Júlia Maria Marques Pires

A Importância da Matemática e da Modelação Matemática no Mestrado Integrado em Ciências Farmacêuticas

Dissertação apresentada na Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias para obtenção do grau de Mestre em Ciências Farmacêuticas, sob a orientação da Professora Carla Isabel da Silva Monteiro.

Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias

Escola de Ciências e Tecnologias da Saúde

Área de Ciências Farmacêuticas

Lisboa

2014

Agradecimentos

- À Professora Carla da Silva Monteiro, minha orientadora, que norteou um rumo e simplificou o complexo, pela sua disponibilidade, simpatia e trato fácil.

- Aos meus pais, Manuel Miguel Pires e Maria Irene Marques, pelo apoio dispensado nos bons e nos maus momentos, que sempre me acompanharam, apoiaram e porque sem eles nada disto seria possível.

- Ao meu irmão, Pedro Miguel Pires, por todo o apoio, carinho e palavras de conforto que apesar da sua tenra idade, soube indicar-me o caminho a seguir.

- Aos meus tios, Teresa e João Rodrigues, pela amizade, carinho, incentivo que sempre demonstraram, tanto ao longo da vida como durante o meu percurso académico.

- À minha tia-avó “nhênhê”, pela amizade, carinho e incentivo para estudar e aprender.

- À minha falecida avó, Maria da Piedade Mota, que desde cedo percebeu a minha vocação, que sempre me incentivou e estimulou nesta caminhada.

- Ao Filipe Tibúrcio e Fábio Rodrigues, por toda a amizade, companhia, incentivo e confiança.

- Aos colegas e amigos, Ana Patrícia Cunha, Lara, João Inácio, Joana Cabral, Cláudia Pereira por me terem disponibilizado os conteúdos programáticos das suas Universidades.

- Aos amigos, Joana Pacheco, António Pinto, António Rebelo, André Soares, João Pedro Gonçalves, Nuno Cardigos, Ana Narciso, Ana Silva, Sandra Pinto, Fábio Gaspar e João Milheiro pela companhia e contributo durante este período.

Resumo

A Matemática e as Ciências Farmacêuticas encontram-se relacionadas desde há muito, no entanto, foi a partir do séc. XVII, período de notável agitação cultural e científico que os métodos experimentais foram sustentados com cálculos matemáticos.

Esta ciência e as técnicas de modelagem matemática tornaram-se numa ferramenta amplamente utilizada, de tal modo, que nos dias de hoje são consideradas como fundamentais na generalidade das profissões e em especial nas Ciências Farmacêuticas. Contudo, para muitos ainda não é vista como fundamental e essencial para a formação de futuros farmacêuticos.

Deste modo, pretende-se demonstrar como a Matemática e as técnicas de modelagem se tornaram ao longo dos anos nesta poderosa ferramenta. Quer pelos instrumentos, quer pelas competências que nos proporcionam. Pretende-se também, com recurso aos conteúdos programáticos desta unidade curricular, avaliar se os conhecimentos, sistemas de avaliação e distribuição da carga horária são efetuados de forma homogénea pelas diferentes instituições portuguesas, públicas ou privadas que lecionam o Mestrado Integrado em Ciências Farmacêuticas.

Verificou-se que a Matemática é uma ciência plena de capacidades e recursos e que estabelece uma relação interdisciplinar com as Ciências Farmacêuticas. Quer pela componente utilitária, quer pela componente formativa que proporciona. A análise dos conteúdos programáticos demonstra que apesar de serem transversais, as Universidades que não lecionam Sistemas de Equações Lineares e Equações diferenciais deveriam faze-lo e também realizarem um melhor controlo da carga horária por temática.

Palavras-Chave: Ciências Farmacêuticas; Importância da Matemática; Modelagem Matemática; Ensino Superior.

Abstract

Mathematics and the Pharmaceutical Sciences have long been bound together, however, it was from the 17th century onwards, a period of remarkable cultural and scientific development, that the experimental methods were supported by mathematical calculations.

This science and the techniques of mathematical modelling have become such a widely used tool that nowadays they are considered essential in most professions, especially in Pharmaceutical Sciences. However, there are still many who don't regard it as fundamental in the training of future pharmacists/chemists.

Thus, it is our aim to show how Mathematics and modelling techniques have become a powerful tool. Not only because of the instruments themselves, but also because of the competences they offer. By resorting to the contents of the program of this curricular unit we also aim to evaluate if the knowledge, the evaluation systems and the distribution of the number of hours are done in a homogeneous way in all the Portuguese institutions, both public and private, where the Master's Degree in Pharmaceutical Sciences is taught.

It was concluded that Mathematics is a science full of abilities and resources that establishes an interdisciplinary relationship with the Pharmaceutical Sciences, both by the practical content and by the formative content it offers. The analysis of the curricular contents shows that, although they exist in all the different institutions, those Universities that do not teach Linear Equations and Differential Equations Systems should do it as well as keep a better control of the number of hours given in each topic.

Key words: Pharmaceutical Sciences; the importance of Mathematics; Mathematical Modelling; University Education

Abreviaturas e Símbolos

ADME- *Administração, Distribuição,* Metabolização*, Eliminação*

CF- *Ciências Farmacêuticas*

DGES- *Direção Geral do Ensino Superior*

ECTS- *European Credit Transfer and Accumulation System*

EHEA- *European Higher Education Area*

ENIAC- *Electronic Numeric Integrator and Calculator*

FCS- *Faculdade de Ciências da Saúde*

FFUC- *Faculdade de Farmácia da Universidade de Coimbra*

FFUL- *Faculdade de Farmácia da Universidade de Lisboa*

FFUP- *Faculdade de Farmácia da Universidade do Porto*

MAA- *Recommendations for the Mathematical Preparation of Teachers of Mathematics*

MICF- *Mestrado Integrado em Ciências Farmacêuticas*

$t^1/_2$- *Tempo de semi-vida*

UBI- *Universidade da Beira Interior*

UFP- *Universidade Fernando Pessoa*

ULHT- *Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias*

Vd- *Volume de distribuição*

Índice Geral

Índice de Figuras

Índice de Gráficos

Índice de Tabelas

I-Fundamentação Teórica

A. A Importância da Matemática

De acordo com a *Recommendations for the Mathematical Preparation of Teachers of Mathematics* (MAA), "o conhecimento da história da matemática é um empreendimento humano importante. A Matemática não foi criada em forma polida como a que aparece nos livros de texto, foi antes desenvolvida de forma intuitiva e experimental respondendo às necessidades de resolver problemas. A evolução dos conceitos matemáticos pode ser utilizada com sucesso na sensibilização e motivação do estudante de hoje" (KATZ, 2010).

Num mundo em mudança a Matemática tornou-se numa ferramenta fundamental e indispensável no dia-a-dia na generalidade das profissões em inúmeras áreas científicas e tecnológicas mais matematizadas (SAÚDE, 2010).

A Matemática não pode, nem deve ser trabalhada de uma forma isolada. Esta ciência constitui uma área do saber plena de potencialidades e de atividades interdisciplinares dos mais diversos tipos. Não deve ser identificada com o ensino de conteúdos matemáticos específicos, mas sim, com a promoção de uma educação que contribua de forma ativa para a formação geral do aluno (SAÚDE, 2010).

Assim, e tendo em conta, que vivemos numa sociedade cada vez mais matematizada torna-se pertinente desenvolver nos alunos competência crítica de forma a torna-los cidadãos ativos e esclarecidos e intervenientes na sociedade (SAÚDE, 2010).

B. Relação histórica entre a Matemática e as Ciências Farmacêuticas

É no continente americano, com a civilização Inca[1], que encontro o primeiro elo de ligação entre a medicina e os números. Para estes povos, a doença resultava de um castigo sobrenatural (PITA, 2000).

No caso da civilização Inca, o diagnóstico era realizado depois de administrar uma substância alucinogénica ou, então, através de rituais de sorte, como exemplo era o caso em que se retirava um conjunto de grãos de milho, se o número de grãos fosse par, era indicativo de um prognóstico favorável e caso contrário seria reservado. Para os Aztecas a

[1]A cultura Inca ocupa uma mancha significativa que corresponde parcialmente às atuais Colômbia, Chile e Perú na região dos Andes.

doença era resultado de uma falta ou pecado cometidos. Para estes, era fundamental o conhecimento dos astros, pois mostravam-se influentes sobre o corpo humano. Tal como acontecia com os Incas, também os Aztecas, no prognóstico das doenças lançavam as sortes com grãos de milho. Das medicinas pré-colombianas a Azteca é considerada a mais evoluída, tirando partido de um arsenal medicamentoso muito razoável e de uma nomenclatura botânica adequada (PITA, 2000).

Foi, todavia, na antiguidade clássica (Grécia e Roma) que surgiram os grandes avanços na história da Farmácia. Na história ocidental, foram os gregos os primeiros a alcançar uma visão racional do mundo, numa perspetiva, técnica, lógica e racional (PITA, 2000).

Diversos nomes gregos integram o painel da história da ciência e que de algum modo relacionam a história da Farmácia com a história da Matemática. Como referência, destaca-se, Tales de Mileto (fim do séc. VII- início do séc. VI a.C.) matemático e filósofo da escola Jónica, que considerava a água como o elemento fundamental para a origem de todas as coisas, uma vez que era indispensável à vida e era o eixo de muitos fenómenos da natureza (PITA, 2000).

Desta forma, é pertinente referir, que foi Tales de Mileto, o impulsionador da teoria dos quatro elementos (terra, ar, água e fogo), que norteou o pensamento científico, nomeadamente as doutrinas médicas. Ao que parece, esta conceção esteve no suporte teórico das doutrinas dos humores hipocráticos, continuadas pelas ideias médicas de Galeno, que tinha por base a existência de quatro humores no organismo (sangue, linfa, bílis amarela e bílis negra), a saúde resultava do equilíbrio entre os quatro humores e a doença do desequilíbrio. Esta conceção, proporcionou, uma base teórica para a noção galénica de medicamento e ainda os próprios graus da doença. Além do referido, salientam-se outros pensadores que ficaram na história da ciência, ao pretenderem responder a questões relacionadas com a origem do universo, serve de exemplo: Pitágoras (primeira metade do séc. VI a.C. – início do séc. V a.C.), que considerava que os números e a sua combinação eram fundamentais para a organização universal. Em Roma, a figura mais marcante da medicina foi Galeno (130 – 200 d.C.)[2]. Segundo este, todo o médico devia ser filósofo, e ter conhecimentos de lógica, de física e de ética. A lógica aristotélica foi o seu

[2]Galeno foi a fonte essencial de toda a medicina, tanto do mundo cristão como do mundo muçulmano. Filho de pai arquiteto apaixonado pela lógia, matemática e astronomia ofereceu a Galeno um ambiente estimulante.

suporte, tendo como objetivo transformar a medicina num campo do saber, cujo rigor devia ser próximo do rigor da geometria (PITA, 2000).

Galeno é um marco fundamental na história da Farmácia e das Ciências Farmacêuticas. Com frequência é apelidado de “Pai da Farmácia”, porque instituiu uma construção do medicamento até então nunca vista, organizou e classificou racionalmente os fármacos. É considerado “criador da Farmácia racional”, reuniu conhecimentos da medicina clássica, islâmica e também se baseou na teoria humoral, sob influência do aristotelismo e, também, pela inspiração hipocrática. (PITA, 2000) (DIAS).

Al-Kindi (801 – 866 d.C.), de seu nome completo Abu Yusuf ya qub ibn Ishaq Al-Sabbah, viveu em Bagdade, escreveu, além de muitas outras obras de filosofia e de ciência, várias de cunho farmacêutico. Uma dessas obras é um formulário organizado por formas farmacêuticas, na mesma altura, foi redigida também uma obra que se dedica ao estudo dos graus de intensidade das qualidades (frio, húmido, quente e seco) dos medicamentos compostos (quando possuíam mais do que uma das qualidades). Este problema já tinha sido anteriormente tratado por autores clássicos como Galeno, mas apenas para os medicamentos simples (quando possuíam apenas umas das quatro qualidades). Al-Kindi propôs resolver o problema com uma fórmula matemática através da qual a intensidade de uma qualidade seria igual ao logaritmo de base 2 da proporção entre essa qualidade a e oposta no medicamento composto (DIAS).

$$I = log_2 \frac{Q}{Q_0}$$

I= Grau de intensidade de uma qualidade

Q = Número de partes da qualidade (por exemplo: Quente)

Q_0 = Número de partes da qualidade oposta (por exemplo: Frio)

Na Idade Média, destaca-se Gerbert de Aurillac (938 – 1003 d.C.), Papa 999 a.C. a 1003 d.C., sob o nome de Silvestre II, é considerada como a máxima figura intelectual do seu tempo, dedicando-se com intensidade a estudos matemáticos e à divulgação do saber científico árabe. Com esta personalidade encerra-se este primeiro período da medicina e da ciência medieval. (PITA, 2000).

A farmácia medieval articulava-se, muito necessariamente, com a medicina do seu tempo. A classificação dos medicamentos era feita de acordo com os quatro graus da doença, ou seja, os quatro graus em que as qualidades se encontravam nos medicamentos, bem como, os quatro graus de ação terapêutica desses medicamentos. Assim, foi neste contexto que se assistiu, pela primeira vez à separação profissional e oficial entre medicina e Farmácia. (PITA, 2000).

Apesar de todas as referências anteriormente feitas à relação histórica entre a Matemática e as Ciências Farmacêuticas, é no século XVII, período de notável agitação cultural e científica, que foi introduzida uma nova dinâmica no panorama científico. O grande campo da medicina não escapou a esta nova ordem do saber científico, e assim, os métodos experimentais sustentados em cálculos matemáticos cimentavam a observação dos fenómenos naturais (PITA, 2000) (SOURNIA, 1992).

Neste período, também mencionado como racional, dá-se lugar à razão e a uma visão do mundo mais baseada no materialismo do que na criação divina; alguns homens brilhantes que participam nesta tendência, ilustram o século com as suas descobertas, destacando-se; Issac Newton que deduz a partir de Kepler as leis da gravitação e aperfeiçoou as matemáticas, e Leibniz, intitulado "pai do cálculo", que desenvolve o cálculo infinitesimal e diferencial. Outros cientistas e filósofos podem ser mencionados, como, Pascal (1623 – 1662 d.C.), filósofo, matemático, físico e escritor (PITA, 2000) (SOURNIA, 1992).

A efervescência científica do Barroco está patente na enorme série de descobertas que marcam o século XVII, como, a invenção de novos instrumentos que rapidamente se tornaram imprescindíveis nos dias de hoje como o: telescópio, microscópio, termómetro, barómetro e a calculadora (PITA, 2000) (SOURNIA, 1992).

C. A Modelagem Matemática

A utilização das técnicas de modelagem na investigação e resolução de problemas, foram primeiramente desenvolvidas e utilizadas pelos britânicos e pelos norte-americanos na Segunda Guerra Mundial. Finda esta, as técnicas foram ampliadas e utilizadas no mundo dos negócios e na indústria e mais recentemente têm vindo a ser utilizados no campo da saúde (DS, s, ND, & A, 1997).

No âmbito do MICF, a farmacocinética é a unidade curricular que usa mais modelos matemáticos para descrever e prever a quantidade de medicamento e as suas concentrações em vários fluidos do organismo ao longo do tempo. Deste modo a farmacocinética é definida como o estudo quantitativo do desenvolvimento ao longo do tempo dos processos de absorção, distribuição, metabolização e eliminação dos fármacos permitindo a obtenção de dados importantes sobre o fármaco e seus metabolitos (BARCELLOS).

i. Modelo Matemático

Um modelo matemático não é mais do que a representação de uma situação problemática real. Tem como objetivo estudar um fenómeno que tanto pode estar ligado às ciências biológicas como às ciências humanas. Na sua formulação, recorre-se a cálculos matemáticos, pelo que, estes modelos descrevem através de números as relações entre os elementos de um sistema, tornando-se numa ferramenta poderosa na tomada de decisões. No entanto, para a sua formulação, em primeiro lugar é necessário identificar as variáveis dependentes e independentes e a relação entre estas, sendo muitas vezes estabelecida através de funções. Desta forma, procuramos responder aquilo que é considerado como fundamental, ou seja, responder à hipótese inerente ao objeto em estudo (SAÚDE, 2010) (NÉRVIO, Borges, Souza, & Damião) (DS, s, ND, & A, 1997).

ii. Tipos de Modelos Matemáticos

Existem dois tipos de modelos matemáticos: os analíticos e os de simulação (DS, s, ND, & A, 1997).

Os modelos analíticos descrevem a relação entre a entrada e a saída do sistema pela utilização de equações matemáticas, como por exemplo os farmacocinéticos. Estes são mais fáceis de desenvolver, no entanto, não são os mais adequados para descrever sistemas altamente complexos (DS, s, ND, & A, 1997).

Os modelos analíticos são úteis quando a relação entre as entradas e as saídas do sistema podem ser expressos de forma relativamente simples, na forma de relação matemática. Quando as relações se tornam mais complexas e variáveis, um modelo analítico pode tornar-se muito complicado de resolver. Se, se simplificar e recorrer a pressupostos o modelo pode tornar-se inviável para representar o sistema. É nestes casos, que surge o modelo de simulação como alternativa (DS, s, ND, & A, 1997).

Os modelos de simulação são os softwares informáticos, consistem numa imitação da representação real em estudo. Neste, o sistema é considerado com diferentes fases ou comportamentos, cada fase é descrita e toda a sequência de acontecimento é resolvida em seguida pelo computador (DS, s, ND, & A, 1997).

Uma diferença importante entre a modelagem analítica e simulação, é que a de simulação, permite estudar o comportamento de um sistema ao longo do tempo, enquanto, que os modelos analíticos são principalmente destinados a descrever a situação em estado estacionário. Outra das vantagens dos modelos de simulação é tornarem mais fácil o entendimento dos modelos de análise e, desta forma, permitem uma melhor visão do problema em estudo (DS, s, ND, & A, 1997).

Os softwares têm também a vantagens de economizar tempo, por muitas das suas características já estarem programadas (DS, s, ND, & A, 1997).

iii. Desenvolvimento de um Modelo Matemático

Inicialmente na construção de um modelo temos de pensar num problema e nas partes que se relacionam. As principais características não estão matematicamente representadas, pelo que o modelo resultante tem de ser manipulado de forma a explorar as possíveis soluções para o problema (DS, s, ND, & A, 1997).

Um modelo matemático nunca é preciso quando aplicado a uma determinada situação, apenas simplifica a realidade para permitir cálculos e retirar conclusões. A figura mostra o ciclo de um modelo matemático (NÉRVIO, Borges, Souza, & Damião).

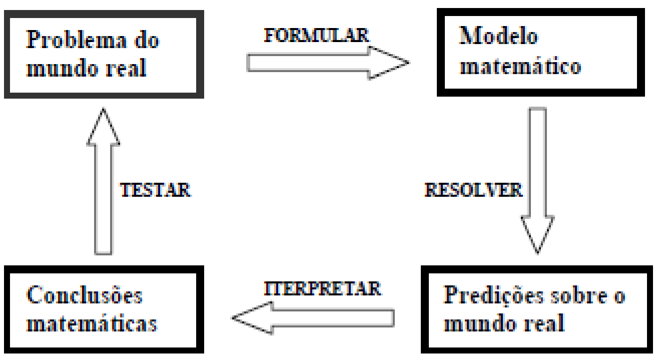


Figura I 1- Ciclo para a formulação de um modelo matemático

Por outras palavras, um estudo de modelagem assenta em: formular o problema em estudo; determinar a estrutura do modelo; colher e analisar os dados; desenvolver o modelo que parece mais adequado; validar o modelo e, experimentar e avaliar os resultados (DS, s, ND, & A, 1997).

iv. Etapas para um estudo de Modelagem Matemática

De forma mais pormenorizada, um estudo de modelagem assenta nos seguintes pontos:

1- O problema tem de ser cuidadosamente formulado, com temas e objetivos a serem abordados. Como em qualquer investigação científica, é essencial comparar as alternativas e avaliar os critérios. É imprescindível que o objetivo do modelo seja claramente indicado.

2- O tipo de modelo é escolhido e desta forma é possível determinar os dados que serão necessários.

3- Faz-se uma colheita dos dados iniciais e procede-se à sua análise. É fundamental garantir que os dados da amostra são representativos e o tamanho é o adequado.

4- Nesta etapa, desenvolve-se o modelo principal. Este só deve incluir os detalhes suficientes para retirar os aspetos importantes do sistema, de acordo com o fim ao qual se destina. No entanto, não é necessário existir uma correlação exata entre todos os dados.

5- O modelo só é válido se for uma representação aceitável da realidade. Se não for válido terá de ser modificado.

6- Se o modelo for validado, são iniciados os estudos. Habitualmente altera-se sempre uma variável para testar os efeitos e as hipóteses.

7- Assim, podem retirar-se os resultados e conclusões e utiliza-los na prática (DS, s, ND, & A, 1997).

v. Modelos Farmacocinéticos

São vários os modelos matemáticos que podem ser usados para simular a velocidade ou a taxa dos processos de administração, distribuição e eliminação, sendo denominados de modelos farmacocinéticos. A partir destes modelos é possível desenvolver equações para descrever concentrações de fármacos no organismo em função do tempo, as quais permitem caracterizar com reprodutibilidade o ambiente e o comportamento de um fármaco no sistema biológico, após a sua administração para uma determinada via de administração e forma farmacêutica. (BARCELLOS)

Um modelo farmacocinético é estimado, e a sua validade testada, uma vez validado, os parâmetros farmacocinéticos (como exemplo: Vd, $t^1/_2$ e clearance) são obtidos. (BARCELLOS)

Em geral os modelos farmacocinéticos podem ser utilizados para:

- Quantificar fármacos no plasma, tecidos e urina;
- Calcular o melhor regime terapêutico para cada doente;
- Estimar uma possível acumulação de fármaco e/ou metabolito;
- Correlacionar concentrações de fármaco com a atividade farmacológica ou tóxica;
- Avaliar diferenças na biodisponibilidade entre formulações;
- Descrever o modo como alterações fisiológicas ou patológicas afetam os processos farmacocinéticos de ADME do fármaco;
- Esclarecer interações entre fármacos. (BARCELLOS)

Como modelo matemático, os farmacocinéticos não passam de uma hipótese, a qual descreve sistemas biológicos em termos matemáticos, pelo que, é necessária alguma preocupação na aplicação destes modelos. Na prática o modelo deve ser testado experimentalmente numa variedade de condições de estudo, se o modelo não se adaptar de forma precisa às condições experimentais, e como supracitado, um novo modelo pode ser proposto e subsequentemente testado. Nas CF é este o tipo de modelos onde o cálculo integral e diferencial possui um papel importante (BARCELLOS).

D. O Cálculo Diferencial e Integral

O cálculo diferencial e integral é "a Matemática das variações", uma fonte de inspiração criativa e crítica, uma vez que, permite a compreensão de fenómenos científicos.

Constitui uma das disciplinas tradicionais das ciências exatas na Universidade e a que mais tem preservado a sua estrutura original (GUEDIN, 2004) (SOUZA, 2001).

Este, não surgiu pronto e acabado e da cabeça de um só homem. Esta poderosa ferramenta matemática, deve-se às numerosas contribuições de muitos matemáticos em diversos períodos. A sua história tem início na antiguidade e estende-se até aos tempos modernos. Cada teórico, no seu tempo, desenvolveu novas ideias e aperfeiçoou métodos para o estudo e aplicação do cálculo em diferentes áreas do conhecimento, podendo ser aplicado desde a biologia, química, Farmácia até ao estudo da eletricidade. No entanto, como já se referiu destacam-se dois nomes ao longo da história: Newton e Leibniz (GUEDIN, 2004) (SOUZA, 2001).

Desta forma, é imprescindível referir como o cálculo diferencial e integral se tornou numa ferramenta extremamente útil para a prática farmacêutica, sobretudo, na unidade curricular de farmacocinética, onde é amplamente utilizado. Como exemplo, surgem os modelos compartimentais, sendo o conceito de compartimento fundamental em farmacocinética. Estes modelos permitem compreender a distribuição dos fármacos no organismo humano pela utilização de equações diferenciais, extraídas das representações esquemáticas do modelo (BARCELLOS).

Os modelos de um compartimento permitem descrever a eliminação de um fármaco pela utilização de métodos de cálculo diferencial e integral. Assim sendo, a principal vantagem destes modelos é a possibilidade de prever, por adaptação matemática, o comportamento farmacocinético de um fármaco no homem a partir de dados obtidos em animais. (BARCELLOS)

As aplicações tornaram o cálculo uma disciplina indispensável para a formação académica e científica do homem contemporâneo. Os conhecimentos adquiridos formam-nos para a análise e resolução de problemas. Assim, a partir dos mesmos e do seu desenvolvimento participamos na sua reconstrução enquanto modelo científico e conhecemos o seu valor para a educação matemática dos nossos dias (GUEDIN, 2004) (SOUZA, 2001).

Deste modo, proponho-me a demonstrar a importância de cada personalidade histórica no desenvolvimento do estudo do cálculo até aos dias de hoje, quando o cálculo diferencial e integral se tornou numa ferramenta indispensável para o desenvolvimento das tecnologias, num mundo cada vez mais digitalizado (GUEDIN, 2004) (SOUZA, 2001).

i. A História do Cálculo Diferencial e Integral

As contribuições dos matemáticos para o nascimento do cálculo são variadas. Muitos deles, mesmo que, de forma imprecisa ou não rigorosa, já utilizavam conceitos de cálculo para resolver vários problemas, como, Cavalieri, Barrow, Fermat e Kleper. Neste tempo ainda não havia uma construção logicamente estruturada (GUEDIN, 2004).

A união das partes conhecidas e utilizadas até então, aliada ao aperfeiçoamento e desenvolvimento das técnicas, aconteceu com Newton e Leibniz, que deram origem aos fundamentos mais importantes do cálculo em duas partes; uma relacionada com as derivadas ou cálculo diferencial e outra relacionada com os integrais ou cálculo integral (GUEDIN, 2004).

O cálculo diferencial e integral é uma das grandes realizações do intelecto humano, ao qual estão subjacentes problemas astronómicos. Newton e Leibniz, desenvolveram as ideias do cálculo, há 300 anos. Deste então, no decorrer de cada século o poder do cálculo na resolução de questões matemáticas vem sempre associado a ciências como a física, biologia e ciências sociais (GUEDIN, 2004).

A derivada e o integral são duas noções básicas do cálculo diferencial e integral. Do ponto de vista geométrico, a derivada está ligada ao problema de traçar a reta tangente a uma curva, enquanto que, o integral está relacionado com o problema de determinar a área de certas figuras planas, sendo esta umas das muitas interpretações possíveis. Na realidade, a grande descoberta de Newton e Leibniz foi que a Matemática, além de lidar com grandezas, é capaz de lidar com as variações das mesmas (GUEDIN, 2004).

Foi Hipócrates de Chios (440 a.C.) que realizou as primeiras quadraturas[3] da história, ao estudar as lúnulas. Antifon, por volta de 430 a.C., procurou encontrar a quadratura do círculo através de uma sequência infinita de polígonos regulares inscritos; primeiro um quadrado, depois um octógono, em seguida um hexadecágono, e assim sucessivamente. No entanto, havia um problema, esta sequência nunca podia ser concluída. Apesar disso, esta foi uma ideia genial que deu origem ao método de exaustão (GUEDIN, 2004).

As primeiras ideias do cálculo surgiram na Grécia Antiga há 2500 anos atrás. Naquela época, os gregos já sabiam calcular a área de qualquer região poligonal, dividindo-a em triângulos e somando as áreas obtidas. Para o cálculo de regiões planas limitadas por curvas, eles usavam o chamado Método da Exaustão, atribuído a Eudoxo (406 – 355 a.C.),

[3] A palavra quadratura consiste num termo antigo, sinónimo do processo de determinar uma área.

desenvolvido e aperfeiçoado por Arquimedes (287 – 212 a.C.), grande matemático da escola de Alexandria. O Método da Exaustão consiste em “exaurir” a figura dada por meio de outras de áreas e volumes conhecidos (GUEDIN, 2004).

Arquimedes é considerado o maior dos matemáticos da antiguidade e um dos três maiores de todos os tempos, a sua contribuição para o cálculo foi muito importante ao achar a área da região limitada por uma parábola e por uma reta, através da soma de infinitos triângulos (GUEDIN, 2004).

A contribuição seguinte para o cálculo integral só apareceu no final do século XVI quando a mecânica levou vários matemáticos a examinar problemas relacionados com o centro de gravidade (GUEDIN, 2004).

O cálculo diferencial e integral foi criado por Issac Newton (1642 - 1727) e Wilhelm Leibniz (1646 - 1716). O trabalho destes cientistas foi uma sistematização de ideias e métodos que surgiram ao longo dos séculos XVI e XVII, nos primórdios da chamada era da Ciência Moderna, que teve início com a Teoria Heliocêntrica de Copérnico (1473 - 1543). O que permitiu a passagem do método de exaustão para o conceito de integral, foi a perceção de que, em certos casos, a área da região pode ser calculada sempre com o mesmo tipo de aproximação por retângulos (GUEDIN, 2004).

Em termos práticos, a descoberta fundamental foi a possibilidade de exprimir o integral de uma função em termos de uma primitiva. No entanto, a definição de integral é muito abstrata, pelo que, o cálculo dos mesmos é feito através do Teorema Fundamental do Cálculo (GUEDIN, 2004).

Este teorema permite exprimir o integral de uma função em termos de outra função conhecida como primitiva; esta notável descoberta de Newton e Leibniz no séc. XVII, forneceu ao cálculo uma ferramenta eficaz para o cálculo da maioria dos integrais. Como consequência do Teorema Fundamental do Cálculo, os integrais foram simplesmente vistos como derivadas “reversas” (GUEDIN, 2004).

A ideia ou conceito de integral foi formulada por Newton e Leibniz no século XVII, mas a primeira tentativa de um conceito preciso foi feito por volta de 1820, pelo matemático francês Augustin Louis Cauchy (GUEDIN, 2004).

Os matemáticos antigos percebiam a falta de rigor ensinado pelos gregos para poderem justificar formalmente os procedimentos e até mesmo evitar contradições e erros que cometeram, mas a humanidade teve de esperar até ao século XVIII, para que este rigor fosse finalmente encontrado por Augustin Louis Cauchy (1789 - 1857), que criou uma definição formal de limite. Os estudos de Cauchy foram incompletos mas muito importantes porque deram início à investigação sobre os fundamentos do cálculo integral, que conduziu ao desenvolvimento da Análise Matemática e da teoria das funções (GUEDIN, 2004).

Cauchy, preocupou-se com a matemática pura, destacando cada vez mais os processos do cálculo diferencial e integral nos seus trabalhos (GUEDIN, 2004).

O cálculo diferencial e integral nasceu motivado por problemas, mas a abstração e a sofisticação das ideias desenvolvidas fez com que se tornasse num assunto fundamental, com aplicações não só em Matemática, mas também em física, química, estatística, economia e muitas outras áreas do conhecimento (GUEDIN, 2004).

A razão da sua versatilidade é o facto de a derivada aplicar-se ao estudo das taxas de variação em geral e não só do movimento (GUEDIN, 2004).

O cálculo diferencial é usado na análise do conhecimento das populações, seja de seres humanos ou de bactérias e para prever o resultado de reações químicas (GUEDIN, 2004).

Assim, o cálculo integral e diferencial constituem uma ferramenta indispensável em quase todos os campos da ciência pura e aplicada (GUEDIN, 2004).

Os métodos e as aplicações do cálculo estão entre as maiores realizações intelectuais da civilização, numa conquista cultural e social, e não apenas científica (GUEDIN, 2004).

Outro conceito fundamental do cálculo é o de integral, que também encontra inúmeras aplicações nas ciências; ao biólogo permite calcular o fluxo de sangue numa artéria (GUEDIN, 2004).

A sua aplicação prática nas CF e em especial na farmacocinética permite:

- Determinar taxas de difusão de fármacos através de membranas biológicas;

- Prever as alterações nos parâmetros farmacocinéticos relevantes no doente com determinada patologia;

- Através da determinação de parâmetros farmacocinéticos é possível individualizar a terapêutica para cada indivíduo, dado que, nos dias de hoje existe a necessidade de se virar o medicamento para as características específicas de cada doente;

- Determinar as alterações nos parâmetros farmacocinéticos que resultam de doença. (ANSWERS); (MAKOID, Vuchetich, & Banakar, 1996)

A derivada e a integral, exprimem-se em certos processos de limites. A noção de limite é a ideia inicial que separa o cálculo das partes mais elementares da Matemática. Issac

Newton (1642 - 1727) e Gotfried Wilhelm Leibniz (1646 - 1716), descobriram a ligação entre derivada e integral, deste modo, são considerados os inventores do cálculo (GUEDIN, 2004).

Leibniz distinguiu-se em 1675, como “pai” do cálculo diferencial e integral[4]. Foi nesta data, que formulou o fundamento. Já em 1685 publicou “ New Method for Grea teste and Least”, o novo método para o máximo e mínimo que era uma exposição do seu cálculo integral (GUEDIN, 2004).

Ambos os conceitos de derivada e integral são definidos por processos de limites. A noção de limite é a ideia inicial que separa o cálculo, da Matemática elementar. Newton e Leibniz, descobriram independentemente a conexão entre derivadas e integrais e a invenção do cálculo é atribuída a ambos. Porém muitos outros matemáticos deram importantes contribuições ao desenvolvimento do cálculo nos últimos 300 anos (GUEDIN, 2004).

W. Karl, matemático alemão, foi um dos fundadores da Teoria das Funções de um determinado intervalo. Por sua vez, Richard Dedekind (1831 - 1916), matemático alemão, um dos fundadores da álgebra moderna, publicou estudos importantes sobre números irracionais. Estes dois matemáticos trouxeram com os seus trabalhos mais fundamentações sólidas ao cálculo diferencial e integral (GUEDIN, 2004).

Assim, Luís Roberto Dante, observa que um dos ramos da Matemática que mais auxiliou a resolução de problemas relacionados com as mais variadas ciências, como, a física, astronomia, biologia, química, entre outras, foi o cálculo diferencial e integral, que teve o contributo de matemáticos extraordinários e que se tornou numa ferramenta indispensável em praticamente todas as ciências (GUEDIN, 2004).

E. Importância da Álgebra Linear / Cálculo Matricial

A importância da álgebra linear e a pesquisa sobre o seu ensino e história, revela-se importante uma vez que, se encontra subjacente a quase todos os domínios da Matemática, sendo indispensável a todos os que pretendam trabalhar com as ciências que a utilizam, como a Farmácia (CELESTINO, 2000).

[4]Em 1666, escreveu, “ A arte da combinação” na qual ele formulou um modelo que serviu de teoria inicial para algumas invenções modernas como calculadores e computadores.

Assim, o ensino da álgebra linear foi introduzido nos diferentes cursos das ditas Ciências Exatas, como exemplo, a área farmacêutica, engenharias, química, física e biologia (CELESTINO, 2000).

O ensino da álgebra linear no Ensino Superior constitui uma parte importante no conteúdo matemático lecionado no início dos cursos superiores, sendo considerada uma disciplina fundamental e indispensável por muitos cientistas (CELESTINO, 2000).

i. História da Álgebra linear / Cálculo Matricial

O conhecimento da história da álgebra linear é fundamental para o perfeito entendimento dos seus conceitos, para o entendimento da disciplina como ideia unificadora. Talvez para outras disciplinas esse conhecimento não seja tão importante, mas para a álgebra linear é fundamental (COIMBRA, 2008).

Já nas civilizações babilónicas e egípcia, se recorria aos sistemas de equações de primeiro grau para a resolução de problemas práticos da vida quotidiana, como demonstrado no Papiro de Rhind ou de Ahmes (PINHO, 2010).

Diofante de Alexandria, foi considerado por alguns o pai da álgebra, devido ao facto de ter sido um dos primeiros matemáticos a utilizar símbolos e letras na resolução dos problemas algébricos (PINHO, 2010).

A referência mais antiga a matrizes data de aproximadamente de 2500 a.C., no livro chinês Chui-Chag Suan-Shu (*Nove capítulos sobre a arte matemática*), nesta obra as operações eram efetuadas com o auxílio de pequenos paus dispostos numa folha de papel. Através de manipulações sobre esses paus a técnica proposta era em todo semelhante ao método da decomposição de Gauss (apresentado, somente, no século XIX). Este livro apresenta problemas sobre agricultura, impostos, equações. Um destes problemas é resolvido com cálculos efetuados sobre uma tabela, como os que hoje efetuamos em matrizes (ARAÚJO) (LIMA L. G., 2011).

Durante o Renascimento ocorre a criação da álgebra simbólica que, juntamente como os sistemas de numeração hindu-arábico, facilitou os cálculos (PINHO, 2010).

No século XVII Descartes e Fermat, com a introdução dos sistemas de coordenadas, utilizaram a álgebra para resolver problemas geométricos, estabelecendo assim uma conexão entre a álgebra e a geometria (PINHO, 2010).

Arthur Cayley, matemático e astrónomo de origem inglesa[5], estudou em várias escolas, onde se diplomou, em 1842, no Trinity College, de Cambridge. Aos vinte e cinco anos já tinha escrito quinze trabalhos, o último dos quais, refere uma grande parte das ideias a que mais tarde se dedicou na sua longa trajetória matemática (LIMA L. G., 2011).

Naquela época, os matemáticos deram pouco interesse às suas publicações, apesar da sua importância no mundo científico. Sem emprego em Cambridge, Cayley decidiu estudar Direito, disciplina a que se dedicou durante catorze anos, onde conseguiu alguns lucros, o que lhe permitiu dedicar-se posteriormente, à Matemática. Assim, escreveu, durante o período em que exercia Direito, nada menos que 200 a 300 monografias, tratando de questões matemáticas. Não obstante ter sido considerado o "pai" das matrizes, são vários os matemáticos que contribuíram ativamente para o desenvolvimento desta teoria, como sejam: James Joseph Sylvester (1814 - 1897), Benjamin Pierce (1809 - 1880) e Charles S. Peirce (1839 - 1914) (LIMA L. G., 2011).

Cayley foi um dos primeiros matemáticos a estudar matrizes, definindo a ideia de se operar como na álgebra. Para Cayley, as matrizes surgiram a partir da ligação com a teoria das transformações. Introduziu as matrizes para simplificar a notação de uma transformação linear. Assim em lugar de:

$$\begin{cases} x' = ax + by \\ y' = cx + dy \end{cases} \quad \textit{escrevia} \quad (x', y') = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} (x, y)$$

A observação do efeito de duas transformações sucessivas surgiu-lhe a definição de produto de matrizes. Daí chegou a ideia de inversa de uma matriz, o que obviamente pressupõe a do elemento neutro (no caso, a matriz identidade). Num outro artigo, alguns anos depois, Cayley introduziu o conceito de adição de matrizes e o de multiplicação de matrizes por escalares, chamando a atenção para as propriedades algébricas dessas operações (LIMA L. G., 2011).

Com estas definições podemos pensar nas operações sobre matrizes como nas de álgebra, passo que foi dado por Cayley e pelos matemáticos americanos, já referidos, Benjamin Peirce (1809 - 1880) e o seu filho Charles S. Peirce (1839 - 1914) (LIMA L. G., 2011).

O estudo da álgebra de matrizes e outras álgebras não comutativas, foi um dos principais fatores no desenvolvimento de uma visão cada vez mais abstrata da álgebra,

[5]Nasceu em Richmond, Surrey, a 16 de Agosto de 1821. Filho de um comerciante inglês passou parte da sua infância na Rússia, até que a família retornou definitivamente para Inglaterra, em 1829.

especialmente no século XX. Mas, a álgebra linear continua em desenvolvimento, sendo esta aplicada a diferentes campos, impulsionados pela possibilidade de automatização dos cálculos por meio de máquinas. Entre elas destaca-se a Programação Linear, Cadeias de Markov, Modelos de Desenvolvimentos, Teoria dos Jogos, entre outros (PINHO, 2010).

F. Contribuição da Informática nas Ciências da Saúde

O computador e a sua utilização contribuiu grandemente para o progresso no campo da saúde. De tal forma, que nos dias de hoje, a maioria das técnicas de modelagem requerem o uso do computador. (LIMA J. J., 1999)

São vários os programas computacionais utilizados para estimar parâmetros farmacocinéticos a partir de modelo matemáticos complexos. A sua utilização permite o tratamento acelerado dos resultados das experiências e deste modo reduzir custos e economizar tempo. (BARCELLOS) (LIMA J. J., 1999)

Deste modo, considero necessária uma breve abordagem à história dos computadores e das máquinas e como eles revolucionaram os nossos métodos de trabalho.

Assim, foi Blaise Pascal (1623 - 1662) a célebre personalidade que ficou intitulada como o inventor da primeira calculadora, no entanto, esta máquina não foi muito bem sucedida, realizava apenas somas e subtrações, era muito cara e a sua utilização requeria muita prática (MONTEIRO, 2007).

Data de 1671, quando o filósofo alemão Gottfried Leibniz (1646 - 1716) melhorou a calculadora de Pascal, produzindo uma máquina mecânica que realizava divisões e multiplicações (MONTEIRO, 2007).

Foi em 1804, durante a revolução industrial que Joseph Jacquard (1752 – 1834) em França, inventou um tear mecânico controlado por cartões perfurados. No entanto, o avanço para o nascimento do computador vem com George Boole, que demonstrou que a lógica era um ramo da Matemática e não da filosofia (MONTEIRO, 2007).

O título de “Pai” do computador é dado ao inglês Charles Babagge (1792 – 1871), por ter projetado a primeira máquina diferencial que gerava tabelas logarítmicas, data de, 1822. Em 1833 projetou uma máquina analítica movida a vapor, que conseguia realizar qualquer operação automaticamente. Esta já se encontrava muito próxima de ideia de computador de hoje (MONTEIRO, 2007).

Z-1 foi o nome dado ao primeiro computador mecânico, construído por Konrad Zuse (1910 - 1995) em 1936 (MONTEIRO, 2007).

O grande desenvolvimento na área da informática ocorreu durante a segunda grande guerra. Assim, em 1944 foi construído o Mark I, um gigante eletromagnético com 17 metros de comprimento e 5 toneladas (MONTEIRO, 2007).

A primeira geração de computadores surge em 1946, com o ENIAC, projetado por John Mauchly (1907 - 1980) e John Eckert (1919 - 1995) e destinado a estudos militares e de balística (MONTEIRO, 2007).

O grupo Standford inventa o transístor em 1947, dando um grande passo na história da computação, estes computadores são referidos com os computadores de segunda geração. Apesar do grande avanço, estes computadores ainda eram muito grandes, sendo apenas utilizados em Universidades, grandes empresas e órgãos públicos (MONTEIRO, 2007).

Em 1954, surge o primeiro computador produzido em série, já de tamanho médio. No entanto, foi só e m 1965 que a Digital Equipment, introduziu o primeiro microcomputador comercial e com preço competitivo (MONTEIRO, 2007).

Foi no ano de 1975, que William (Bill) Gates e Paul Allen criam o primeiro software para microcomputador. Data da mesma altura a fundação da Microsoft, por estes dois estudantes, uma das mais bem sucedidas companhias de software (MONTEIRO, 2007).

Em 1977 surge a produção em série de três microcomputadores e, em 1979 é lançado o primeiro programa comercial " VisiCalc" para microcomputadores (MONTEIRO, 2007).

Na década de 80 foi criado a o "Circuito Integrado de Larga Escala de Integração", onde se desenvolveram técnicas para aumentar cada vez mais o número de componentes no mesmo circuito integrado (MONTEIRO, 2007).

Os computadores de quinta geração surgem com " Circuitos Integrados numa Escala Muito Maior de Integração" (MONTEIRO, 2007).

Atualmente, com a redução do tamanho dos "chips" tem sido possível construir computadores cada vez menores (MONTEIRO, 2007).

No presente, os computadores tornaram-se numa ferramenta indispensável para a nossa sociedade, invadindo todas as áreas. A sua história desenvolve-se diariamente a uma velocidade alucinante e em nada comparável com o seu início, onde tudo começou com a demonstração de Boole, ao comprovar que a lógica era um ramo da Matemática e não da filosofia (MONTEIRO, 2007).

G. A Matemática e a Modelação Matemática no Ensino

i. Competências das Técnicas de Modelagem no Ensino

A modelagem matemática surge com o propósito de desenvolver um ambiente de investigação na sala de aula que privilegie a construção e aplicação de conceitos, respeitando os aspetos históricos, teóricos e de relacionamento com outras ciências (COSTA, 2009).

Como método científico as técnicas de modelagem são encaradas como o meio mais adequado para promover o desenvolvimento de competências nos estudantes, uma vez que permite desenvolver nos alunos determinadas capacidades e qualidades, como, a estimulação do interesse pela descoberta, desenvolvimento da criatividade e a confiança nas suas próprias capacidades e recursos, por forma, a torna-los profissionais competentes e que lhes permitam a conclusão de um percurso académico de sucesso, como motivação, uma vez que os estudantes participam num meio de investigação matemática onde procuram, organizam e manipulam informação (é nesta perspetiva que a Matemática estabelece uma relação de dependência com as mais diversas ciências); facilitação da aprendizagem, pela troca de experiências entre alunos e professor; desenvolvimento da competência crítica e das habilidades de exploração, com o objetivo de preparar os futuros profissionais em cidadãos ativos e pró-ativos na vida e na sociedade, com capacidade de construir juízos próprios, reconhecer problemas e saber encontrar soluções através da aplicação práticas dos conceitos matemáticos lecionados (SAÚDE, 2010) (COSTA, 2009).

Deste modo, a utilização de modelos matemáticos permite adquirir e interiorizar conceitos e métodos matemáticos, dado que, a sua aplicação em situações práticas e reais é uma forma de motivação para o estudo da Matemática (SAÚDE, 2010).

Assim a modelagem ocupa um lugar na política de educação científica, que visa a promoção e inclusão social na melhoria da qualidade da educação. Contribuindo para que os jovens desenvolvam competências, habilidades, atitudes e valores que lhes permitam aprender e continuar a aprender, compreender, questionar, interagir, tomar decisões e promover valores sociais e culturais na sociedade (COSTA, 2009).

O uso da modelagem no ensino das ciências permite despertar a reflexão e o espírito crítico tão necessário para a educação científica. Na perspetiva da interdisciplinaridade permite:

- Interpretar e relacionar dados;

- Situar o objeto de estudo nos diferentes campos da Matemática;

- Utilizar, elaborar e interpretar modelos e representações matemáticas na análise da situação problema;

- Analisar estudos relativos à ciência e tecnologias identificando o tema e interpretando com objetividade o seu significado;

- Expressar com clareza as ideias recorrendo á linguagem matemática;

- Reconhecer a contribuição do conhecimento matemático, físico, químico e biológico no desenvolvimento da tecnologia;

- Compreender a responsabilidade social associada à aquisição e uso do conhecimento matemático (COSTA, 2009).

ii. Importância das Técnicas de Modelagem na Investigação Científica

Regra geral, os biocientistas não estão preparados para a formulação de modelos matemáticos, pelo que, encontram dificuldades em formular um enunciado matemático adequado para aplicar ao seu estudo. No entanto, devem reunir um conhecimento amplo, mas não profundo, de Matemática (NÉRVIO, Borges, Souza, & Damião)

A sua utilização em ciências biológicas e farmacológicas permite uma melhor qualificação das amostras e dos dados observados em laboratório, uma vez que, permite realizar uma adequada representação do desenvolvimento de uma determinada patologia, retirar conclusões precisas do estudo e representar graficamente de forma clara e objetiva os resultados obtidos. Tendo em conta a sua importância, a modelagem matemática, tornou-se num objeto de estudo por parte dos biocientistas que a introduzem nos seus trabalhos de pesquisa em cooperação com físicos, químicos e engenheiros (NÉRVIO, Borges, Souza, & Damião).

Assim, a modelagem matemática é fundamental e desempenha um papel de grande importância nas ciências biológicas e na farmacologia, para a quantificação, observação e predição de fenómenos, como, doenças e comportamentos. Torna-se necessário e indispensável a modelagem matemática nas escolas de ciências da saúde, com o objetivo de preparar os futuros investigadores e cientistas aos preceitos e procedimentos matemáticos adequados. Por outro lado, não há necessidade de que estes profissionais de saúde aprofundem o estudo de Matemática, pois o objetivo não é desviar o estudante das disciplinas que compõem a sua atividade principal, e treina-los como matemáticos competentes. O importante, é prepara-los para poderem comunicar com sucesso com os matemático para a eventual necessidade dos seus conhecimentos (NÉRVIO, Borges, Souza, & Damião).

A prática das Ciências Exatas, aplicada aos estudos de ciências biológicas, tem crescido de uma forma progressiva tendo-se tornado numa ferramenta importante para estudos empíricos (NÉRVIO, Borges, Souza, & Damião).

iii. O Cálculo no ensino das Ciências

No desenvolvimento da ciência a criação do cálculo integral e diferencial foi uma das criações mais importantes. São aplicados nas mais diversas áreas, desta a física, química, biologia, economia às ciências da saúde. Assim, assume um papel de destaque na formação de muitos profissionais (ROCHA, 2010).

"O cálculo diferencial e integral, um ramo da Matemática, tem como principal objetivo o estudo do movimento e da variação. Considerado como a linguagem por excelência do paradigma científico e como instrumento indispensável do pensamento para quase todas as áreas do conhecimento, desde a sua consolidação no final do século XVII com Newton e Leibniz, é colocado como disciplina básica e obrigatória em diversos cursos de graduação na área das Ciências Exatas. Dentro destes cursos, o ensino e aprendizagem do cálculo pretende cumprir dois objetivos principais: um deles é habituar o estudante a pensar de maneira organizada e com mobilidade; o outro, estabelecer condições para que o estudante aprenda a utilizar as ideias do cálculo como regras e procedimentos na resolução de problemas em situações concretas." (LACHINI & Laudares, 2001).

São vários os autores a referir que o estudo do cálculo ajuda a desenvolver o pensamento organizado nos alunos, pelo que este poderia ser um argumento para a inclusão do estudo do cálculo no currículo. Na sua grande maioria os alunos quando entram na Universidade apresentam dificuldades em organizar ideias para a resolução de problemas (ROCHA, 2010).

Assim, como o cálculo constitui uma das disciplinas básicas nos cursos de ciências o seu objetivo consiste no desenvolvimento de habilidades de raciocínio lógico e utilização dos conceitos fundamentais do cálculo aplicados às ciências biológicas e da saúde. Deste modo, esta disciplina deve proporcionar aos estudantes bases e fundamentos matemáticos para estudos analíticos e aplicação de modelos matemáticos (KATO & Belini, 2009).

No entanto, esta disciplina tem sido lecionada de forma rígida, pela apresentação de muitos problemas e exercícios, muitas vezes repetitivos, onde os alunos acabam por memorizar os processos de resolução. As referências à sua aplicação nas ciências são raras o que conduz ao desinteresse por parte o alunos na disciplina, facilmente observado no índice de reprovação à disciplina e pela permanência da célebre pergunta: Para que serve isto? (ROCHA, 2010) (KATO & Belini, 2009)

Estes factos refletem a separação entre a Matemática e as ciências, uma vez que os estudantes rejeitam a disciplina de cálculo (KATO & Belini, 2009).

A Matemática constitui uma ferramenta de grande utilidade no entendimento dos sistemas biológicos, pois muitos fenómenos e situações só são passíveis de serem explicados e previstos por meio de modelos matemáticos, mas a ideia de que esta ciência é uma forma de linguagem apropriada para explicar fenómenos biológicos ainda não está clara para os estudantes (KATO & Belini, 2009).

H. A Matemática na Biologia e nas Ciências da Saúde

Como refere J. J. Pedroso Lima, em meados do século XIX as ciências da saúde introduziram uma aproximação científica, com rigor matemático, nas suas metodologias e técnicas de diagnóstico. No entanto, as metodologias matemáticas, são utilizadas deste há muito nas ciências da saúde e biologia (LIMA J. J., 1999).

A ligação entre a biologia e a Matemática é óbvia, na investigação de dinâmica de populações e em genética. Embora haja tendência para não falar em biologia matemática, como ciência autónoma, não há dúvida que a genética matemática é uma disciplina amadurecido "Conceitos físicos e métodos matemáticos tais como a determinação de espaços, ajustes lineares e não lineares, aproximações e modelos estocásticos, aproximações polinomiais e análise compartimental, dentre outras, são comuns nas ciências a saúde. Notemos que um largo recurso aos diversos métodos de tratamento matemático dos resultados das experiências é uma constante já tradicional, no seu conjunto, em diversas áreas de biomedicina." (LIMA J. J., 1999)

" Numa análise da situação presente e do passado recente, aparece como evidente que intervenções da Matemática e física têm contribuído definitiva e decisivamente para o progresso em todos os campos da saúde. Esta contribuição exerceu-se sobretudo por duas vias diferentes: por um lado, através da utilização dos computadores para o tratamento acelerado dos resultados das experiências biológicas; por outro lado, através do desenvolvimento de modelos matemáticos, descrevendo os sistemas vivos e os processos que neles tomam lugar.

Como em outras áreas o computador abriu múltiplos caminhos às ciências da saúde. Desde os anos sessenta o computador afetou toda a área da saúde permitindo uma melhor aplicação dos métodos matemáticos. O uso generalizado de computadores on-line, de sistemas simbólicos e de hardware dedicado está por trás da maioria dos progressos recentes em saúde. O computador não modificou os conceitos matemáticos, pelo contrário, reforçou-os e criou necessidades sempre crescentes em saúde e outras disciplinas com problemas comuns. Para satisfazer estas demandas, apareceram novas subespecialidades de raiz matemática e com propósitos bem definidos tais como o processamento de imagem, o processamento de dados dinâmicos, a simulação e a visualização 3-D.” (LIMA J. J., 1999)

A disciplina de biomatemática combina simultaneamente o uso da biologia e da Matemática (LIMA J. J., 1999).

As investigações na área da biologia combinam a experimentação em materiais biológicos e matéria viva, com o uso de metodologias matemáticas (LIMA J. J., 1999).

A Matemática permite combinar/organizar conceitos, na tentativa de alcançar respostas a questões levantadas por biocientistas sobre a natureza dos organismos vivos, pelo que esta, está inequivocamente ligado à biologia, numa colaboração interdisciplinar (LIMA J. J., 1999).

Em inúmeras situações a Matemática aparece antes das questões biológicas, pelo que considero de estrema importância a abordagem de técnicas matemáticas nos cursos superiores em saúde, uma vez que esta ciência parece estar na base do progresso para a investigação científica.

“ Para além da biologia ser um campo de aplicação dos métodos matemáticos, ela tem sido também uma fonte de novos problemas matemáticos em diversas áreas como a epidemiologia, a simulação da atuação do sistema nervoso (redes neuroniais), a inteligência artificial e a fisiologia.

A teoria matemática da epidemiologia das doenças infeciosas, foi decisiva no estabelecimento de estratégias de vacinação.

Modelos de propagação de gonorreia foram usados para avaliar a eficácia de estratégias para combater o rápido crescimento da incidência de gonorreia nos EUA na década de sessenta. Esta foi uma das histórias de sucesso da aplicação dos modelos matemáticos para controlo em epidemiologia.” (LIMA J. J., 1999)

Na prática, a procura de respostas com base na Matemática é frequente, (a probabilidade de se tratar uma patologia com base nos resultados de análises bioquímicas). Esta interação entre as ciências da saúde e a Matemática advém da contribuição multidisciplinar entre as duas ciências, por forma a garantir o rigor no diagnóstico (LIMA J. J., 1999).

i. Preparação de Matemática em Ciências Farmacêuticas

Será razoável que um farmacêutico, não consiga entender um artigo científico na sua área de especialização, por não entender a Matemática nele contido?

É a claro que a resposta varia com a formação do interrogado, no entanto não será de estranhar que ache um disparate ter formação em Matemática.

Não obstante, de não serem conhecidos estudos que comprovem a importância da Matemática no Mestrado Integrado em Ciências Farmacêuticas, parece inquestionável a sua relevância e utilidade na formação de futuros profissionais de saúde competentes. Desta forma, e como será demonstrado mais adiante, todas as Faculdades de Ciências Farmacêuticas no nosso país lecionam a unidade curricular de Matemática. De igual modo, a grande maioria das unidades curriculares, como, genética humana, fisiologia humana, química, física, epidemiologia, farmacocinética, biofarmácia entre outras, incorporam nos seus conteúdos programáticos, técnicas de modelação matemática.

“Supõem-se assim que o futuro profissional tem mais armas para atuar e evoluir na sua preparação, se for capaz de raciocinar baseado em conhecimentos científicos abstratos de Matemática.” (LIMA J. J., 1999)

No MICF acredita-se que a unidade curricular de Matemática, com características ajustadas às disciplinas, é muito útil num curso onde há a preocupação com uma preparação básica sólida.

O momento em que deve ser lecionada a disciplina considera-se o primeiro ano, como a melhor altura para serem ensinadas técnicas de modelação matemática adaptáveis, posteriormente às restantes unidades curriculares. Na perspetiva das restantes disciplinas não será a melhor altura, tendo em conta que essas disciplinas ainda não foram lecionadas, mas no ponto de vista da Matemática, acredita-se que sim. À medida que os discentes se afastam dos conteúdos de Matemática assimilados durante o ensino secundário, mais difícil será para os alunos estudar ciências exatas, como a Matemática. Os docentes que já lecionaram biofísica em cursos como medicina e Ciências Farmacêuticas facilmente comprovam a veracidade deste ponto (LIMA J. J., 1999).

“Os conhecimentos de Matemática são úteis: a) na explicação de múltiplos fenómenos, associados à estrutura e às funções do organismo, quer a nível macroscópico, quer microscópico, b) na aplicação e desenvolvimento de metodologias físicas de apoio em diagnóstico e terapêutica e c) no reforço de ligações causa-efeito, durante a prática farmacêutica.

Podemos distinguir diversas áreas nas quais foi oferecido apoio matemático farmacêuticos: a fisiologia, na compreensão da dinâmica dos sistemas biológicos, a metodologias no desenvolvimento de técnicas terapêuticas e de diagnóstico e no processamento de dados. Alguma sobreposição ocorre entre estas áreas mas os instrumentos matemáticos utilizados vão desde o cálculo diferencial e integral à matemática teórica e à estatística aplicada.

Não é difícil demonstrar as potencialidades dos métodos matemáticos, aplicados aos problemas biológicos e fisiológicos. Importa sublinhar que a aplicação dos métodos matemáticos ao estudo dos fenómenos reais (físicos e biológicos) não se limita somente à utilização de procedimentos matemáticos e fórmulas de cálculo conhecidas. A aplicação dos métodos matemáticos no estudo de novos domínios processa-se antes de tudo, através da elaboração de conceitos gerais suficientemente rigorosos, do desenvolvimento de modelos capazes de servir a análise do processo em estudo por meio de métodos quantitativos exatos, bem como o esclarecimento dos princípios fundamentais que regem a organização do sistema ou sobre o sistema em estudo.” (LIMA J. J., 1999)

No âmbito do MICF, não se pretende o ensino de uma Matemática elabora e com grande rigor, mas sim, demonstrar o sinergismo entre as biociências e esta unidade curricular, que está na base da essência dos fenómenos biológicos e físicos. Na larga maioria das situações os fenómenos biológicos, químicos e físicos, abordados no percurso académicos dos futuros farmacêuticos, são passíveis de serem justificados por uma tradução matemática. Assim, é fundamental despertar o interesse dos discentes para os métodos matemáticos inerentes aos passos como, a transferência iónica através das membranas, do potencial de ação e sucessivos passos da sua quantificação, dedução matemática da equação de Nernst, entre outros tantos exemplos possíveis (LIMA J. J., 1999).

Assim, a Matemática não é só importante para as demais áreas do conhecimento que compõem o MICF, como também para todas as ciências que compreendem no seu curriculum uma componente matemática. Deste modo, são consideradas duas componentes essenciais, uma utilitária e outra formativa que se relacionam de forma equilibrada na promoção de uma preparação matemática adequada aos estudantes de hoje.

Utilitário	Formativo
Ferramenta para obter informação quantitativa e qualitativa.	Treino mental para formulação e resolução de problemas.
Linguagem para troca de informação científica e técnica.	Estimula a curiosidade e a imaginação na procura de soluções.
Facilita a análise de fenómenos naturais, sistemas complexos, etc.	Ensina como organizar ideias e organizar o pensamento.
Permite sistematizar e generalizar a partir de casos particulares.	Ajuda a criar confiança no raciocínio independente.
Permite construir modelos para recorrer ao computador.	Educa para adaptação ao futuro.

Tabela I 1- Componentes do ensino de Matemática (LIMA J. J., 1999)

ii. A Modelagem Matemática em Ciências Farmacêuticas

Nos processos de busca pela informação em Farmácia, a modelagem matemática constitui um procedimento constantemente utilizado em diversas disciplinas no curso de Ciências Farmacêuticas, especialmente em farmacocinética, biofarmácia, fisiologia, farmacoterapia. Resumidamente os cálculos matemáticos e visualização de dados experimentais são habilidades a serem frequentemente aplicados pelos alunos ao longo do currículo em Ciências Farmacêuticas.

A EHEA considera a modelagem matemática como uma componente essencial e fundamental ao longo do curso. No entanto, as técnicas de modelação em farmácia não são um objeto fácil, na prática, por um lado, devido à complexidade dos conceitos matemáticos envolvidos e por outro lado, à complexidade das ilustrações solicitadas e dos procedimentos de computação quando as técnicas são aplicas na prática farmacêutica. (DS, s, ND, & A, 1997)

Os conceitos de modelagem matemática envolvidos no curso de Ciências Farmacêuticas podem ser agrupados da seguinte forma:

- Cálculo de fórmulas matemáticas;

- Cálculo de uma função real de uma variável

- Cálculo de uma Função real de duas variáveis;

- Estatística básica;

- Visualização de dados experimentais;

- Regressão. (DS, s, ND, & A, 1997)

iii. Aplicação das Técnicas de Modelagem Matemática em cuidados de saúde e nas Ciências Farmacêuticas

São vários os modelos matemáticos utilizados na área da saúde, os quais apetrecham os seus utilizadores, designadamente os farmacêuticos de ferramentas de baixo risco e custo que os auxiliam na tomada de decisões (DS, s, ND, & A, 1997).

Uma abordagem alternativa para a resolução de problemas a nível hospitalar e de farmácia, consiste na utilização de modelos matemáticos nos cuidados de saúde, que oferece uma forma de lidar, com algumas incertezas associadas, com a tomada de decisões. Com as pressões financeiras em que vivemos e o aumento da disponibilidade de energia barata a modelagem matemática pode tornar-se numa ferramenta amplamente utilizada como alternativa à experimentação (DS, s, ND, & A, 1997).

Dado que, as técnicas de modelagem requerem na grande maioria das vezes a utilização de computadores, no passado tal, constituiu uma limitação. Hoje, com o poder da computação disponível e dos softwares, a modelagem tornou-se numa ferramenta acessível e suscetível de ter um impacto substancial em gestão de saúde (DS, s, ND, & A, 1997).

Atualmente os farmacêuticos já estão familiarizados com certos tipos de modelos matemáticos, tais como, os utilizados em farmacocinética, que podem ser utilizados para prever os efeitos de diferentes posologias, sem ser necessário testar na prática o risco de dose insuficiente e de sobredosagem. Estes modelos são particularmente úteis para escolher a dosagem, os regimes posológicos para a fenitoína e os aminoglicosídeos, situações que são difíceis de selecionar intuitivamente (DS, s, ND, & A, 1997).

Ao nível da farmácia hospitalar podem ser utilizados modelos matemáticos analíticos e modelos de simulação. Os primeiros podem ser utilizados quando as relações entre as entradas e as saídas do sistema podem ser descritas diretamente. Métodos matemáticos, como o cálculo e a álgebra são utilizados para manipular as equações matemáticas resultantes. No entanto, alguns sistemas são demasiado complexos para permitir modelos realistas e a análise matemática necessária torna-se impossível. Uma abordagem alternativa é a utilização de modelos de simulação, onde os eventos são replicados com o computador (DS, s, ND, & A, 1997).

Modelo analítico, um exemplo simples é o desenvolvido por Michaelis e Menten, que é o usado para descrever a relação entre a dose e a concentração de plasma para os fármacos com um metabolismo saturável, tais como a fenitoína. (Cp = KMD) / (Vmax – D), onde Cp é a concentração de fenitoína no plasma em estado estacionário, D é a dose diária em mg, Vmax é uma constante que representa a taxa mínima do metabolismo, em miligramas por dia, e Km é uma constante que representa a concentração plasmática é a metade do seu máximo. Se os valores da população para Vmax e Km são conhecidos, a concentração de plasma para qualquer dose pode ser determinada. Alternativamente, pelo arranjo da equação, a dose necessária para se obter qualquer concentração de plasma pode ser calculado. O modelo é, portanto, manipulado algebricamente para se obter as informações necessárias. As matemáticas requeridas para resolver modelos analíticos mais complexos podem ser correspondentemente mais complicados, mas o princípio é semelhante (DS, s, ND, & A, 1997).

Os softwares de simulação podem ser utilizados no ramo das Ciências Farmacêuticas para determinar, a nível hospitalar, a eliminação de um fármaco após administração intra-venosa; em farmácia comunitária, pode recorrer-se à simulação para determinar a chegada de uma prescrição, a administração de uma dose oral única, a chegada de um elemento da equipe de trabalho (DS, s, ND, & A, 1997).

Muitas são as aplicações da modelagem matemática nas áreas da saúde, no entanto, são poucos os que envolvem estudos de sistemas de farmácia (DS, s, ND, & A, 1997).

Os resultados dos dois primeiros estudos em farmácia foram publicados em 1972, em ambos, os modelos de simulação foram utilizados para estudar a farmácia de ambulatório hospitalar. São exemplos de estudos: a comparação de opções para reduzir o tempo de espera no hospital, a relação entre a organização dos trabalhadores e o tempo de espera no ambulatório, … (DS, s, ND, & A, 1997).

Outras aplicações de modelagem em cuidados de saúde são a previsão do progresso de um doente após realizar quimioterapia, e a avaliação de programas de rastreio de cancro no colo do útero. Existem muitas outras aplicações potenciais, como sejam otimização de controlo de stocks e a seleção dos melhores momentos para o fornecimento de medicamentos à enfermaria. Hoje a modelagem é considerada uma poderosa ferramenta na tomada de decisões sobre saúde (DS, s, ND, & A, 1997).

A modelagem matemática é um sistema que fornece uma ferramenta lowcost, de baixo risco para auxiliar na tomada de decisões, prevendo futuros alternativos. Como acontece com qualquer ferramenta de análise, os modelos requerem validação, antes que os resultados possam ser aceites, sendo importante estar ciente das limitações da modelagem. Os farmacêuticos precisam e devem estar familiarizados com a modelagem matemática, para que possam interpretar estudos utilizando estas técnicas e aplica-los nas suas próprias pesquisas (DS, s, ND, & A, 1997).

II – Tema de Investigação

A. Tema da dissertação

A Importância da Matemática e da Modelação Matemática no Mestrado Integrado em Ciências Farmacêuticas.

B. Motivação Pessoal

O tema desta dissertação tem para mim, um interesse especial, como mestranda em CF.

Considerando o longo plano curricular do Mestrado Integrado em Ciências Farmacêuticas, são muitos os alunos que partilham a célebre pergunta: Qual a importância da unidade curricular de Matemática no curso?

Como aluna, e por partilhar da mesma pergunta à qual nenhuma das respostas, até então, me deixou suficientemente esclarecida, escolhi este tema a fim de satisfazer a minha curiosidade e que ao longo da pesquisa para a redação desta dissertação foi aumentando.

São inúmeras as referências que encontro relativas à relação da Matemática com a física, engenharia, economia, até mesmo, referentes à importância nas ciências médicas, no ensino básico e secundário, mas quando a pesquisa é direcionada às Ciências Farmacêuticas, deparo-me com a escassez de informação. Então, surge a pergunta: Será que a Matemática não é importante? De facto, a Matemática é importante. Caso contrário não existiriam inúmeros estudos no âmbito das CF que utilizam modelos matemáticos.

No entanto, o propósito desta dissertação não passa por justificar a importância da Matemática recorrendo a exemplos práticos, pois esta, seria uma tarefa demasiado fácil para qualquer estudante que termina o seu ciclo de estudos no MICF, bastando para isso, fazer uma retrospetiva, onde rapidamente recorda as inúmeras vezes que necessitou de recorrer, nas demais unidades curriculares, a ferramentas matemáticas para justificar resultados de trabalhos, para perceber e compreender o comportamento de um fármaco ao longo do organismo, com também, na compreensão de muitos processos fisiológicos e químicos que têm por base uma fórmula matemática.

Assim, o desígnio desta dissertação consiste na demonstração de que a Matemática como ciência multidisciplinar está relacionada com as Ciências Farmacêuticas desde os primórdios da civilização e que oferece aos profissionais e futuros profissionais um arsenal de ferramentas e competências de elevado valor e utilidade, quer no decorrer do percurso académico, quer profissional.

C. Questão de partida

A importância dos conteúdos programáticos lecionados na unidade curricular de Matemática no MICF.

D. Objetivos gerais

Identificar as competências e utilidade dos conceitos matemáticos lecionados na unidade curricular de Matemática para as Ciências da Saúde e em especial para as Ciências Farmacêuticas.

Observar e comparar através de análise documental os conteúdos programáticos abordados nas unidades curriculares de Matemática e Biomatemática nas instituições de ensino portuguesas, públicas ou privadas de Ciências Farmacêuticas.

E. Outros Objetivos

Identificar a importância e a utilidade da modelagem matemática.

Identificar a necessidade de uma preparação sólida em matemática no MICF.

Comparar se as diferentes instituições de ensino de Ciências Farmacêuticas possuem no seu plano de estudos os mesmos conteúdos programáticos na unidade curricular de Matemática e Biomatemática.

Identificar a carga horária dispensada para cada temática abordada na unidade curricular de Matemática e Biomatemática nas diferentes instituições de ensino.

Identificar o volume global de trabalho que exigem aos estudantes para que concluam com êxito a unidade curricular de Matemática e Biomatemática, nas diferentes Faculdades onde é ministrado o MICF.

III - Metodologia

A metodologia seguida para a elaboração deste estudo, consiste na análise documental dos conteúdos programáticos, carga horária e atribuição de ECTS nas unidades curriculares de Matemática e Biomatemática, que integram o MICF nas instituições portuguesas públicas ou privadas.

A primeira pesquisa foi efetuada nos websites das Universidades, no entanto, a grande maioria da documentação pretendida não estava disponível ou não continha o rigor e o detalhe necessário para o estudo. Por este motivo, resolve-se abordar através de contacto telefónico os Serviços Académicos das instituições, com os quais foi possível entrar em contacto e não puderam enviar resposta, cederam o contacto do docente coordenador da unidade curricular.

Em último caso, a informação foi obtida através de colegas e amigos que frequentam as instituições de ensino em estudo nesta dissertação.

De forma detalhada, a documentação apresentada em anexo foi recolhida da seguinte forma:

Pela pesquisa efetuada nos websites das universidades foi possível obter os conteúdos programáticos da unidade curricular de Matemática no MICF pela FCS na UBI referente ao Ano Letivo de 2012/2013 e informação sobre a escolaridade da unidade curricular de Matemática no MICF pela FFUL no Ano Letivo de 2012/2013.

Através do contacto com os Serviços Académicos da UFP foi possível obter os conteúdos programáticos de 2012/2013 da unidade curricular de Biomatemática no MICF pela FCS.

Os conteúdos programáticos da unidade curricular de Matemática e Bioestatística no MICF pela FFUP foram fornecidos pela docente coordenadora da unidade curricular (contacto cedido pelos Serviços Académicos da instituição).

O contacto com colegas e amigos que frequentam as instituições de ensino em estudo disponibilizaram; os conteúdos programáticos e sumários da unidade curricular de Matemática no MICF na FFUC, referente ao Ano Letivo 2010/2011; sumários das aulas teóricas da unidade curricular de Matemática no MICF pela FFUL do Ano Letivo de 2012/2013 e sumários da unidade curricular de Matemática e Bioestatística no MICF pela FFUP do ano 2012/2013.

Os conteúdos programáticos e sumários das unidades curriculares de Matemática no MICF pela FCS na ULHT foram cedidos pela docente Carla Monteiro referentes ao Ano Letivo de 2012/2013.

No início do estudo, pretendia-se comparar todas as instituições de ensino portuguesas que ministrem o MICF. No entanto, este objetivo revelou-se inexequível, uma vez, que algumas das instituições de ensino contactadas não cedem com facilidade os conteúdos programáticos das unidades que compõe o MICF, nem mesmo o e-mail profissional dos coordenadores da/s disciplinas em análise.

Deste modo, e tendo em conta as adversidades encontradas no decorrer da recolha dos instrumentos de investigação, este não permite qualquer generalização aos MICF ministrados em Portugal. No entanto, pode evidenciar aspetos importantes relativos à importância dos conteúdos abordados nas unidades curriculares, bem como, ao volume de trabalho e tempo de estudo exigido aos mestrandos em Ciências Farmacêuticas.

.

IV- Instrumentos de Investigação

O instrumento de investigação utilizado para esta dissertação foram os conteúdos programáticos das unidades curriculares de Matemática e Biomatemática do 1ºano no primeiro ciclo de estudos do MICF nas universidades portuguesas públicas ou privadas.

A recolha de documentação é umas das etapas mais importantes de um estudo, que após uma cuidada análise e tratamento da informação obtida é possível responder aos objetivos propostos nesta dissertação.

V- Análise dos Programas e Tratamento dos Resultados

O presente trabalho, consiste na análise documental referente às unidades curriculares de Matemática e Biomatemática lecionadas no 1º Ano de estudos no MICF em Universidades portuguesas, nomeadamente, a Universidade de Coimbra, UBI, Universidade de Lisboa, Universidade do Porto, UFP e ULHT. O principal objetivo, compreende a comparação dos conteúdos programáticos das referidas disciplinas a fim de responder aos objetivos propostos nesta dissertação.

Neste estudo, são utilizados conteúdos lecionados nas unidades curriculares de Matemática e Biomatemática, dado que, a ULHT compreende no curso de Ciências Farmacêuticas uma unidade curricular de Matemática onde aborda Álgebra Linear, Cálculo Diferencial e Cálculo Integral, outras instituições, nomeadamente, a FFUP é na disciplina de Biomatemática onde são lecionados os conteúdos acima referidos, alvo de estudo nesta dissertação. Pelo que, todos os dados não relacionados com Álgebra linear, Cálculo Diferencial ou Cálculo Integral, como por exemplos, Estatística, foram omitidos.

Assim, e após a análise de cada conteúdo lecionado foram definidos quatro grandes temas agrupadores; Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, Equações Diferencias e Sistemas de Equações Lineares, que inclui o Cálculo Matricial. Onde, todos os conteúdos foram enquadrados. Para a UFP houve a necessidade de criar outro grupo, denominado de "Outros temas de Álgebra", dado que, é a única Universidade que leciona, Regras Operatórias do Cálculo Algébrico, Polinómios, Equações e Inequações.

Com base na referida caracterização, foi apurada a carga horária de cada tema por Universidade e, em seguida, comparada com a das restantes Universidades.

	Universidade de Coimbra	Universidade da Beira Interior	Universidade de Lisboa	Universidade do Porto	Universidade Fernando Pessoa	Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias
Unidade Curricular	Matemática	Matemática	Matemática	Matemática e Bioestatística	Biomatemática	Matemática
ConteúdosProgramáticos	Carga Horária					
Cálculo diferencial	4	4	9,5	4,5	9	4
Cálculo Integral	8	7	11,5	13,5	5	8
Equações Diferenciais	4	10	2	4,5	2	0
Sistemas de Equações Lineares	6	0	0	0	2	12
Outros temas de Álgebra	0	0	0	0	2	0
Carga horária Total	22	21	23	22,5	20	24

Tabela V 1- Distribuição do número total de horas dispensadas para cada temática por Universidade

Para duas das Universidades (UBI e UFP) não foi possível obter a distribuição exata de carga horária pelas diversas temáticas abordadas. Pelo que, foram extrapolados os valores de distribuição através do seguinte racional:

Nos conteúdos programáticos da ULHT, FFUL e FFUP está indicado a carga horária total e a carga horária das aulas teóricas. Assim, fazendo a razão entre a carga horária total e a carga horária das aulas teóricas obtém-se um rácio aproximadamente igual a 3. Assim para a:

UBI- Sabendo que o valor de carga horária da unidade curricular (64h), fazendo a razão com 3, sabe-se que foram lecionadas aproximadamente 21h de aulas teóricas. Por sua vez os conteúdos programáticos foram distribuídos por 15 pontos e de seguida enquadrados nos grupos em estudo. Por determinação da carga horária dispensada para cada ponto (1,42h), foi possível determinar o número de horas lecionadas em cada temática.

UFP - Sabendo que o valor de carga horária da unidade curricular (60h), fazendo a razão com 3, sabe-se que foram lecionadas 20h de aulas teóricas. Por sua vez os conteúdos programáticos foram distribuídos por 75 pontos e de seguida enquadrados nos grupos. Por determinação da carga horária dispensada para cada ponto, aproximadamente (0,26h), foi possível determinar o número de horas lecionadas em cada temática.

As Universidades analisadas não distribuem de igual forma a carga horária pelos conteúdos que compõem a unidade curricular, sendo assim, a FFUC, FFUL e FFUP são as que dedicam maior número de horas ao cálculo integral. Por sua vez a UBI dedica maior número de horas às equações diferenciais, a UFP ao cálculo integral e por fim, a ULHT aos sistemas de equações lineares.

A. Atribuição de ECTS

Segundo a DGES, a atribuição de créditos permite quantificar o trabalho que cada disciplina exige relativamente ao volume total de trabalho necessário para o estudante concluir com êxito um ano de estudos, ou seja, aulas teóricas, trabalhos práticos, seminários, estágios, investigação, trabalho pessoal, exames e outras formas de avaliação.

	ECTS
FFUC	5,5
UBI	6
FFUL	7
FFUP	6
UFP	4
ULHT	4,5

Tabela V1- ECTS atribuídos à unidade curricular em cada Universidade

Assim o ECTS refere-se ao volume global de trabalho do estudante e não se limita apenas às horas de aulas. Assim em termos de créditos é a FFUL a que atribui um maior valor de ECTS à disciplina de Matemática. Sendo a UFP a que atribui menos ECTS. No universo analisado a média de ECTS atribuídos pelas diferentes Universidade é de 5,5. (DGES)

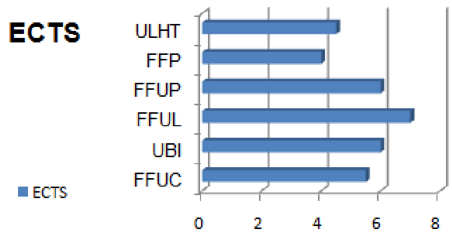


Gráfico V1- Distribuição de ECTS por Universidade

No entanto não é possível justificar o motivo pelo qual é a FFUL a que atribui mais ECTS à disciplina de Matemática. Dado que, a atribuição de ECTS, segundo a DGES e como supracitado, é realizada de acordo com o volume global de trabalho exigido aos estudantes para que concluam com êxito um ano de estudos, ou seja, esta atribuição é efetuada tendo como meio de comparação as restantes unidades curriculares lecionadas no 1º ano de estudos do MICF e nem todas as Universidades lecionam as mesmas disciplinas no 1º ano.

Ainda assim, por comparação dos sistemas de avaliação das Universidades em estudo, é possível afirmar que a UFP é a que exige maior volume de trabalho aos estudantes, dado que, é a única a exigir a presença dos alunos em 50% das aulas teóricas e a 50% das aulas práticas, bem como, a entregar semanalmente fichas de trabalho e a realizar dois testes de avaliação contínua. No caso de não conseguirem classificação suficiente para aprovação à disciplina, podem submeter-se a exame final.

Nas restantes Universidades à exceção da FFUL (em que os alunos para concluírem a disciplina têm apenas de obter classificação maior ou igual a 9,5 valores no exame final) os alunos são obrigados a assistir a pelo menos 2/3 das aulas teórico-práticas sendo a presença nas aulas teóricas de carácter voluntário. Na FFUC e na ULHT os alunos podem concluir a disciplina por realização de dois testes de frequência ou por exame final. Na UBI, têm de realizar 3 testes de frequência ou exame final e, por fim, na FFUP, terão de realizar dois testes e o exame final. Pelo que se considera, que a FFUL é a que atribui menor volume global de trabalho aos alunos.

Relativamente ao número de horas totais lecionadas na disciplina não é possível fazer uma comparação, porque duas das Universidades (FFUP e UFP) incluem temas de bioestatística, pelo que número de horas lecionadas tende a ser superior e estes conteúdos não são sujeitos a análise nesta dissertação.

B. Distribuição da carga horária por temáticas analisadas para o universo das Universidades

No que diz respeito ao "Cálculo diferencial", a carga horária despendida é significativamente maior para a FFUL e para a UFP. No entanto, de entre, os quatro temas considerados o " Cálculo Diferencial" é aquele que apresenta uma carga horária mais aproximada entre as Universidades analisadas, apresentando uma dedicação média de 5,8h.

Relativamente ao "Cálculo Integral", é o tema a que as Universidades mais se dedicam, sobretudo a FFUL e a FFUP, apresentando uma dedicação média de aproximadamente 9h.

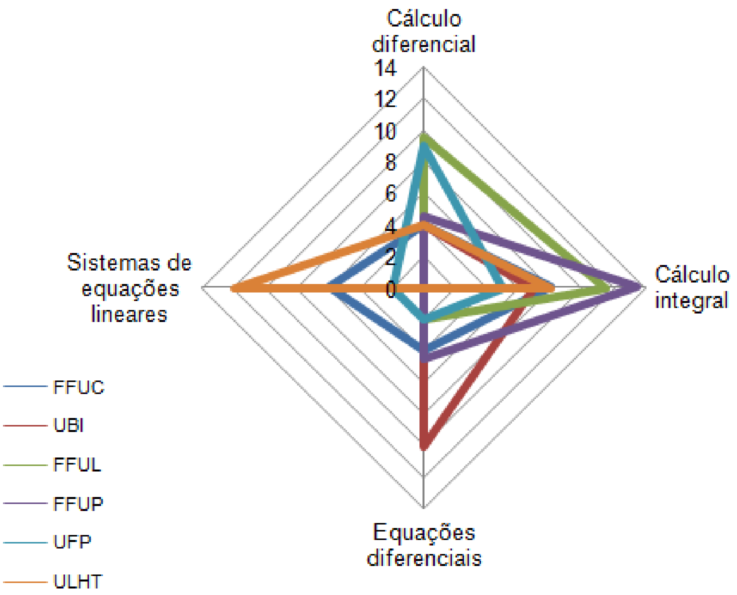


Gráfico V2- Distribuição da carga horária por temática por Universidade

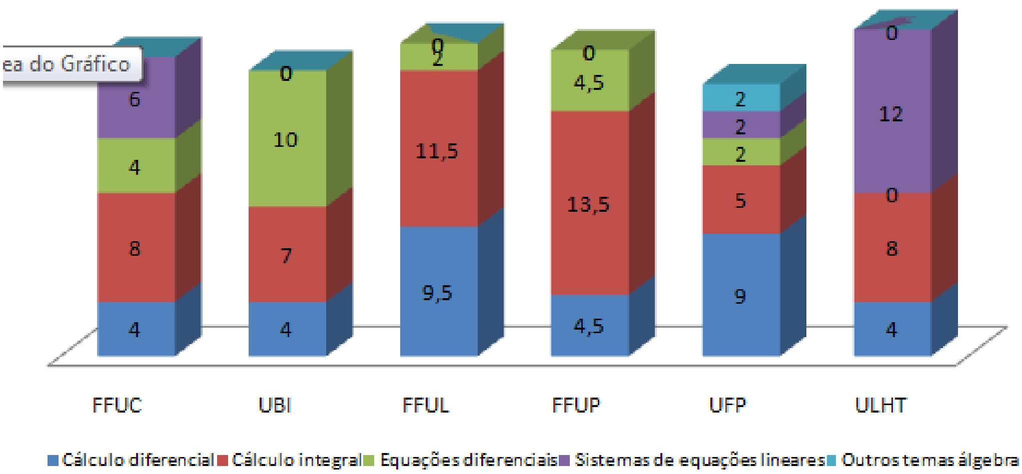


Gráfico V3- Distribuição de carga por temática por Universidade

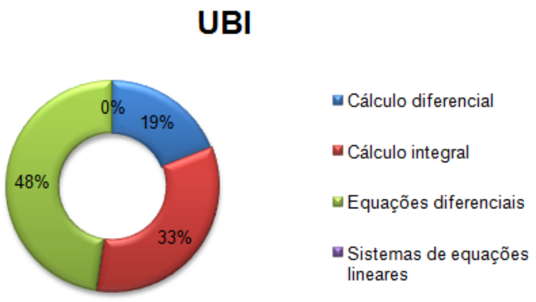
O cálculo é uma disciplina indispensável para a formação académica e científica, sendo considerado como a linguagem por excelência do paradigma científico, pelo que é colocado como disciplina básica e obrigatória no MICF e nas demais áreas das Ciências Exatas. Constitui uma ferramenta imprescindível na prática farmacêutica, sobretudo nas disciplinas de biofarmácia e farmacocinética, onde é amplamente utilizado. O que está de acordo com os resultados obtidos, ao demonstrarem que todas as Universidades em estudo, lecionam na unidade curricular em análise as temáticas de “Cálculo Diferencial” e “Cálculo Integral” e que sejam estas as temáticas a que dedicam maior número de horas. (SOUZA, 2001) (BARCELLOS) (LACHINI & Laudares, 2001)

O grupo de “Cálculo Diferencial” surge como a temática que apresenta a carga horária mais aproximada ente as Universidades (5,8h) de dedicação média, por se tratar de uma temática que é a base para o cálculo, procura-se aprofundar mais este tema, para que os conhecimentos sejam transmitidos a todos os alunos de modo homogéneo. Dado que, os conteúdos aqui consolidados constituem uma ferramenta de elevada utilidade ao longo de todo o percurso académico e profissional dos futuros mestres em Ciências Farmacêuticas.

Considera-se de igual modo importante, referir que o tema “ Sistemas de Equações Lineares” é apenas lecionados na FFUC, UFP e ULHT. No entanto, julga-se que todas as Universidades deveriam abordar esta temática no início do curso, que inclui o cálculo matricial. Dado que é considerada como fundamental e indispensável por muitos cientistas, por se encontrar subjacente a quase todos os domínios da Matemática. (CELESTINO, 2000)

Foi através do seu desenvolvimento que surgiu a oportunidade de automatização dos cálculos por meio de máquinas, ou seja, do surgimento do computador que contribuiu indiscutivelmente e grandemente para o progresso no campo da saúde, na redução de custos e no tratamento acelerado dos resultados das experiências e que sem esta ferramenta, não poderíamos recorrer a modelos de simulação, como os que são frequentemente utilizados para estimar parâmetros farmacocinéticos. (LIMA J. J., 1999)

C. Observação a cada Universidade do universo em estudo



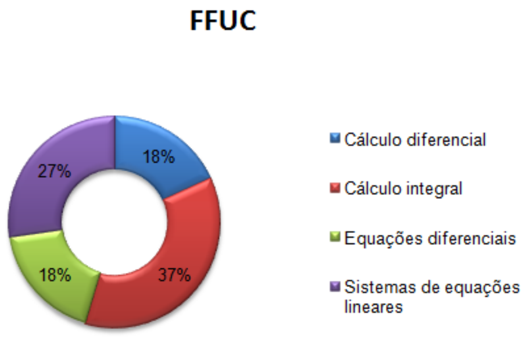
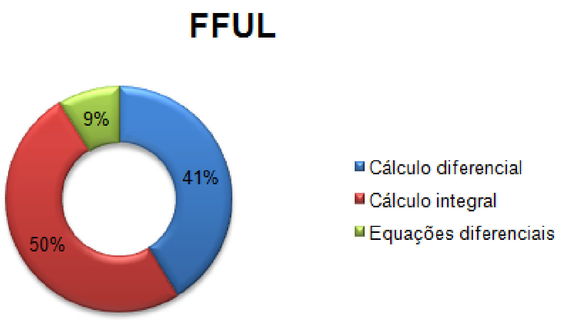
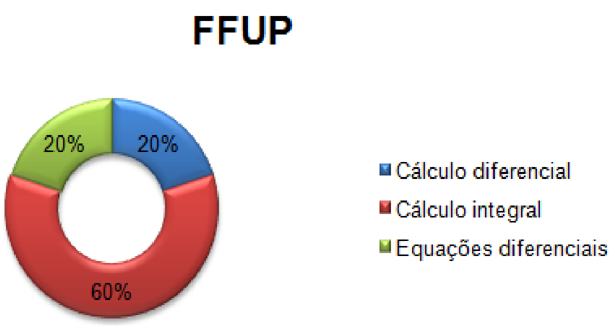


Gráfico V4- Distribuição das temáticas lecionadas na UBI (esquerda)

Gráfico V5- Distribuição das temáticas lecionadas na FFUC (direita)

Observando cada Universidade por si só, constata-se que a FFUC é a que apresenta uma distribuição mais homogénea entre os quatro temas em estudo e que a UBI é a que dá maior enfoque percentual às equações diferenciais.





¶

Gráfico V6- Distribuição das temáticas lecionadas na FFUL (esquerda)

Gráfico V7- Distribuição das temáticas lecionadas na FFUP (direita)

A FFUL e a FFUP dão enfoque percentualmente e significativamente maior ao tema de “Cálculo Integral”, rondado os 50% para a FFUL e os 60% para a FFUP e, não apresentam valores para “Sistemas de Equações Lineares”,

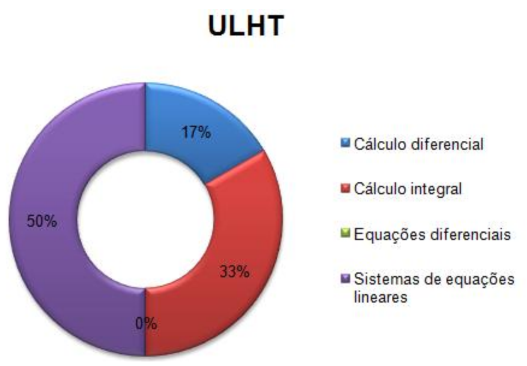


Gráfico V8- Distribuição das temáticas lecionadas na ULHT

A ULHT, apresenta um maior enfoque de carga horária para “Sistemas de Equações Lineares”, de 50%. Este grupo inclui vários temas de Álgebra Linear, com matrizes e determinantes. Ainda para a ULHT, observa-se que não é abordado o tema de “Equações Diferencias”.

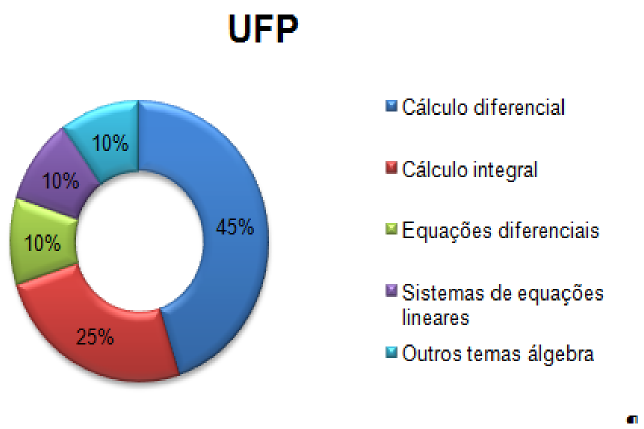


Gráfico V9- Distribuição das temáticas lecionadas na UFP

A UFP, destaca-se por dedicar 10% de carga horária da disciplina a temas de álgebra que não se enquadram em nenhum dos grupos definidos, como “Álgebra dos expoentes”, por exemplo.

De uma forma global, os quatro grupos identificados estão interligados e completam-se mutuamente, pelo que se considera que, as universidades estudadas e à exceção da FFUC, deveriam distribuir de uma forma mais equitativa a carga horária dedicada à unidade curricular, de forma a ser possível lecionar os quatro grupos. Como exemplo, o caso da ULHT que dedica 50% da carga horária ao grupo de “Sistemas de

Equações Lineares", e não aborda a temática "Equações Diferenciais", ou ainda, as UBI, FFUL e FFUP que não lecionam o grupo de "Sistemas de Equações Lineares".

No entanto, no universo em estudo constata-se que a unidade curricular ministrada no 1º ano de estudos do MICF tem uma composição homogénea e transversal de conteúdos abordados que se podem agrupar em cálculo diferencial, cálculo integral, equações diferenciais e sistemas de equações lineares, revelando a preocupação em dotar os alunos de instrumentos matemáticos relacionados e amplamente úteis à sua formação específica em CF.

Ainda assim, considera-se que as instituições de ensino analisadas à exceção da FFUC, deveriam rever os conteúdos programáticos lecionados na unidade curricular, ou seja, a UBI, FFUL e FFUP deveriam abordar a temática de Sistemas de Equações Lineares e a ULHT a temática de Equações Diferenciais. Considera-se também que deveria haver um melhor controlo da carga horária atribuída a cada temática, de modo a haver uma distribuição mais homogénea da carga horária e a ser possível lecionar as quatro temáticas, (consideradas como fundamentais e indispensáveis) de modo a que, os futuros farmacêuticos tenham um conhecimento sólido em Matemática, mas não profundo, de forma a serem capazes de dialogar com os matemáticos na eventualidade destes serem chamados a intervir na resolução de problemas farmacêuticos concretos.

VI – Conclusão

Os métodos matemáticos são utilizados desde há muito em CF. Esta ciência dita exata, está na base do aparecimento de numerosos instrumentos, sem os quais, hoje não seria possível trabalhar, como o microscópio, computador e calculadora. Deste modo, a Matemática tornou-se numa ferramenta fundamental e indispensável, constituindo uma área plena de potencialidades.

No MICF a disciplina de Matemática têm como é evidente, o objetivo fundamental de fornecer as ferramentas indispensáveis às demais unidades curriculares que compõem o curso. Não obstante, e como já salientado, pelas características próprias da Matemática, esta ciência ocupa um lugar de destaque na política a educação científica. Fornece aos alunos mais do que instrumentos de trabalho, educa e prepara os futuros profissionais para a vida. Esta disciplina pode, e tem, um carácter formativo importante, contribuindo para o desenvolvimento dos alunos enquanto seres humanos para possam promover valores sociais e culturais na sociedade.

Considera-se fundamental e de extrema importância esta componente formativa e educacional da Matemática no curso de CF, tendo em conta que se trata de uma formação em ciências da saúde, estes profissionais estarão sempre direta ou indiretamente, a lidar com problemas de saúde que de algum modo debilitam o ser, pelo que, devem saber comunicar de forma clara, objetiva e cívica, na promoção da saúde e do uso racional do medicamento.

Na sua componente utilitária crê-se que as técnicas de modelagem constituem o meio mais adequado para promover o desenvolvimento de determinadas competências nos estudantes, com o objetivo de formar bons profissionais capazes de construir juízos próprios, e ainda, numa perspetiva prática, o uso das técnicas de modelagem tornaram possível a utilização cada vez mais segura e eficaz do medicamento, dado que, compreendemos com clareza e cada vez com mais certeza o comportamento do fármaco no organismo, bem como, o benefício/risco da sua utilização.

Pela análise dos conteúdos programáticos verifica-se que o sistema de avaliação é semelhante para as instituições analisadas à exceção da UFP e FFUL. A FFUL não efetua avaliação contínua. Os alunos para obterem aprovação à unidade curricular apenas têm de obter classificação igual ou superior a 9,5 valores. Já a UFP é a única que exige a presença a 50% das aulas teóricas e à entrega de fichas de trabalho semanalmente. Deste modo, considera-se que a FFUL é a que exige menor volume global de trabalho aos alunos, sendo a UFP a que exige maior volume global de trabalho.

Da comparação da distribuição da carga horária pelas temáticas analisadas, verifica-se, e como seria de esperar, que as Universidades dedicam mais tempo às temáticas de cálculo, com uma dedicação média aproximada de 15h.

No que se refere às restantes temáticas analisadas considera-se que a ULHT deveria lecionar a temática de Equações Diferencias, bem como a UBI, FFUL e FFUP deveriam abordar a temática de Sistemas de Equações Lineares. No que diz respeito à carga horária crê-se que deveria haver um melhor controlo do número de horas dispensado com cada temática.

Relativamente à questão de partida desta dissertação considera-se que os conteúdos abordados no MICF são os mais adequados para a formação dos futuros profissionais e que estão de algum modo relacionados entre si. Considera-se também que, Matemática não só é importante, como é fundamental no curso de CF, com o qual estabelece uma relação interdisciplinar e multidisciplinar à grande maioria das unidades curriculares que integram o MICF.

Se analisarmos o presente e o passado recente, aparece como evidente que a Matemática tem contribuído decisivamente para o progresso em todos os campos da saúde, tornando verdadeira a afirmação: mais Matemática, significa mais saúde.

Seria importante realizarem-se mais estudos nesta área, estendendo o estudo a todas as Universidades portuguesas que lecionem o MICF.

Seria de igual modo importante, realizar questionários aos alunos após a conclusão do primeiro ano de estudos no MICF e repeti-lo após a conclusão do curso, de forma a avaliar se a opinião sobre a importância da Matemática sofre alterações.

O presente trabalho pretendeu mostrar que a Matemática e a modelação matemática não só são importantes pela componente utilitária, formativa/educacional que proporciona aos estudantes, mas também que os conteúdos abordados são transversais às instituições portuguesas que lecionam o MICF. Investigações futuras devem continuar este trabalho, refinando-o e estendo-o com à opinião dos alunos, docentes e avaliando se o aproveitamento na unidade curricular melhora após este conhecimento ser transmitido aos alunos.

VII– Bibliografia

ANSWERS. (s.d.). *What is the relationship between mathematics and pharmacy*. Obtido em 11 de Novembro de 2013, de answers: http://wiki.answers.com/Q/What_is_the_relationship_between_mathematics_and_pharmacy#slide1

ARAÚJO, A. (s.d.). *Biomatemática*. Obtido em 22 de Maio de 20013, de http://www.mat.uc.pt/~alma/aulas/anem/sebenta/cap3.pdf

BARCELLOS, N. M. (s.d.). *Farmacocinética*. Obtido em 12 de Novembro de 2013, de http://www.farmacia.ufmg.br/cespmed/text7.htm#m

CELESTINO, M. R. (2000). *Ensino- Aprendizagem da Álgebra Linear: as pesquisas brasileiras na década de 90.* São Paulo: Dissertação de mestrado em Educação Matemática da Universidade Católica de São Paulo.

COIMBRA, J. L. (2008). *Alguns Aspectos Problemáticos Relacionados ao Ensino-Aprendizagem da Álgebra Linear.* Belém- Pará: Programa de Pós- graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade do Pará.

COSTA, H. R. (2009). Obtido em 20 de Junho de 2013, de http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?pid=S1806-58212009000300010&script=sci_arttext

DGES. (s.d.). *ECTS: European credit transfer system*. Obtido em 13 de Junho de 2013, de http://www.dges.mctes.pt/DGES/pt/Estudantes/Processo%20de%20Bolonha/Objectivos/ECTS

DIAS, J. P. (s.d.). *Homens e medicamentos uma introdução à história da Farmácia, da Farmacologia e da Terapêutica.* Obtido em 17 de Junho de 2013, de http://www.ff.ul.pt/~jpsdias/docs/Homens-e-medicamentos-parteI.pdf

DS, D., s, G., ND, B., & A, V. A. (1 de Nov de 1997). Mathematical modeling of pharmacy systems. *54*.

GUEDIN, J. (2004). *História da construção do cálculo diferencial e integral*. Obtido em 20 de Maio de 2013, de http://www.bib.unesc.net/biblioteca/sumario/000026/00002603.pdf

KATO, L. A., & Belini, M. (2009). *Atribuição de significados biológicos às variàveis de equação logistica: uma aplicação do cálculo nas Ciências Biológicas*. Obtido em 20 de Junho de 2013, de http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1516-73132009000100011

KATZ, V. J. (2010). *História da Matemática.* Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

LACHINI, J., & Laudares, J. B. (2001). *Educação Matemática: a prática educativa sobre o olhar do professor de Cálculo.* Belo Horizonte: Fumarc.

LIMA, J. J. (1999). CIM. *O Ensino da Matemática na Universidade em Portugal e Assuntos Relacionados.* Caparide: Centro Internacional de Matemática.

LIMA, L. G. (2011). *Matrizes e Algumas das suas Aplicações.* Cambina Grande: Trabalho de Coclusão de Licenciatura Pelena em Matemática da Universidade Estadual do Paríba.

MAKOID, M. C., Vuchetich, P. J., & Banakar, U. V. (1996). *Basics Pharmacokinetics*. Obtido em 11 de Novembro de 2013, de http://nova-transnet.com/zonanova/downloads/documentos/Basic%20Pharmacokinetics.pdf

MONTEIRO, C. I. (2007). *Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) no Ensino Superior das Ciências da Saúde- Um estudo sobre a utilização que os estudantes fazem dos computadores.* Lisboa: Dissertação de mestrado em Ciências da Educação da Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias.

NÉRVIO, C. D., Borges, M. G., Souza, P. K., & Damião, P. d. (s.d.). Modelamento Matemático aplicados às Ciências Biológicas e à Farmacologia.

PINHO, D. P. (Fevereiro de 2010). *Matrizes e aplicações no ensino secundário*. Obtido em 30 de Dezembro de 2013, de http://repositorio.uportu.pt/jspui/bitstream/123456789/535/2/TMMAT%20115.pdf

PITA, J. R. (2000). *História da Farmácia* (2ª ed.). Coimbra: Minerva.

ROCHA, M. D. (2010). *Desenvolvendo atividades na disciplina de Cálculo Diferencal e Integral I: Estudo de uma proposta na articulação entre a visualização e a experimentação.* Ouro Preto: Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto.

SAÚDE, M. A. (2010). *Articulação Curricular entre a Matemática e a Física.* Aveiro: Dissertação de mestrado em Gestão curricular da Universidade de Aveiro.

SOURNIA, J.-C. (1992). *História da Medicina.* Instituto Piaget.

SOUZA, V. C. (2001). *A origem do Cálculo Diferencial e Integral.* Rio de Janeiro: Monografia para obenção do grau de mestre em Orientação Educacional apresentada à Universidade Candido Mendes.

ANEXO 1 – Conteúdos Programáticos da Unidade Curricular de Matemática na Faculdade de Farmácia da Universidade de Coimbra

Programa

Capítulo I Cálculo diferencial

1.1 Funções reais de variável real

1.2 Função derivada

1.3 Derivadas parciais e vetor gradiente

1.4 Aplicação a modelos biológicos e químicos

Capítulo II Cálculo integral

2.1 Primitivas: primitivas imediatas, primitivas por partes e primitivas por substituição

2.2 Integral definido: definição e propriedades

2.3 Integral impróprio

2.4 Aplicações do cálculo integral

2.5 Fórmula do trapézio

2.6 Aplicação a modelos biológicos e químicos

Capítulo III Equações diferenciais

3.1 Modelação usando equações diferenciais

3.2 Equações diferenciais de variáveis separáveis

3.3 Crescimento e dacaimento exponencial

3.4 A equação logística

3.5 Equações diferenciais lineares

3.6 Aplicação a modelos biológicos e químicos

Capítulo IV Sistemas de equações lineares

4.1 Método da eliminação de Gauss

4.2 Notação matricial e operações com matrizes

4.3 Inversas e transpostas

4.4 Sistemas indeterminados e sistemas impossíveis

4.5 Aplicação a modelos biológicos e químicos

Matemática (Mat1)					
Área Científica	Mat	**Código**	Mat1	**Ano**	1
Língua de ensino	Português	**Duração**	1º Semestre	**Créditos ECTS**	5,5
Tipo	Obrigatória				
Horas de Contacto semanais					
Aulas Teóricas	2h	**Aulas Teórico-práticas**	2h		

Tabela A1 1- Escolaridade da unidade curricular de Matemática no MICF pela FFUC

Sumário da turma Teórica							
Aula	1	**Data**	20-09-2010	**Hora de Início**	11:00	**Duração**	1h
Sumário	Recepção aos alunos. Não houve aula.						
Aula	2	**Data**	23-09-2010	**Hora de Início**	10:00	**Duração**	1h
Sumário	Apresentação. Breve conversa com os alunos.						
Aula	3	**Data**	27-09-2010	**Hora de Início**	11:00	**Duração**	1h
Sumário	Capítulo I- Cálculo diferencial Funções reais de variável real. 1.1- Funções derivadas.						
Aula	4	**Data**	30-09-2010	**Hora de Início**	10:00	**Duração**	1h
Sumário	1.2- Funções Derivadas (cont.): teorema de Rolle e Lagrange.						
Aula	5	**Data**	04-10-2010	**Hora de Início**	11:00	**Duração**	1h
Sumário	1.3- Derivadas parciais e vector gradiente.						
Aula	6	**Data**	07-10-2010	**Hora de Início**	10:00	**Duração**	1h
Sumário	1.3- Derivadas parciais e vector gradiente (cont.). 1.4- Aplicação a modelos biológicos e químicos.						
Aula	7	**Data**	11-10-2010	**Hora de Início**	11:00	**Duração**	1h
Sumário	Capítulo II- Cálculo Integral 2.1- Primitivas 2.1.1- Primitivas imediatas. 2.1.2- Primitivas por partes.						
Aula	8	**Data**	14-10-2010	**Hora de Início**	10:00	**Duração**	1h
Sumário	2.1.2- Primitivas por partes.						
Aula	9	**Data**	18-10-2010	**Hora de Início**	11:00	**Duração**	1h
Sumário	2.1.3- Primitivação por substituição.						
Aula	10	**Data**	21-10-2010	**Hora de Início**	10:00	**Duração**	1h
Sumário	2.2- Integral definido. 2.2.1- Noção de área de uma figura plana. 2.2.2- Definição de integral definido. 2.2.3- Propriedades do integral definido.						

Aula	11	**Data**	25-10-2010	**Hora de Início**	11:00	**Duração**	1h
Sumário	2.2.4- O teorema fundamental do cálculo.						
Aula	12	**Data**	28-10-2010	**Hora de Início**	10:00	**Duração**	1h
Sumário	2.3- Integrais impróprios.						
Aula	13	**Data**	04-11-2010	**Hora de Início**	10:00	**Duração**	1h
Sumário	2.4- Aplicações do cálculo integral.						
Aula	14	**Data**	08-11-2010	**Hora de Início**	11:00	**Duração**	1h
Sumário	2.5- Fórmula do trapézio. 2.6- Aplicação a modelos biológicos e químicos.						
Aula	15	**Data**	11-11-2010	**Hora de Início**	10:00	**Duração**	1h
Sumário	Capítulo III- Equações diferenciais. 3.1- Modelação usando equações diferenciais.						
Aula	16	**Data**	15-11-2010	**Hora de Início**	11:00	**Duração**	1h
Sumário	3.2- Equações diferenciais de varáveis separáveis. 3.3- Crescimento e decaimento exponencial.						
Aula	17	**Data**	18-11-2010	**Hora de Início**	10:00	**Duração**	1h
Sumário	3.4- A equação logística.						
Aula	18	**Data**	22-09-2010	**Hora de Início**	11:00	**Duração**	1h
Sumário	3.5- Equações diferenciais lineares. 3.6- Aplicação a modelos biológicos e químicos.						
Aula	19	**Data**	25-11-2010	**Hora de Início**	10:00	**Duração**	1h
Sumário	Capítulo IV- Sistemas de equações lineares. 4.1-Métodos de eliminação de Gauss.						
Aula	20	**Data**	29-11-2010	**Hora de Início**	11:00	**Duração**	1h
Sumário	4.2- Notação matricial e operações com matrizes 4.2.1- Notação matricial.						
Aula	21	**Data**	02-12-2010	**Hora de Início**	10:00	**Duração**	1h
Sumário	4.2.2- Operações com matrizes.						
Aula	22	**Data**	06-12-2010	**Hora de Início**	11:00	**Duração**	1h
Sumário	4.3- Inversas e transpostas.						
Aula	23	**Data**	09-12-2010	**Hora de Início**	10:00	**Duração**	1h
Sumário	4.4- Sistemas indeterminados e sistemas impossíveis.						
Aula	24	**Data**	13-12-2010	**Hora de Início**	11:00	**Duração**	1h
Sumário	4.5- Aplicação a modelos biológicos e químicos.						
Aula	25	**Data**	16-12-2010	**Hora de Início**	10:00	**Duração**	1h
Sumário	Revisões. Fim do Curso.						

Tabela A1 2- Sumário das aulas teóricas da unidade curricular de Matemática no MICF pela FFUC

Avaliação

Os alunos podem optar por uma de duas formas de avaliação. Testes de frequências ou exame final.

Testes de frequência - serão realizados 2 testes escritos, constando de questões relativas à matéria lecionada nas aulas teóricas e da resolução de problemas teórico-práticos. A classificação final é igual à média aritmética das notas dos testes de frequência. Os alunos poderão optar pela segunda forma de avaliação até à data do segundo teste.

Exame final – prova escrita constando de questões relativas à matéria lecionada nas aulas teóricas e da resolução de problemas teórico-prático. O exame pode ser realizado em época normal ou em época de recurso.

É condição de aproveitamento à disciplina a frequência de pelo menos 2/3 das aulas teórico-práticas.

Ficam aprovados à unidade curricular os alunos que obtenham na prova escrita classificação superior ou igual a 10 valores. Classificação compreendida entre 8 e 9,4 valores deverão realizar uma prova oral. As classificações finais superiores a 95% da cotação global serão reavaliados com critério mais exigente, sem prejuízo dos 95% já obtidos.

ANEXO 2 – Conteúdos Programáticos da Unidade Curricular de Matemática na Universidade da Beira Interior

UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR
Covilhã | Portugal

matemática

Regente

Vadim Vladimirovich Iourinski

Objetivos

Aplicar conceitos e métodos do Cálculo Diferencial e Integral na modelação de situações praticas e resolução de problemas motivados por pesquisa na área das Ciências Farmaceûticas.

Resultados

No final da unidade curricular o aluno deve ser capaz de aplicar conceitos e métodos de Cálculo Diferencial e Integral à resolução de problemas de índole prática.

Programa

Derivação: cálculos com funções compostas e implicitas, derivadas de ordens superiores, diferencial. Teoremas de valor medio (Fermat, Rolle, Lagrange) e localisação de extremo. Cálculos com derivadas implicitas e diferenciais.

Integral indefinido: primitivas, integração por partes, cálculo de primitivas usando substituições.

Integral definido: existência e propriedades, métodos de cálculo (regra de cadeia, uso de substituições).

Equações diferenciais. Equações separaveis de ordem 1: propriedades e aplicações (autocatálise, propagação de infecções). Equação linear de grau 1: solução de problemas.

Funções de variáveis bidimensionais: limite e continuidade, definição e notação de derivadas, teorema de Clairaut. Funções diferenciais : exemplos. Diferencial de função. Aproximação de função diferenciavel. Regra de cadeia para funções de argumento bi-dimensional e cálculos com funções de argumento bidimensional (exemplos elementares).

Bibliografia

A - Stuart J. Cálculo, São Paulo, Cengage Learning: Thomson Learning, 2008, Vol.1-2.

B - Batshelet E. Introduction to mathematics for life scientists. Berlin, Springer, 1979.

Metodologias

Estão programadas aulas teórico-práticas de carácter dinâmico.

Avaliação

Assiduidade: 70% (com isenção de alunos-trabalhadores).
1. Avaliação contínua obrigatória para obtenção de Frequência.
2. Avaliação contínua: 3 testes escritos.
3. Dispensa de exame: nota de cada teste igual ou superior 6 e média das 3 notas igual ou superior a 9.5.

Ano / Semestre	1 / S1
ECTS	6
Carga Horária	TP(64H)
Tipo de Unidade Curricular	Normal
Tipo de Ensino	Presencial
Área Científica	Matemática
Língua	Português
Estágios	Não previstos

Tabela A2 1- Escolaridade da unidade curricular de Matemática no MICF pela UBI

ANEXO 3– Conteúdos Programáticos da Unidade Curricular de Matemática na Faculdade de Farmácia da Universidade de Lisboa

Matemática 2012-2013

Sumários das aulas Teóricas

AULA 1- Apresentação: Regras de funcionamento da disciplina; corpo docente; método de avaliação; programa e bibliografia.

AULA 2- Estudo das funções exponencial e logaritmica.

AULA 3- Definição de derivada de uma função num ponto. Derivadas de ordem n. Derivada da soma e do produto de funções diferenciáveis. Derivada da inversa aritmética de uma função diferenciável. Derivada do quociente de funções diferenciáveis. Derivada da função composta.

AULA 4- Derivada da função inversa. Exemplos. Derivada da função logarítmica. Derivada da função potência exponencial.

AULA 5- Derivadas das funções trigonométricas. Funções trigonométricas inversas . Derivada da função y=arcsen x.

AULA 6- Conclusão do estudo das funções trigonométricas inversas . Funções hiperbólicas: introdução.

AULA 7- Conclusão do estudo das funções hiperbólicas.

AULA 8- Derivação de funções dadas na forma implícita: primeira derivada.

AULA 9- Derivação de funções dadas na forma implícita: segunda derivada. Representação paramétrica de curvas no plano.

AULA 10– Derivação de funções dadas na forma paramétrica: primeira e segunda derivada. Estudo de um exemplo.

AULA 11– Conclusão do estudo das funções dadas na forma paramétrica. Primitivas. Exemplos. Primitivas imediatas.

AULA 12– Primitivas imediatas e quase-imediatas. Método de decomposição. Exemplos.

AULA 13 – Primitivas de potências do seno, do cosseno e da tangente. Primitivação por partes. Exemplos.

AULA 14 – Exemplos de primitivação por partes. Primitivação por substituição.

AULA 15 – Conclusão do estudo da primitivação por substituição.

AULA 16 – Funções racionais: Primitivação de fracções simples. Exemplos.

AULA 17 – Primitivação de funções racionais. Exemplos do primeiro e do segundo casos.

AULA 18 – Primitivação de funções racionais: Exemplos do terceiro e do quarto casos. Integral de Riemann: introdução.

AULA 19 – Estudo do Integral de Riemann: Definição e propriedades.

AULA 20 – Integral indefinido. Teorema Fundamental do Cálculo Integral. Integração por partes. Integração por substituição.

AULA 21 – Cálculo de áreas. Integrais impróprios de 1ª. Espécie.

AULA 22 – Exemplos de Integrais impróprios de 1ª. Espécie. Integrais impróprios de 2ª. Espécie.

AULA 23 – Equações diferenciais de primeira ordem. Solução geral. Solução que satisfaz uma condição inicial dada. Equações diferenciais lineares. Exemplos.

AULA 24 – Equações diferenciais separáveis. Resolução de exercícios.

FACULDADE DE FARMÁCIA
Universidade de Lisboa

Master Integrated In Pharmaceutical Sciences

Course title: Mathematics

ECTS: 7

Course contents:

Differential calculus. Transcendental functions and their derivatives [inverse trigonometric functions and hyperbolic functions (direct and inverse)]. Implicit and parametric differentiation. Partial derivatives.

Integral calculus. Primitive functions (antiderivatives). Techniques of integration. Decomposition method. Integration by substitution. Integration by parts. Integration of rational functions by partial fractions. Definite integral. The Riemann integral. Mean value theorem. Fundamental theorem of calculus. Indefinite integral and antiderivative. Barrow's rule. Improper integrals. Areas and other applications of the definite integral. Integration by numerical methods.

Differential equations. Separable equations. Homogeneous equations. First-order linear differential equations. Linear equations of second order with constant coefficients.

Infinite series. Power series. Tests for convergence. Taylor and Maclaurin series. Applications.

Teaching Methods

Lectures (26h) cover the subject materials in a classical one-way interaction mode.
Practicals (36 h) include solving of problems in mathematical analysis

Assessment Methods

Classical written final examination (2.5 h).

Av. Prof. Gama Pinto, 1649-003 Lisboa
Tel: +351 217 946 400 - Fax: +351 217 946 470
Email: expediente@ff.ul.pt

ANEXO 4 – Conteúdos Programáticos da Unidade Curricular de Matemática e Bioestatística na Faculdade de Farmácia da Universidade do Porto

ECTS: 6

Carga horária: (65h) 3h T, 2h TP (por semana)

Programa:

<u>I. Revisões</u>

Funções logaritmo e exponencial;

Funções trigonométricas;

Derivação.

<u>II. Cálculo integral</u>

1. Integral de Riemann numa variável:

a) Noção de integral de Riemann como área com sinal de uma região delimitada pelo gráfico de uma função.

b) Propriedades básicas de integração.

c) Teorema fundamental do cálculo.

d) Cálculo de integrais usando primitivas.

e) Determinação de áreas de regiões do plano.

2. Noções elementares de primitivação:

a) Noção de primitiva.

b) Regras algébricas de primitivação.

c) Primitivação de funções polinomiais.

d) Primitivação de funções trigonométricas.

e) Primitivação por substituição.

f) Primitivação por partes.

3. Integrais impróprios com limites de integração ilimitados.

III. Equações diferenciais ordinárias

1. Equações diferenciais ordinárias de primeira ordem:

   a) Equações diferenciais ordinárias de primeira ordem lineares.

   b) Equações diferenciais ordinárias de primeira ordem separáveis

2. Aplicações a modelos farmacocinéticos e modelos de dinâmica populacional.

IV. Probabilidades

1. Introdução à noção de distribuição de probabilidade:

   a) Noção de probabilidade.

   b) Variáveis aleatórias discretas e contínuas.

   c) Função (densidade) de probabilidade e função distribuição de probabilidade.

   d) Quantis, medidas de tendência central (média, mediana e moda) e medidas de dispersão (variância e desvio-padrão).

2. Distribuições de probabilidade conjuntas discretas:

   a) Função densidade de probabilidade conjunta, função densidade marginal, função de distribuição conjunta.

   b) variáveis aleatórias independentes.

   c) média, covariância e correlação.

3. Modelos probabilísticos usuais:

   a) Uniforme (discreto e contínuo), binomial, multinomial*, Poisson, normal, qui-quadrado, t-Student, exponencial.

   b) Relações entre algumas distribuições.

4. Amostras de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas:

   a) Distribuição amostral (função de distribuição empírica, histograma, boxplot).

b) Estatísticas associadas a uma amostra (proporção amostral, média amostral, variância amostral).

c) Lei dos grandes números.

d) Teorema do limite central.

e) Média amostral como uma variável aleatória.

V. Inferência Estatística

1. Intervalos de confiança. Intervalos de confiança para a média, variância e proporção.

2. Testes de hipóteses:

a) Erro de tipo I e de tipo II, nível de significância, potência.

b) Valor-p (valor prova) de um teste.

c) Relação entre testes de hipóteses e intervalos de confiança.

d) Testes paramétricos para a média e proporção.

A. Rita Gaio

Departamento de Matemática

Faculdade de Ciências do Porto

R. Campo Alegre, 687

4169-007 PORTO

Portugal

Sumários

- Revisões sobre derivação.

- Revisões sobre trigonometria.

- Revisões sobre as funções logaritmo e exponencial.

- Noção de primitiva de uma função. Regras algébricas de primitivação.

- Primitivação de funções polinomiais. Primitivação de funções trigonométricas.

- Método de primitivação por partes no cálculo de primitivas.

- Método de substituição no cálculo de primitivas.

- Somas superior e inferior de uma função limitada f numa partição de um intervalo fechado [a,b]. Integral de Riemann de f em [a,b]. Funções contínuas definidas em intervalos fechados são primitiváveis nesses intervalos. Algumas propriedades da primitivação.

- Teorema fundamental do cálculo. Cálculo de integrais usando primitivas.

- Determinação de áreas de regiões do plano definidas por gráficos de funções.

- Determinação de áreas de regiões do plano definidas por gráficos de funções - continuação.

- Integrais impróprios.

- Aula de esclarecimento de dúvidas para o teste de avaliação.

- Noção de probabilidade. Propriedades básicas das probabilidades. -Probabilidades condicionadas. Exemplos de aplicação.

- Teorema de Bayes e teorema de probabilidade total Exemplos de aplicação. - - Variáveis aleatórias e função de probabilidade.

- Função de distribuição, média, variância e desvio-padrão de uma variável aleatória. Exemplos do cálculo da função distribuição, valor esperado e variância de variáveis aleatórias discretas.

- Distribuição uniforme discreta. Distribuição binomial. Distribuição de Poisson. Propriedades. Instruções em SPSS para determinação de probabilidades e quantis.

- Distribuição uniforme contínua. Distribuição normal. Distribuição t. Propriedades. Instruções em SPSS para determinação de probabilidades e quantis.

- Distribuição qui-quadrado. Exemplos e propriedades. Amostragem e amostra aleatória. Introdução à estatística descritiva. Medidas de localização de uma amostra aleatória. Exemplos.

- Estatística descritiva: continuação. Medidas de escala de uma amostra aleatória, coeficiente de variação, erro padrão da média, histograma, boxplot, gráfico de barras. Exemplo de aplicação.

- Estatísticas amostrais. Lei dos grandes números. Teorema do limite central.

- Intervalos de confiança: descrição da estrutura geral, usando o método pivotal. Aplicação ao caso do intervalo de confiança para a média na situação em que a variável subjacente segue uma distribuição normal. Generalização para intervalos de confiança de outros parâmetros.

- Introdução à teoria dos testes de hipóteses. Hipótese nula, hipótese alternativa, estatística de teste e condições de aplicação. Nível de significância, valor de prova e potência de um teste. Teste de hipóteses sobre a média de uma distribuição. Exemplo.

- Teste de hipóteses sobre a proporção. Exemplo.

Avaliação

Realização de dois testes em avaliação contínua e exame final à disciplina.

Para serem aprovados à disciplina os alunos são obrigados a frequentar pelo menos 2/3 das aulas teórico-práticas.

ANEXO 5 – Conteúdos Programáticos da Unidade Curricular de Biomatemática na Faculdade Fernando Pessoa

Biomatemática

Carga Lectiva: 60
Unidade ECTS: 4

Competências / Resultados de Aprendizagem

O principal objectivo da disciplina de Biomatemática é a criação de bases sólidas de conhecimentos de Cálculo (função, derivada, integral e equação diferencial) e de Álgebra (matriz, determinante, sistema de equações) que virão a ser úteis em outras disciplinas do plano curricular do curso. Irá realizar-se uma abordagem pragmática procurando incidir-se nas aplicações dos diferentes conceitos a problemas da área das Ciências da Saúde em geral e das Ciências Farmacêuticas em particular.
Competências a atingir:
- conhecimentos gerais básicos de cálculo e álgebra;
- traduzir problemas da área das ciências farmacêuticas em linguagem matemática;
- resolver problemas da área das ciências farmacêuticas utilizando o cálculo e a álgebra;
- desenvolvimento do pensamento abstracto e lógico;

Sistema de Avaliação

A avaliação desta unidade curricular será feita através de duas provas de avaliação contínua e de fichas de trabalho semanais.Cada uma das provas tem a duração de 1 hora e 30 minutos, incidindo sobre o programa leccionado até ao momento da prova. A ficha de trabalho semanal consiste num conjunto de exercícios que se destinam a por em prática os conhecimentos adquiridos semana a semana. O aluno dispõe de uma semana para entregar a resolução da ficha de trabalho semanal.
A avaliação final desta unidade curricular será expressa através de uma classificação na escala numérica inteira de 0 a 20 e será calculada de acordo com as seguintes fórmulas:
Notal final= 0.8 x (média aritmética das notas obtidas nas duas provas de avaliação)+0.2 x (nota obtida no conjunto das fichas de trabalho semanais)
Os alunos cuja nota final seja inferior a 10 valores serão remetidos para o exame de recurso. O exame de recurso é uma prova que incide sobre a totalidade do programa leccionado. A duração prevista é de 2 horas e 30 minutos. A data da sua realização é estipulada pela Faculdade. Está previsto um exame oral para os alunos cuja nota neste exame fique entre 8 (oito) e 9 (nove) valores. A assistência às aulas é, por norma, obrigatória. As percentagens mínimas de presenças obrigatórias são as seguintes: aulas teóricas - 50% e teórico-práticas - 50%. Os alunos repetentes, que no ano anterior tenham cumprido a percentagem de assiduidade mínima, apenas terão que cumprir 15% de assiduidade. O não cumprimento das percentagens indicadas a ambas as tipologias de aula (T e TP) impede o aluno de ser avaliado à disciplina. Não será aceite a entrada na sala de aula após o tempo de tolerância máximo de 5 minutos.

Conteúdos Programáticos

1. Regras operatórias do cálculo algébrico. Polinómios. Equações e inequações.
1.1 - Álgebra de expoentes.
1.2 - Polinómios.
1.2.1 - Operações com polinómios. Adição, subtracção, multiplicação, divisão.
1.2.2 - Decomposição de polinómios em factores.
1.3 - Domínio de expressões racionais fraccionárias,
1.4 - Equivalência e simplificação de fracções algébricas.
1.5 - Operações com fracções racionais.
1.6 - Expressões irracionais; radicais.
1.7 - Equações e inequações.
1.7.1 - Resolução de equações.
1.7.2 – Resolução de inequações.

2. Gráficos.
2.1 - Sistema de coordenadas rectangular.
2.2 - Gráficos.
2.3 - Interpolação.
2.4 - Equação da recta.

2.5 - Aplicações gráficas em modelação e no processamento de dados.
2.6 - Aplicações gráficas ao cálculo matemático

3. Funções reais de variável real.
3.1 - Definição (directa, geométrica e analítica);
3.2 – Domínio e Contradomínio;
3.3 - Operações sobre funções.
3.4 - Função Inversa,
3.5 - Composição de funções,
3.6 - Classificação de Funções: funções algébricas (polinomiais, racionais) e transcendentes.
3.6.1 - Funções trigonométricas e funções trigonométricas inversas.
3.6.2 - Fórmulas trigonométricas correntes.
3.7 - Função exponencial e Função logarítmica;
3.7.1 - Propriedades operatórias dos logarítmos, aplicação na linearização de funções do tipo: e .
3.8 - Limites de funções reais de variável real.
3.8.1 - Interpretação geométrica.
3.8.2 - Definição.
3.8.3 - Existência do limite.
3.8.4 - Regras de cálculo de limites.
3.8.4.1 - Limites de funções algébricas.
3.8.4.2 - Limites de funções trigonométricas.
3.8.4.3 - limites de funções exponenciais e logarítmicas.
3.9 - Continuidade de funções.
3.9.1 - Interpretação geométrica.
3.9.2 - Definição.
3.9.3 - Continuidade à direita e à esquerda de um ponto;
3.9.4 - Continuidade num intervalo fechado;
3.9.5 - Propriedades das funções contínuas;
3.9.6 - Teoremas das funções contínuas; teorema do valor intermédio.

4. Derivadas de funções reais de variável real.
4.1 - Conceito de taxa de variação e de recta tangente a uma curva num ponto;
4.2 - Definição de derivada;
4.2.1 - Interpretação geométrica;
4.3 - Condições de existência da derivada num ponto.
4.4 - Regras de derivação:
4.4.1 - Derivada da função constante;
4.4.2 - Derivada de uma potência de x;
4.4.3 - Derivada da soma ou diferença de funções;
4.4.4 - Derivada do produto de funções;
4.4.5 - Derivada do quociente de funções;
4.4.6 - Derivada da função composta;
4.4.7 - Derivada da função inversa;
4.4.8 - Derivada da raiz;
4.4.9 - Derivadas das funções trigonométricas;
4.4.10 - Derivadas das funções trigonométricas inversas;
4.4.11 - Derivada da função exponencial e logarítmica;
4.4.12 - Derivada da exponencial potência.
4.5 - Diferenciação implícita;
4.6 - Derivadas de ordem superior.

5. Aplicações da diferenciação.
5.1 - Determinação dos intervalos de crescimento e decrescimento de funções;
5.2 - Determinação do sentido da curvatura do gráfico de uma função. Concavidade;
5.3 - Determinação dos extremos (máximos e mínimos) relativos.
5.3.1 - Testes da primeira derivada e da segunda derivada.
5.4 - Determinação dos extremos absolutos,
5.4.1 - Aplicação em problemas de optimização.
5.5 - Teorema de valor médio.
5.5.1 - Aplicação no cálculo de limites (regra de l'Hôpital).

5.6 - Método de Newton (resolução de equações não lineares).

6. Introdução ao Cálculo Integral.
6.1 - Motivação para o Cálculo Integral: o problema da área.
6.2 - Determinação da área debaixo de uma curva utilizando o método dos rectângulos.
6.3 – Determinação da área debaixo de uma curva utilizando o método das antiderivadas.
6.4 - O integral indefinido: definição e propriedades.
6.5 - Integrais imediatos.
6.6 - Integração por substituição.

7. Técnicas adicionais de integração.
7.1 - Integração por partes;
7.2 - Utilização da decomposição em fracções parciais na integração de funções racionais.
7.3 - Substituições trigonométricas para integração de funções com radicais;
7.4 - Integrais contendo a expressão quadrática irredutível;
7.5 - Integrais trigonométricos.

8. O integral definido. Aplicações do Cálculo integral.
8.1 - Definição de área debaixo de uma curva;
8.2 - Definição de integral definido;
8.3 - Propriedades do integral definido
8.4 - Teorema fundamental do Cálculo.
8.5 - Determinação da área entre duas curvas;
8.6 - Determinação de volumes;
8.7 - Determinação de comprimentos de curvas;
8.8 - Determinação do valor médio de uma função;

9. Introdução às equações diferenciais.
9.1 - Definição, ordem e linearidade, solução geral e particular.
9.2 - Equações diferenciais de primeira ordem lineares;
9.2.1 - Definição e resolução pelo método do factor integrante.
9.3 - Equações diferenciais de variáveis separáveis;
9.3.1 - Definição e resolução pelo método de separação de variáveis.

10. Modelação matemática com equações diferenciais de 1ª ordem lineares de variáveis separáveis.
10.1 - Aplicação em problemas de crescimento e decaimento exponencial;
10.2 - Aplicação em problemas de cinética química;
10.3 - Aplicação em problemas envolvendo a equação da continuidade;
10.4 - Aplicação em problemas de mecânica e electromagnetismo.

11. Matrizes.
11.1 - Definição;
11.2 - Álgebra de matrizes;
11.3 - Matriz transposta;
11.4 - Matriz inversa;
11.5 - Operações elementares de uma matriz;
11.5.1 - Inversão de matrizes através de operações elementares;
11.6 - Determinante de uma matriz;
11.6.1 - Definição;
11.6.2 - Propriedades dos determinantes;
11.6.3 - Cálculo do determinante de uma matriz utilizando o desenvolvimento por linhas ou colunas
11.6.4 - Cálculo do determinante de uma matriz utilizando o método da triângulação;
11.6.5 – Inversão de matrizes por recurso a determinantes;

12. Sistemas de equações lineares.
12.1 - Definição;
12.1.1 - Representação matricial;
12.1.2 - Classificação de acordo com a natureza da solução;
12.1.3 - Sistemas equivalentes;
12.2 - Resolução de sistemas de equações

12.2.1 - Resolução pelo método de eliminação de Gauss;
12.2.2 - Resolução pelo método da matriz inversa;
12.2.3 - Resolução pela regra de Cramer.

Bibliografia

[1] - Neuhauser C., Calculus for Biology and Medicine 2nd Ed. Prentice Hall, 2004.
[2] - Farlow, S. An Introduction to Differential Equations and their Applications, McGraw-Hill, 1994.
[3] - Barbosa, J. Noções sobre Matrizes e Sistemas de Equações Lineares FEUPedições, 2004.
[4] - Anton, H. ; Bivens, I.; Davis, S. Calculus 7th Ed. John Wiley and Sons, 2002.
[5] - Silva, J. Princípios de Análise Matemática Aplicada, McGraw-Hill, 1994.
[6] - Chapra, S.; Canale, R. Numerical Methods for Enginners 4th Ed., McGraw-Hill, 2002.

Metodologia de Ensino-Aprendizagem e Execução de ECTS por Unidade Lectiva e Respectivas Competências a Adquirir

As aulas desta unidade curricular estão divididas em "aulas teóricas" que se destinam primeiramente à exposição dos conteúdos programáticos e em "aulas teorico-práticas" nas quais são resolvidos exercícios de aplicação. Por forma a fomentar o desenvolvimento de aptidões para trabalhar de forma autónoma irá ser distribuído quinzenalmente aos alunos uma ficha de trabalho individual.

Resumo

Revisão de conceitos fundamentais: álgebra de fracções; álgebra de expoentes; álgebra de polinómios; equações e inequações. Funções reais de variável real: Limites, Continuidade, Derivabilidade. Integrais e Primitivas: Integral indefinido ou primitiva, Integral definido; Aplicações da integração. Equações diferenciais: conceito e solução; Equações diferenciais separáveis; Equações diferenciais lineares de 1° ordem; Aplicações. Matrizes; Determinantes; Sistemas lineares; Sistemas de equações não-lineares; Aplicações.

Abstract

Introduction: algebra of fractions; algebra of exponents; algebra of polynomials; equations and inequalities; Real Valued Functions: Limits; Continuity; Derivatives; Integral calculus: Indefinite integral, primitives; Definite integrals; Applications. Differential equations: concept and solution; Separable equations; First order Linear equations; Applications; Matrices; Determinants; Linear systems; Systems of non-linear equations; Applications;

ANEXO 6 – Conteúdos Programáticos da Unidade Curricular de Matemática na Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS DA SAÚDE

Mestrado Integrado em Ciências Farmacêuticas

Matemática

1º Ano/1º Semestre
Ano lectivo 2012/2013

Escolaridade

Teóricas (h/semana)	Teórico/Práticas (h/semana)	Laboratoriais (h/semana)	Seminários (h/semana)	Outras acções (h/semana)	Escolaridade Total	Unidades de Crédito ECTS
2	2	0	0	0	60	4,5

Corpo Docente

Língua de ensino Português

Coordenação: Carla Isabel da Silva Monteiro — Prof. Auxiliar Convidado

Outros docentes: Luís Manuel Roque da Saúde Dimas

Âmbitos e Objectivos

Considerando que a Matemática é provavelmente uma das ciências com maior índice de aplicação no que diz respeito à resolução de problemas estudados na maioria das áreas do saber, facilmente se compreende a razão pela qual ela hoje faz parte dos planos de estudo da generalidade dos cursos superiores em áreas da ciência tão distintas como a Física, a Química, a Biologia, a Economia, entre muitas outras, e mais recentemente dos planos de estudo das novas Licenciaturas ligadas à área das Ciências da Saúde.

Desta forma e tendo em atenção as considerações anteriormente produzidas, ao elaborar o programa da unidade curricular de Matemática do 1º semestre, pretendeu-se que os estudantes do 1º ano da Licenciatura em Ciências Farmacêuticas, ao longo do semestre, adquiram conhecimentos, ferramentas e técnicas elementares (na área da Análise Matemática e da Álgebra Linear) e desenvolvam competências específicas indispensáveis à construção de uma plataforma teórica suficientemente sólida e com um elevado grau de aplicação prática, que sirva de apoio não só à compreensão e resolução de questões (elementares) na área da própria Matemática, mas também, e em especial, no que diz respeito ao apoio às restantes matérias da Licenciatura.

Competências

Após a frequência e conclusão com aproveitamento desta unidade curricular, o estudante deverá ter adquirido/desenvolvido as seguintes competências na área da Matemática:

Vertente teórica/teórico-prática

- **Competências de carácter geral**
  - Analisar situações concretas elementares (no âmbito da área das Ciências da Saúde), identificando modelos matemáticos que permitam a sua interpretação e resolução;
  - Seleccionar estratégias adequadas de resolução de problemas;
  - Interpretar e criticar resultados no contexto do problema;
  - Fazer raciocínios demonstrativos, utilizando métodos adequados (nomeadamente, o método de redução ao absurdo, o método de indução matemática e a utilização de contra-exemplos);
  - Comunicar conceitos, raciocínios e ideias com clareza e rigor lógico.

- **Competências de carácter específico**
  - Dominar os conceitos básicos e alguns resultados (teoremas/propriedades) fundamentais sobre funções reais de variável real e cálculo diferencial em IR;
  - Dominar o cálculo em IR e operar com expressões racionais, com radicais, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas;
  - Dominar e aplicar os conceitos de limite, continuidade e derivabilidade de uma função real de variável real na resolução de problemas elementares;
  - Aplicar conhecimentos de análise Infinitesimal (por exemplo, aplicação dos teoremas de Rolle, Lagrange e Cauchy entre outros) no estudo de funções reais de variável real, nomeadamente no que diz respeito à interpretação de fenómenos e à resolução de problemas no âmbito da área das Ciências da Saúde;
  - Dominar os conceitos básicos e alguns resultados (teoremas/propriedades) fundamentais sobre cálculo integral em IR;
  - Identificar a relação existente entre o conceito de primitiva e o conceito de derivada de uma função real de variável real;
  - Conhecer e aplicar as técnicas elementares de primitivação e do cálculo integral (por decomposição, por partes e por substituição) na determinação das primitivas e no cálculo de áreas planas associadas a funções reais de variável real não negativas;
  - Reconhecer a importância dos integrais impróprios e dos respectivos critérios de convergência no estudo da noção de integral de funções, reais de variável real, não limitadas ou com domínio não limitado.
  - Dominar os conceitos básicos e alguns resultados (teoremas/propriedades) fundamentais sobre matrizes, sistemas de equações lineares e determinantes;
  - Dominar o cálculo operatório com matrizes;
  - Classificar os vários tipos de sistemas de equações lineares;
  - Estruturar e resolver, utilizando os vários métodos de resolução, sistemas de equações lineares e interpretar as soluções obtidas no contexto do problema;
  - Resolver equações matriciais.

Programa Geral

Álgebra Linear

1. Matrizes

1.1. Generalidades e definições.
1.2. Matrizes especiais.
1.3. Operações com matrizes.
1.4. Inversa de uma matriz.

2. Sistemas de Equações Lineares

2.1. Generalidades e definições. Representação matricial de um sistema de equações.
2.2. Operações elementares de Gauss. Método de condensação (eliminação) de Gauss.
2.3. Característica de uma matriz. Classificação dos sistemas de equações lineares.
2.4. Cálculo da inversa de uma matriz utilizando o método da condensação.
2.5. Sistemas homogéneos. Propriedades.

3. Determinantes

3.1. Definição. Regra de Sarrus.
3.2. Teorema de Laplace. Propriedades.
3.3. Condição de existência da inversa de uma matriz quadrada. Regra de Cramer.
3.4. Matriz adjunta de uma matriz quadrada.

Análise Matemática

4. Cálculo Diferencial (em IR)[1]

4.1. Funções reais de variável real: Função exponencial e função logarítmica. Funções trigonométricas. Noções topológicas em IR. Limites e continuidade.
4.2. Derivada de uma função num ponto. Estudo local e interpretação geométrica.
4.3. Função derivada e regras de derivação. Derivada de ordem "n".
4.4. Teoremas fundamentais: Rolle, Lagrange, Darboux, Cauchy e Taylor. Indeterminações.
4.5. Estudo e representação gráfica de funções reais de variável real: extremos, monotonia, sentido das concavidades e pontos de inflexão. Aplicações da fórmula de Taylor à representação gráfica de funções reais de variável real (extremos, sentido das concavidades e pontos de inflexões).

5. Cálculo Integral (em IR)

5.1. Primitivas. Métodos gerais de primitivação.
5.2. Integral definido (integral de Riemann). Propriedades.
5.3. O integral indefinido. Teorema fundamental do cálculo integral. Fórmula de Borrow.
5.4. Métodos de Integração. Cálculo de áreas planas.
5.5. Integrais Impróprios. Critérios de convergência.

Programa Teórico/Prático

Exercícios de aplicação a par de resumos teóricos (sempre que tal se mostrar indispensável) sobre as matérias e conteúdos programáticos leccionados nas aulas teóricas.

Metodologia de Ensino

- **Aulas Teóricas**

Aulas magistrais com frequência voluntária seguindo o programa definido e de acordo com os objectivos definidos para unidade curricular.

- **Aulas Teórico-Práticas**

Aulas teórico-práticas, orientadas por um docente da unidade curricular, com frequência obrigatória, destinadas a aprofundar e exercitar as matérias e os conteúdos programáticos leccionados nas aulas teóricas. Sempre que tal se justifique, o docente poderá abordar/introduzir conceitos/noções teóricas relativas ao Programa Geral da unidade curricular não abordadas nas aulas teóricas.

Cronograma

Semana	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Tipo	AC	AC	AC	AC	AC	AC	T1	AC	AC	AC	AC	AC	T2		
Horas	5	5	4	4	5	5	5	4	4	5	5	5	4		

[1] Parte substancial da matéria referida nos pontos 1.1., 1.2. e 1.3. será considerada apenas em termos de revisões.

Legenda: Tipo: AC - Avaliação contínua T1/T2 – Teste escrito intercalar

Avaliação (requisitos para aprovação):

No que segue, T1 e T2 representam, respectivamente, a classificação obtida no 1.º e no 2.º teste escrito intercalar (frequências), CE representa a classificação no exame escrito final e CF representa a classificação final na unidade curricular.

Requisito para qualquer modalidade de avaliação: Frequência obrigatória de dois terços das aulas teórico-práticas com registo da presença do estudante. O estudante que exceda o limite de faltas permitido relativamente às aulas teórico-práticas, sem apresentar justificação adequada terá como consequência a sua reprovação na unidade curricular.

- **Avaliação contínua**

1. Realização de dois testes escritos intercalares, designados por frequências, a realizar em horário previamente definido para o efeito e de acordo com o cronograma anterior. Cada teste será cotado na escala de 0 a 20 valores com classificação arredondada às décimas. Para efeitos de aprovação na unidade curricular por meio do processo de avaliação contínua, a classificação mínima em cada um dos referidos testes não pode ser inferior a 8,0 valores, para além disso, a média aritmética (arredondada às décimas) das classificações obtidas pelo estudante nos dois testes escritos intercalares não pode ser inferior a 9,5 valores. O estudante cuja média aritmética das classificações obtidas nos dois testes escritos intercalares seja inferior a 9,5 valores ou que obtenha classificação inferior a 8,0 valores em qualquer dos referidos testes, para aprovar na unidade curricular terá que realizar, obrigatoriamente, o exame escrito final.

2. O **estudante com estatuto de Trabalhador-Estudante**, caso o seu horário laboral o impeça de frequentar as aulas teórico-práticas poderá sempre realizar os dois testes escritos intercalares no âmbito da avaliação contínua se for essa a sua opção.

3. Classificação final na unidade curricular - avaliação contínua: CF = 0,5 X T1 + 0,5 X T2

   No âmbito da avaliação contínua, considera-se aprovado, na presente unidade curricular, todo o estudante cuja classificação final, arredondada às décimas (na escala de 0 a 20 valores), seja superior ou igual a 9,5 valores (CF $\geq$ 9,5). A Classificação final na unidade curricular será posteriormente arredondada às unidades.

- **Avaliação por exame escrito final**

1. Classificação final na unidade curricular - avaliação por exame escrito final: CF = CE

   No âmbito da avaliação exclusivamente por exame final escrito, considera-se aprovado, na presente unidade curricular, todo o estudante cuja classificação no exame escrito final, arredondada às décimas (na escala de 0 a 20 valores), seja superior ou igual a 9,5 valores (CE $\geq$ 9,5). A Classificação final na unidade curricular será posteriormente arredondada às unidades.

Bibliografia Principal:

Aulas Teóricas (Álgebra Linear)

1. CARREIRA, Adelaide; PINTO, Gonçalo, – Cálculo Matricial : Teoria Elementar, Volume I, Instituto PIAGET, 1999, ISBN 972-771-088-3
2. FERREIRA, Manuel; AMARAL, Isabel, – Álgebra Linear : Matrizes e Determinantes, Volume I, 7ª Edição, Edições Sílabo, 2006, ISNB 972-618-397-9

3. MONTEIRO, António, – Álgebra Linear e Geometria Analítica, Editora McGraw-Hill de Portugal, Lda., 2001

Aulas Teóricas (Análise Matemática)

4. LARSON, Ron; EDWARDS, Bruce H., - Calculus, 9ª Edição, Brooks Cole, 2009, ISBN: 054-716-702-4
5. LARSON, Ron; HOSTETLER, Robert P.; EDWARDS, Bruce H., - Cálculo, 8ª Edição, McGraw Hill, 2006, ISBN: 858-680-456-8
6. BAPTISTA, Maria, – Cálculo Diferencial em IR, 3ª Edição, Edições Sílabo, 2006, ISBN 972-618-399-5
7. FERREIRA, Manuel; AMARAL, Isabel, – Primitivas e Integrais, 5ª Edição, Edições Sílabo, 1994, ISBN 972-618-422-3
8. FLEMMING, Diva; GONÇALVES, Mírian, – Cálculo A : Funções, Limites, Derivação e Integração, 5ª Edição, São Paulo, Makron Books, 1992, ISBN 0-07-460687-5
9. SARRICO, Carlos, – Análise Matemática : Leituras e exercícios, 5ª Edição, Gradiva – Publicações, Lda., 2003, ISBN 972-662-522-X

Aulas Teórico-Práticas (Álgebra Linear)

1. CARREIRA, Adelaide, – Cálculo Matricial : Exemplos e Aplicações, Volume II, Instituto PIAGET, 2000, ISNB 972-771-089-1
2. FERREIRA, Manuel, – Exercícios : Álgebra Linear : Matrizes e Determinantes, Volume 1, 5ª Edição, Edições Sílabo, 2006, ISBN 972-618-398-7
3. LIPSCHUTS, Seymour, – Álgebra Linear : Teoria e Problemas, 3ª Edição, São Paulo, Makron Books, 1994
4. MONTEIRO, António, PINTO, Gonçalo, MARQUES, Catarina, – Álgebra Linear e Geometria Analítica : Problemas e Exercícios, Editora McGraw-Hill de Portugal, Lda., 1997, ISBN 972-8298-66-8

Aulas Teórico-Práticas (Análise Matemática)

5. FERREIRA, Manuel; AMARAL, Isabel, – Primitivas e Integrais : Exercícios, 5ª Edição, Edições Sílabo, 2005, ISBN 972-618-389-8
6. FLEMMING, Diva; GONÇALVES, Mírian, – Cálculo A : Funções, Limites, Derivação e Integração, 5ª Edição, São Paulo, Makron Books, 1992, ISBN 0-07-460687-5
7. SARRICO, Carlos, – Análise Matemática : Leituras e exercícios, 5ª Edição, Gradiva – Publicações, Lda., 2003, ISBN 972-662-522-X

Bibliografia Suplementar (outras referências):

1. APOSTOL, Tom, - Calculus, Volume I, Second Edition, John Wiley & Sons, Inc., 1967 (*), ISBN 0-471-00005-1
2. APOSTOL, Tom, - Calculus, Volume II, Second Edition, John Wiley & Sons, Inc., 1969 (**), ISBN 0-471-00007-8
3. AZENHA, Acilina; JERÓNIMO, M., – Elementos de Cálculo Diferencial e Integral em IR e IR^n, Editora McGraw-Hill de Portugal, Lda., 1995
4. BRONSON, Richard, – Matrizes, Editora McGraw-Hill de Portugal, Lda., 1993
5. EVES, Howard, - Elementary Matrix Theory, Dover Publications, 1980, ISBN 0-486-63946-0
6. FERREIRA, Jaime, – Introdução à Análise Matemática, 7ª Edição, Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, 1999, ISBN 972-31-0179-3
7. KREYSZIG, Erwin, - Advanced Engineering Mathematics, 9th Edition, John Wiley & Sons, Inc., 2005, ISBN 0-471-48885-2
8. SEGURADO, Manuel, – Biomatemática : Matemática Aplicada para estudantes de Biologia, Farmácia e Medicina, Volume I, 1ª Edição, Plátano Editora, SARL

(*) Existe uma edição actualizada de 1994
(**) Existe uma edição actualizada de 1999

9. SEGURADO, Manuel, – Biomatemática : Matemática Aplicada para estudantes de Biologia, Farmácia e Medicina, Volume II, 1ª Edição, Plátano Editora, SARL

O Coordenador da Unidade Curricular

Prof. Doutor Luís Monteiro Rodrigues
Director do Mestrado Integrado em Ciências Farmacêuticas

	Aula	1	**Data**	04-10-2012	**Duração**	2h
Sumário	- Cálculo matricial					
	Aula	2	**Data**	11-10-2012	**Duração**	2h
Sumário	- Multiplicação de matrizes - Multiplicação de matrizes e respectivas propriedades. Definição de matriz transposta, matriz inversa, matriz invertível, matriz regular, matriz ortogonal, matriz idenpotente, matriz involutiva, matriz periódoca, matriz simétrica e matriz anti-simétrica.					
	Aula	3	**Data**	18-10-2012	**Duração**	2h
Sumário	- Sistemas de equações. - Método de eliminação de Gauss para resolução de sistemas de equações. -Característica de uma matriz. - Conceito de matriz invertível.					
	Aula	4	**Data**	25-10-2012	**Duração**	2h
Sumário	- Determinates. - Definição e propriedades da característica de uma matriz. - Definição de matriz regular e respectivo cálculo para obter matriz inversa. -Início os estudo de determinantes, Teorema de Laplace e Regra de Sarrus.					
	Aula	5	**Data**	08-11-2012	**Duração**	2h
Sumário	- Cálculo Matricial. - Propriedades do cálculo de determinantes. - Regra de Cramer para resolução de sistemas e matriz adjunta.					
	Aula	6	**Data**	15-11-2012	**Duração**	2h
Sumário	- Cálculo Matricial. - Revisão sobre os conteúdos programáticos leccionados em cálculo matricial.					
	Aula	7	**Data**	22-11-2012	**Duração**	2h
Sumário	- Cálculo Diferencial					
	Aula	8	**Data**	29-11-2012	**Duração**	2h
Sumário	-Funções reais de variável real. - Definição de derivada. - Regras de derivação. - Estudo completo e respectivos esboços gráficos de uma função real de variável real.					
	Aula	9	**Data**	06-12-2012	**Duração**	2h
Sumário	- Teoremas e indeterminações. - Teorema de Weierstrass; Teorema de Rolle; Teorema de Lagrande; Teorema de Cauchy; Regra de Cauchy e Regra de L'hôpital.					
	Aula	10	**Data**	13-12-2012	**Duração**	2h
Sumário	- Cálculo Integral. - Definição de primitiva. - Primitivas imediatas, quase imediatas, primitivas por partes, primitivas por decomposição e primitivas por substituição.					
	Aula	11	**Data**	03-01-2013	**Duração**	2h
Sumário	- Integrais. - Definição de integral e respectivos métodos de integração. - Integrais impróprios de 1ª espécie.					
	Aula	12	**Data**	10-01-2012	**Duração**	2h
Sumário	- Cálculo Integral - Continuação do estudo de cálculo integral. - Resolução de exemplos.					

Tabela A6 1- Sumários das aulas teóricas da unidade curricular de Matemática no MICF pela ULHT