máxima	
		a_{max} (g)	a_{max} (m/s ²)
1	Excitação ambiente	0,083	0,814
2	Salto aleatório	0,534	5,239
3	Salto aleatório	0,603	5,915
4	Uma pessoa a andar (massa de 80 kg)	0,129	1,265
5	Excitação ambiente	0,035	0,343
6	Sete pessoas paradas no centro (massa total de 530 kg)	0,096	0,942
7	Sete pessoas a andar aleatoriamente	0,096	0,942
8	Sete pessoas a saltar sincronizadamente	1,393	13,665

Tabela 3.10: Valores máximos admissíveis da aceleração vertical para vários regulamentos, em função da primeira frequência natural do tabuleiro.

Regulamento	Fórmula	f_o (Hz)	Aceleração máxima - a_{max} (m/s ²)
BS5400	$0,5 \cdot f_o^{0,5}$	3,755	0,979
ONT 83	$0,25 \cdot f_o^{0,78}$		0,702
EC	0,70		0,700
ISO/DIS 10137	0,59		0,590
RPM-95	$0,5 \cdot \sqrt{f_o}$		0,979

Assim, tendo em consideração os resultados do Teste 4 relacionado com a caminhada de um peão, onde se registou uma aceleração máxima de 1,265 m/s², verifica-se que este valor está acima dos valores recomendados pelos regulamentos (Tabela 3.11).

Tabela 3.11: Verificação da conformidade com as normas com o Teste 4.

$a_{m\acute{a}x}$ Teste 4 (m/s ²)	$a_{m\acute{a}x}$ regulamentar (m/s ²)					Verificação
	BS5400	ONT 83	EC	ISO/DIS 10137	RPM-95	
1,265	0,979	0,702	0,700	0,590	0,979	NÃO

3.10 Considerações finais

No presente capítulo apresentou-se a obra de arte em estudo, a PSP de Campo Grande, assim como os ensaios de vibração ambiental nela conduzidos. Foi ainda apresentado o modelo de elementos finitos desenvolvido assim como discutidas as simplificações consideradas. No que se refere à análise de conforto, verificou-se que a primeira frequência de vibração natural da obra de arte em estudo se encontra fora do intervalo crítico definido por EUR 23984 EN (Heinemeyer, 2009). No entanto, verificou-se que as acelerações máximas registadas no caso de estudo aquando da passagem de um peão são superiores aos limites sugeridos por todos os regulamentos considerados. Apesar de uma campanha experimental mais exaustiva ser recomendada, os resultados obtidos levam a crer que o cumprimento das recomendações do documento EUR 23984 EN (Heinemeyer, 2009) podem não ser suficientes para garantir os limites estabelecidos pela generalidade dos regulamentos, realçando assim a importância da monitorização estrutural na avaliação e verificação de obras de arte pedonais.

4 Conclusões e desenvolvimentos futuros

4.1 Conclusões

Devido ao constante avanço tecnológico dos materiais utilizados e das ferramentas de análise estrutural assim como a conceção de soluções estruturais cada vez mais arrojadas em obras de arte pedonais, o estudo do conforto destas estruturas tem ganho maior atenção e relevância nos últimos anos. Neste contexto, a primeira fase deste trabalho mostrou a importância que os fundamentos da dinâmica de estruturas têm na caracterização e análise do comportamento dinâmico das estruturas de Engenharia Civil, nomeadamente quando se pretende estimar os parâmetros modais (frequências naturais, modos de vibração e coeficientes de amortecimento). Foram ainda descritas algumas linhas orientadoras existentes para auxiliar na fase do projeto a garantia do conforto para os utilizadores da estrutura, assim como descrita a forma como se caracteriza a ação do peão em pontes pedonais. Foi ainda apresentada uma síntese dos principais regulamentos existentes sobre a temática de segurança de pontes pedonais.

De seguida, identificaram-se experimentalmente as características modais do caso de estudo da presente dissertação, a PSP de Campo Grande, recorrendo à transformada rápida de Fourier aplicada nos dados de acelerações dos Testes 1 e 2. Através da aplicação do método de peak-picking foram identificadas três frequências naturais de vibração do tabuleiro da PSP. Os primeiros três modos de vibração apresentam frequências próprias de 3,755 Hz, 8,061 Hz e 13,34 Hz, respetivamente, na flexão vertical, torção e flexão vertical. Tendo em conta as respostas em vibração livre provocadas por saltos de peões, e assumindo

que a resposta é controlada pelo primeiro modo, conclui-se que o coeficiente de amortecimento (ξ) varia, em função da amplitude da resposta, entre 0,79% e 2,75%.

Segundo o documento EUR 23984 EN (Heinemeyer, 2009), quando a primeira frequência natural de vibração está no intervalo crítico de 1,25 a 2,3 Hz, considera-se que a passagem pedonal está comprometida em termos de vibrações. Assim, uma vez que a primeira frequência no modelo analítico é de 3,019 Hz, considera-se em fase de projeto a PSP cumpre as condições de conforto em termos de vibrações.

Uma vez conhecidas as acelerações máximas nas várias respostas no domínio do tempo, recorrendo à primeira frequência de vibração experimental, calcularam-se as acelerações críticas de acordo com os regulamentos (BS5400, 1978), (Ont83, 1983), (EC5, 2004), (ISO/DIS10137, 2007) e (RPM-95, 2003), respetivamente, $0,970 \text{ m/s}^2$, $0,702 \text{ m/s}^2$, $0,700 \text{ m/s}^2$, $0,590 \text{ m/s}^2$ e $0,979 \text{ m/s}^2$. Uma vez que a aceleração máxima induzida por um peão a caminhar foi de $1,265 \text{ m/s}^2$, conclui-se que a PSP de Campo Grande verifica níveis de vibração à passagem de um peão ligeiramente superiores aos recomendados pelas normas para cumprir os critérios de conforto. Apesar de uma campanha experimental mais exaustiva ser recomendada, os resultados obtidos levam a crer que o cumprimento das recomendações do documento EUR 23984 EN (Heinemeyer, 2009) podem não ser suficientes para garantir os limites estabelecidos pela generalidade dos regulamentos, realçando assim a importância da monitorização estrutural na avaliação e verificação do conforto de obras de arte pedonais.

A análise e confrontação do modelo analítico de uma viga simplesmente apoiada com o modelo numérico de elementos finitos devidamente calibrado para a primeira frequência, permitiu concluir de que há contribuições de rigidez ao nível das ligações do tabuleiro aos pilares.

4.2 Desenvolvimentos futuros

O trabalho apresentado pode ser completado nas seguintes áreas, assim:

- Rever os conceitos fundamentais de dinâmica estrutural na perspetiva do estudo das formulações no domínio do tempo e da frequência, analisando em primeiro lugar um sistema de um grau de liberdade servindo de base para análise posterior de um

sistema com vários graus de liberdade com auxílio de rotinas desenvolvidas em MatLab;

- Realização de uma campanha experimental mais exaustiva e completa, nomeadamente o registo de acelerações verticais e horizontais para a passagem de um peão e de um grupo de peões com diferentes passadas e velocidades.
- Desenvolvimento e implementação de metodologias do estado da arte para a identificação de frequências de vibração natural através de ensaios de vibração ambiental, como é exemplo, a metodologia no domínio do tempo SSI – Stochastic Subspace Identification.
- Realizar ensaios de vibração ambiental para caracterizar o comportamento dinâmico da ponte em estudo com Smartphones e, comparar com os resultados obtidos nesta dissertação com aparelho de aquisição de dados e, verificar a conformidade dos resultados.
- Desenvolver um modelo de elementos finitos tridimensional, de forma a identificar os primeiros modos de vibração (translação dos pilares, bem como flexão e torção do tabuleiro).

5 Bibliografia

- Santos, A. (2016). *Resultados da monitorização da passagem pedonal*. Applied Electromagnetism Laboratory, Universidade Federal do Pará.
- Araújo, I. D. (2015). *Análise modal operacional: métodos de identificação baseados em transmissibilidade*. Trabalho realizado no âmbito de Pós-graduação em Engenharia Civil na área de Estruturas. Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia, Brasil.
- Mendes, P., & Oliveira, S. (2008). *Análise dinâmica de estruturas*. LNEC.
- Heinemeyer, C. (2009). *Design of lightweight footbridges for human induced vibration*. EUROPEAN COMMISSION, EUR 23984 EN.
- Awards, F. (2011). *Engenharia Portugal*. Obtido de <https://www.engenhariaportugal.com/as-mais-belas-pontes-pedonais-mundo>
- Magalhães. (2004). *Identificação modal estocástica para validação experimental de modelos numéricos*. Tese de mestrado. Estruturas de Engenharia Civil. Faculdade de Engenharia. Universidade do Porto. 2004.
- Chopra. (2001). *Dynamics of structures:theory and Applications to Earthquake Engineering*. Fourth Edition.
- Penzien, C. (2003). *Dynamics of Structures (Third Edit)*. Berkeley, CA. Computers & Structures, Inc.
- Structures, A. R. (2017). Obtido de www.autodesk.com.
- Mendes, P. (2010). *Observação do Comportamento Dinâmico de uma Barragem de Betão*. Tese de doutoramento. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.

- Ont83. (1983). *Ontario Highway Bridge Design Code, Highway Engineering Division, Ministry of Transportation and Communications. (Highway Engineering Division, Ed.)*. Ontario, Canada: Ministry of Transportation and Communication.
- EC5. (2004). *Design of timber structure – Part 2: Bridges* . EUROPA: COMITE EUROPEEN DE NORMALISATION .
- ISO/DIS10137. (2007). *Bases for design of structures - Serviceability of buildings and walkways against vibrations*. Technical Committee ISO/TC 98.
- RPM-95. (2003). *Recomendaciones para el proyecto de puentes metálicos para carreteras*. DAECCIÜP. GENERAL DE CARRETERAS .
- RFS2-CT. (2007). *Human induced Vibrations of Steel Structures Vibrações em Pontes Pedonais Documento Base*. Luxembourg: Universidade do Ponto, Faculdade de Engenharia.
- RFS2-CT. (2008). *Human induced Vibrations of Steel Structures - vibrações em pontes pedonais: Recomendações técnicas de projeto*. Universidade do Ponto, Faculdade de Engenharia.
- Wikipédia, a. e. (2017). *Campo Grande,Lisboa)*, . Obtido de [https://pt.wikipedia.org/wiki/Campo_Grande_\(Lisboa\)](https://pt.wikipedia.org/wiki/Campo_Grande_(Lisboa)).
- S.A., G. P. (2000). *PASSAGEM SUPERIOR PARA PEÕES*. Campo Grande: S.A., GAMMAconsult PORTUGAL Consultores.
- BS5400. (1978). *Steel, concrete and composite bridges:Part 2: Specification for loads*. British Standards.
- Normas, E. (2005). *Eurocode 8 – Design of structures for earthquake resistance, EN: 1998-2, LNEC*. European Union.
- Delgado, R., & Arêde, A. (2000). *Dinâmica de Estruturas*. Portugal, Porto: FEUP – DEC - Estruturas.
- EC8. (2010). *Projecto de estruturas para a resistências aos sismos*. Lisboa: CT 115 (LNEC).
- Mucheroni, P. D. (2015). *Vibrações Mecânicas I e II*. Brasil: Escola de Engenharia de São Carlos Universidade de São Paulo, Laboratório de Dinâmica.

- Sanches, J. P. (2012). *Controlo de Vibrações em Pontes Pedonais Sujeitas a Acções de Multidões*. Lisboa: Faculdade de Ciências e Tecnologias, Universidade Nova de Lisboa.
- Wheeler, J. E. (1982). *Prediction and Control of Pedestrian-Induced Vibration in Footbridges*. Australia: Journal of the Structural Division, 1982, Vol. 108, Issue 9, Pg. 2045-2065.
- Bachmann, H., & Ammann, W. (1987). *Vibrations in structures induced by man and machine*. IABSE, AIPC, IVBH.
- Moutinho, C. M. (1998). *Controlo passivo e ativo de vibrações em pontes de peões*. Portugal: Universidade do Porto, Faculdade de engenharia.
- Blanchard. (1977). *Management of Organizational Behavior*. New Jersey.
- Bachmann. (1987). *Case Studies of Structures with Man-Induced Vibrations*. Switzerland: Journal of Structural Engineering.
- Young. (1978). *Steel, Concrete and Composite Bridges Part 2*. London: British Standards Association.
- Hauksson, F. (2005). *Dynamic Behaviour Of Footbridges Subjected To Pedestrian-Induced Vibrations*. London: Lud University.
- Matsumoto, Y. (1978). *Dynamic design of footbridges*. IABSE PROCEEDINGS, p-17/78.
- Sétra. (2006). *Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading*. França: Technical guide Footbridges.
- Eurocode. (2002). *Basis of Structural Design*. Belgium: European Committee for Standardization.
- Caetano. (1992). *Identificação Experimental de Parâmetros Dinâmicos em Sistemas Estruturais. Tese de mestrado*. . Portugal, Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Monteiro, L. C. (2018). *Caraterização e análise sísmica da passagem superior do Campo Grande*. Lisboa: Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, ULHT.

Portugal, C. (s.d.). Obtido de Find Your Center Of Portugal:
<https://www.centerofportugal.com/pt/poi/ponte-pedonal-da-carpinteira/>

Cardoso, N. (2018). *Caracterização Numérica e Experimental do Comportamento Dinâmico de um Edifício de Betão Armado*. Portugal: ISEL.

Abreu, E. M. (2008). *Dimensionamento de sistemas de controlo de vibrações para pontes pedonais*. Portugal: Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto.