UNIVERSIDADE LUSÓFONA
CENTRO UNIVERSITÁRIO LISBOA

**BERNARDO ÍNDIO MATIAS TAVARES FRANGOULIS**

# OTIMIZAÇÃO DE UMA CARTEIRA DE INVESTIMENTOS APLICADA AO PSI

**Orientador: Professor Doutor Paulo Fernando de Sousa Pereira Alves**

**Universidade Lusófona – Centro Universitário de Lisboa**

**Escola de Ciências Económicas e das Organizações**

**Lisboa**
**2023**

**BERNARDO ÍNDIO MATIAS TAVARES FRANGOULIS**

# OTIMIZAÇÃO DE UMA CARTEIRA DE INVESTIMENTOS APLICADA AO PSI

Dissertação defendida em provas públicas para obtenção do Grau de Mestre em Gestão de Empresas no Curso de Mestrado em Gestão de Empresas, conferido pela Universidade Lusófona - Centro Universitário de Lisboa no dia 27/ 02/2023, perante o júri, nomeado pelo Despacho de Nomeação Nº 173/2023, de 20 de fevereiro de 2023, com a seguinte composição:

Presidente: Prof. Doutor António Augusto Teixeira da Costa
Arguente: Prof. Doutor Paulo Manuel de Morais Francisco
Orientador: Prof. Doutor Paulo Fernando de Sousa Pereira Alves

**Universidade Lusófona – Centro Universitário de Lisboa**

**Escola de Ciências Económicas e das Organizações**

**Lisboa**
**2023**

*If you're not failing, you're not pushing your limits, and if you're not pushing your limits, you're not maximizing your potential.*

**Ray Dalio**

# Agradecimentos

À Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias, por me ter proporcionado a oportunidade de expandir os meus horizontes, adquirir conhecimentos e tornar-me numa pessoa mais completa e apta, tanto a nível pessoal como para o mundo profissional.

À minha mãe, por se ter sacrificado para me apoiar, motivar e suportar, não só ao longo deste percurso como mestrando, mas durante toda a minha vida.

À minha avó, por estar sempre disposta a ajudar em tudo o que necessitei.

Ao meu orientador, Professor Doutor Paulo Alves, por ter estado sempre disponível para me auxiliar a concluir esta dissertação.

Aos restantes professores do Mestrado em Gestão de Empresas, por terem transmitido os seus conhecimentos que tanto me enriqueceram.

A todos, muito obrigado.

# Resumo

O presente estudo teve como finalidade proceder a uma análise do mercado de ações português, mais concretamente ao seu índice PSI, e apresentar algumas carteiras otimizadas constituídas por ativos que componham o índice à data de realização.

Inicialmente, foi realizada uma revisão literária sobre a Teoria do Portfólio Moderna e os seus componentes estatísticos, bem como aos Índices de Sharpe e Treynor e ao Alfa de Jensen, com o intuito de apresentar uma explicação dos componentes analíticos aplicados ao longo deste estudo. Para terminar esta revisão, são apresentados alguns estudos semelhantes anteriormente realizados dentro da mesma área.

Como metodologia de estudo, foi aplicada uma análise quantitativa às cotações históricas de empresas que compunham o PSI, da qual resultou a rendibilidade mensal e desvio padrão dos ativos, o que permitiu criar uma carteira teórica na qual os ativos tinham igual ponderação. Com recurso ao *Solver* e alterando a ponderação das ações mediante certas restrições impostas ao *software*, apuraram-se três portfólios de investimento eficientes: o Portfólio 1, que maximizou a relação risco/rendibilidade; o Portfólio 2, que maximizou a rendibilidade mantendo o risco da carteira original; o Portfólio 3, que minimizou o risco para a rendibilidade da carteira original.

Finalizando, na análise de resultados, são discutidas e justificadas as melhorias das carteiras eficientes em relação à carteira original e ainda são facultadas algumas sugestões para futuros trabalhos.

Palavras-chave: PSI, Teoria do Portfólio Moderna, risco, rendibilidade, carteira de investimentos

# Abstract

The purpose of this study was to analyze the Portuguese stock market, more specifically its PSI index, and to present some optimized portfolios composed of assets that made up the index at the timeframe of the study.

Initially, a literature review was conducted on Modern Portfolio Theory and its statistical components, the Sharpe and Treynor indexes and the Jensen Alpha, in order to present an explanation of the analytical components applied throughout this study. To finish this review, some similar studies previously done within the same area are presented.

As a study methodology, a quantitative analysis was applied to the historical stock prices of the companies that made up the PSI, from which resulted the monthly return and standard deviation of the assets, which allowed the creation of a theoretical portfolio in which the assets had equal weighting. Using Solver and changing the weighting of the stocks through certain restrictions imposed on the software, three efficient investment portfolios were found: Portfolio 1, which maximized the risk/return ratio; Portfolio 2, which maximized the return while maintaining the risk of the original portfolio; Portfolio 3, which minimized the risk for the return of the original portfolio.

Finally, in the results analysis, the improvements of the efficient portfolios relative to the original portfolio are discussed and justified, and some suggestions for future work are provided.

Keywords: PSI, Modern Portfolio Theory, risk, return, investment portfolio

## Lista de abreviaturas

CAPM – *Capital Asset Pricing Model*

ETF – *Exchange Traded Fund*

IS – Índice de Sharpe

IT – Índice de Treynor

Max – Maximização

Min - Minimização

MIU – Modelo de Índice Único

PSI – *Portuguese Stock Index*

SML – *Security Market Line*

# Índice

**Agradecimentos** ..... 2
**Resumo** ..... 3
**Abstract** ..... 4
**Lista de abreviaturas** ..... 5
**Índice de Tabelas** ..... 7
**Índice de Figuras** ..... 7
**Índice de Imagens** ..... 7
**Índice de Gráficos** ..... 7
**Introdução** ..... 8
**Capítulo 1 - Revisão de literatura** ..... 11
**1.1 - Teoria Moderna do Portfólio** ..... 11
**1.2 - Rendibilidade Esperada** ..... 15
**1.3 - Risco** ..... 16
**1.4 - Variância e Desvio Padrão** ..... 17
**1.5 - Covariância e correlação** ..... 18
**1.6 - Índice de Sharpe** ..... 19
**1.7 - Índice de Treynor** ..... 20
**1.8 - Alfa de Jensen** ..... 22
**1.9 - Evidência Empírica** ..... 23
**Capítulo 2 – Metodologia** ..... 25
**2.1 - Portfólio 1 – Maximização do Índice de Sharpe** ..... 33
**2.2 - Portfólio 2 – Maximização da rendibilidade para o mesmo nível de risco do portfólio original** ..... 34
**2.3 - Portfólio 3 – Minimização do desvio padrão para o mesmo nível de rendibilidade do portfólio original** ..... 35
**Capítulo 3 - Análise e Discussão de Resultados** ..... 36
**3.1 - Portfólio 1 – Maximização do Índice de Sharpe** ..... 36
**3.2 - Portfólio 2 - Maximização da rendibilidade para o mesmo nível de risco da carteira teórica** ..... 38
**3.3 - Portfólio 3 – Minimização do desvio padrão para o mesmo nível de rendibilidade da carteira teórica** ..... 40
**Conclusão** ..... 44
**Conclusão** ..... 44
**Limitações do estudo e recomendações para investigações futuras** ..... 46
**Anexos** ..... 47
**Anexo 1 – Taxa de Obrigações do Tesouro a 10 anos** ..... 47
**Apêndices** ..... 48
**Apêndice 1 – Matriz variância-covariância das ações do PSI** ..... 48
**Referências** ..... 49

## Índice de Tabelas

Tabela 1 - Rendibilidade mensal dos ativos do PSI ..... 26
Tabela 2 - Rendibilidade esperada do portfólio original ..... 27
Tabela 3 - Desvio padrão do portfólio original ..... 27
Tabela 4 – Índice de Sharpe do portfólio original ..... 28
Tabela 5 - Beta dos ativos ..... 30
Tabela 6 - Beta e Índice de Treynor do portfólio original ..... 30
Tabela 7 - Resultados do portfólio original ..... 31
Tabela 8 - Capitalização Bolsista ..... 31
Tabela 9 - Constituição do Portfólio 1 ..... 36
Tabela 10 - Resultados do Portfólio 1 ..... 37
Tabela 11 - Constituição do Portfólio 2 ..... 38
Tabela 12 - Resultados do Portfólio 1 ..... 39
Tabela 13 - Constituição do Portfólio 3 ..... 40
Tabela 14 - Resultados do Portfólio 2 ..... 41
Tabela 15 - Resumo dos resultados obtidos ..... 41

## Índice de Figuras

Figura 1 - Efeito da diversificação no portfólio ..... 13
Figura 2 - Fronteira Eficiente ..... 14
Figura 3 - Demonstração da Security Market Line ..... 22

## Índice de Imagens

Imagem 1 – Painel da Análise de Dados no Excel ..... 29
Imagem 2 – Output da regressão ..... 29
Imagem 3 - Parâmetros do Solver para o Portfólio 1 ..... 33
Imagem 4 - Parâmetros do Solver para o Portfólio 2 ..... 34
Imagem 5 - Parâmetros do Solver para o Portfólio 3 ..... 35

## Índice de Gráficos

Gráfico 1 - Fronteira Eficiente ..... 42

# Introdução

O mercado de títulos suscita cada vez mais interesse nas pessoas como possível investimento, por diversos fatores como as reduzidas taxas oferecidas pelos bancos nos depósitos a prazo, a facilidade de acesso a plataformas de investimento, já que atualmente é possível realizar transações com apenas uns *clicks* no telemóvel, e como forma de rentabilizar o capital para combater a crescente inflação nos tempos em que vivemos. Assim sendo, uma boa parte dos investidores escolhe onde colocar o seu capital sem ter a seu dispor uma sólida base analítica, guiando-se por aconselhamento de entidades e pessoas pouco fidedignas, por mera suposição ou mesmo porque caíram num esquema enganoso, conduzindo a uma perda de capital.

Dadas as situações acima descritas, o estudo realizado tem como objetivo a otimização de portfólios de investimentos, dando a conhecer a um investidor uma metodologia de análise de mercado e aos ativos nele presentes, para permitir que o seu capital seja rentabilizado da melhor forma possível. Isto conduziu ao levantamento da questão central que esteve na génese deste estudo:

Como obter um portfólio eficiente no mercado português?

Para se obterem os resultados desejados, o estudo foi estruturado da seguinte forma: numa fase inicial, foi realizada uma revisão literária que permitiu adquirir um conhecimento mais pormenorizado sobre o tema em análise, abordando algumas das teorias existentes e os seus elementos estatísticos que mais tarde compuseram a análise quantitativa concretizada.

Numa fase posterior, foram descritos todos os passos da metodologia quantitativa aplicada, realizado o tratamento estatístico dos dados relativos ao PSI, respeitantes ao período compreendido entre 17 de agosto de 2021 e 16 de fevereiro de 2022, e aplicados os processos de otimização no *Microsoft Excel*.

Para finalizar a dissertação, são apresentadas as conclusões obtidas pelo estudo e facultadas algumas sugestões para futuras investigações que sigam a mesma temática de investigação.

A Teoria do Portfólio ou Teoria de Markowitz, a que desempenha um papel mais preponderante na revisão literária, foi apresentada em 1952 por Harry Markowitz. Tem como objetivo a otimização de uma carteira de investimentos e revolucionou a análise de ações ao introduzir uma vertente quantitativa à avaliação de risco de um portfólio (Zanferani & Silva, 2016). Para esse efeito, o autor refere que a otimização da carteira deve ser feita ao encontrar o mínimo nível de variância para vários níveis de rendibilidade (Markowitz, 1952), o que irá criar uma fronteira eficiente constituída pelos portfólios que estejam otimizados (Brealey et al., 2018).

A teoria defende que a redução do risco deve ser feita através da diversificação da carteira, ao escolher ativos de empresas que operem em setores diferentes (Markowitz, 1952), pois apresentam valores de correlação negativos ou pouco positivos, o que se traduz num menor nível de risco (Gitman, 2003).

Em 1964, William Sharpe apresentou o seu Modelo de Índice Único (MIU) onde defende que a rendibilidade dos ativos não tem correlação entre si, mas sim com um índice representativo do mercado (Júnior & Payés, 2015). Para além do MIU, o autor apresenta o Índice de Sharpe, um barómetro da relação entre risco total e rendibilidade de um portfólio (Brum, 2008), demonstrativo do prémio por cada percentual de risco assumido pelo investidor (Neto, 2014).

O Índice de Treynor (Treynor, 1965), outro dos barómetros risco-rendibilidade utilizados, é bastante semelhante ao de Sharpe mas divergem na medida de risco – Treynor não analisa o risco total da carteira mas sim o sistemático, referente ao mercado, através do coeficiente beta.

Por último, aparece o Alfa de Jensen desenvolvido em 1968 por Michael Jensen. Este indicador mede a diferença entre a rendibilidade de um determinado portfólio e a rendibilidade de mercado estimada pelo CAPM (Guimarães Júnior et. al, 2015).

A fase de análise estatística passou pela criação de três carteiras eficientes com características distintas, compostas por ativos que figuravam no PSI nas datas referidas

anteriormente, facultado a investidores com diferentes disposições em enfrentar risco no seu investimento uma análise sobre quais os ativos em que devem investir.

Para tal efeito, realizou-se um estudo quantitativo que apurou a rendibilidade mensal esperada e desvio padrão de uma carteira com distribuição igualitária dos ativos, isto é, todos os ativos tinham a mesma ponderação no portfólio, para servir como base analítica. O passo seguinte consistiu na utilização da extensão *Solver* no *Microsoft Excel*, onde se obtiveram três portfólios eficientes, permitindo a um investidor compreender como deve proceder à análise e escolha de um portfólio que se enquadre nos seus requisitos.

As carteiras selecionadas foram:

1. Portfólio 1 – Maximização do Índice de Sharpe;
2. Portfólio 2 – Maximização do retorno para o mesmo nível de risco da carteira original;
3. Portfólio 3 – Minimização do desvio padrão para a mesma rendibilidade da carteira original.

Para analisar os resultados dos diferentes portfólios, procedeu-se à comparação os parâmetros anteriormente referidos: rendibilidade esperada e desvio padrão, Índice de Sharpe, beta da carteira, Índice de Treynor e Alfa de Jensen. Os resultados obtidos foram:

- no Portfólio 1, verificou-se um aumento de todos os fatores em análise, sendo a carteira com maior nível de risco, mas também a que oferece a melhor relação entre risco e rendibilidade;
- no Portfólio 2, para o mesmo nível de risco, verifica-se também um aumento de todos os indicadores estatísticos;
- no Portfólio 3, mantendo a rendibilidade original, os indicadores também beneficiam de melhorias.

Conclui-se que a metodologia melhorou a *performance* da carteira original, verificando que o processo de otimização levou a que todos os indicadores de desempenho utilizados para avaliação dos portfólios evoluíssem de forma positiva.

# Capítulo 1 - Revisão de literatura

Este capítulo tem como objetivo explicar e fundamentar a base teórica que conduziu à metodologia aplicada no presente estudo, apresentando os conceitos mais relevantes da literatura já existente, nomeadamente, a Teoria de Markowitz, Índice de Sharpe, Índice de Treynor e Alfa de Jensen.

A presente revisão de literatura está dividida em duas partes: em primeira instância são abordados os aspetos teóricos deste estudo, onde é dissecada a Teoria de Markowitz, que foi pioneira no tópico de otimização de carteiras de investimento. Na segunda parte da revisão literária, são apresentadas as principais componentes analíticas do estudo: rendibilidade esperada, risco, variância e desvio padrão, covariância e correlação, bem como o Índice de Sharpe, o Índice de Treynor e o Índice Alfa de Jensen, sendo apresentado um breve um referencial teórico destes últimos três indicadores.

Para finalizar a revisão, são apresentados alguns estudos empíricos realizados no passado dentro da mesma temática de investigação seguida.

## 1.1 - Teoria Moderna do Portfólio

Um portfólio é um conjunto de ativos detidos por um investidor, que tem como finalidade extrair a máxima utilidade da sua carteira. Para atingir tal feito, tem de obter a composição ótima que maximize a relação entre rendibilidade e risco esperados (Kritzman, 2000). Ao procurar essa composição ótima, o investidor depara-se com o desafio de escolher a combinação que melhor se adeque às suas necessidades (Pinho & Soares, 2018).

A análise de um portfólio baseia-se em estudar a rendibilidade e risco históricos dos ativos e, a partir daí, formar uma opinião sobre o desempenho futuro (Zanferani & Silva, 2016).

Nesse sentido, o grande momento revolucionário na avaliação de portfólios de investimento dá-se através do economista americano Harry Markowitz, no seu artigo *Portfolio Selection*, de 1952, que mais tarde dá origem à *Modern Portfolio Theory*. Previamente à introdução desta teoria, o risco de uma carteira era assumido por fatores meramente qualitativos

e Markowitz trouxe uma variável quantitativa, o que aumentou a fiabilidade da análise de portfólios (Zanferani & Silva, 2016).

A revolucionária *Modern Portfolio Theory* visa otimizar a relação entre risco e rendibilidade de um portfólio de investimento, através da análise do histórico das médias de rendibilidade e desvio padrão dos ativos, em função da ponderação desses ativos no portfólio (Silva et al., 2009).

Markowitz defende que um investidor não se deve focar apenas em maximizar o seu retorno, mas em conseguir minimizar a variância para vários níveis de retorno, "*the investor does (or should) consider expected return a desirable thing and variance of return an undesirable thing*" (Markowitz, 1952). Afirma, ainda, que, entre duas carteiras que ofereçam o mesmo retorno, o investidor optará sempre pela que oferecer menor nível de risco.

O autor divide a seleção de portfólios em duas etapas distintas: numa primeira etapa, o investidor realiza uma análise ao histórico e forma uma opinião sobre os futuros resultados dos vários ativos; a segunda etapa começa com a filtragem das opiniões que são relevantes sobre os futuros resultados e termina com a escolha do portfólio desejado (Markowitz, 1952).

No seu modelo, Markowitz apresenta os seguintes pressupostos de análise (Vilhena, 2013):

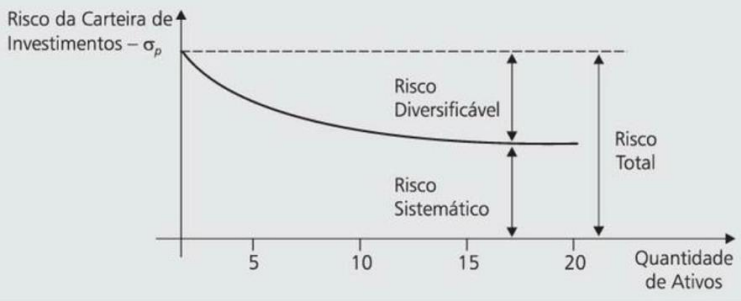
**1)** O investidor pretende maximizar a rendibilidade para um dado nível de risco ou minimizar o risco para determinada rendibilidade;
**2)** O investidor determina um intervalo temporal para o investimento;
**3)** O investidor é racional e avesso ao risco;
**4)** Os critérios de seleção do investidor são a média e o desvio padrão das rendibilidades dos ativos;
**5)** Os mercados são perfeitos.

Para reduzir o risco, Markowitz considera que o investidor deve diversificar a sua carteira, mas não de uma forma aleatória. A alocação de capital deve ser realizada em ativos com um coeficiente de correlação baixo ou negativo, já que a diminuição da correlação melhora a relação entre risco e rendibilidade, conforme afirmam Sampaio et al. (2018).

A diversificação deve ser feita, preferencialmente, com ações de empresas que operem em setores económicos diferentes, por apresentarem menor correlação. Assim, no caso de uma ação ter uma queda de valor, não quer dizer que o mesmo aconteça com as outras presentes no portfólio (Rhoads, 2021).

A figura seguinte demonstra o efeito da diversificação numa carteira:

Figura 1 - Efeito da diversificação no portfólio




Fonte: Adaptado de Neto (2014)

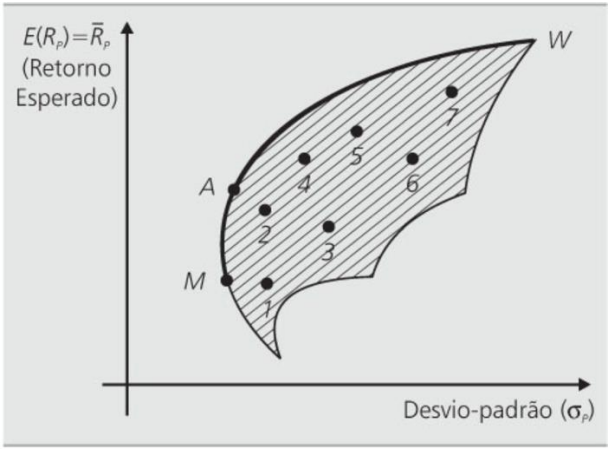
Como é possível verificar no gráfico da figura 1, o aumento do número de ativos na carteira conduz a uma redução gradual do risco não sistemático, até a um ponto em que este é eliminado e o risco da carteira é apenas suportado pelo risco sistemático, aquele inerente a todo o mercado.

Markowitz considera que não há uma carteira ótima geral, mas sim uma adequada a cada investidor, consoante o nível de risco que esteja disposto a assumir. É assim que introduz o conceito de fronteira eficiente, a linha que conecta os portfólios que oferecem rendibilidade máxima para vários níveis de risco. Esta linha é representada num gráfico com o risco no eixo das abcissas e a rendibilidade no eixo das ordenadas, onde se colocam o risco e rendibilidade de variados portfólios otimizados (Rhoads, 2021; Brealey et al., 2018).

Um portfólio eficiente é aquele que minimiza o risco para uma certa rendibilidade esperada ou que maximiza a rendibilidade esperada para um certo nível de risco (Gitman, 2003).

Na Figura 2 é possível observar um exemplo de uma fronteira eficiente e a relação entre rendibilidade e risco dos portfólios, onde M, A e W são os portfólios eficientes que formam a fronteira e os numerados de 1 a 7 não são eficientes:

Figura 2 - Fronteira Eficiente




Fonte: Adaptado de Neto (2014)

O investidor deve seguir a fronteira situada entre os pontos M e W da figura 2, de forma a ter a rendibilidade da carteira maximizada dentro do nível de risco que está disposto a assumir. Cada ponto sinaliza o desvio padrão para o nível de rendibilidade de cada portfólio (Neto, 2014). Aqui, é pertinente a menção ao conceito de racionalidade económica, que dita que o investidor escolhe optar pela carteira eficiente por ser a que maior benefício lhe oferece (Andrade, 2010).

No gráfico da fronteira eficiente, também é possível verificar o equilíbrio de mercado mencionado por Sharpe (1964), que afirma que o investidor, para conseguir ter uma maior rendibilidade na sua carteira, terá de estar disposto a aumentar o nível de risco.

Apresentando uma breve síntese da Teoria, esta trouxe uma quantificação do risco de um portfólio, o que possibilitou minimizá-lo para certos níveis de rendibilidade, através da diversificação por ativos com baixa correlação, resultando em portfólios otimizados que formam uma fronteira eficiente. Isto permitiu que vários tipos de investidores, com diferentes predisposições em assumir risco, encontrassem o portfólio ideal dentro das suas restrições.

## 1.2 - Rendibilidade Esperada

A rendibilidade é um dos conceitos mais importantes no mundo dos investimentos, visto que qualquer investidor espera obter algum tipo de contrapartida positiva ao investir o seu capital – ao investir num ativo, há a expetativa de que esse investimento gere um fluxo de caixa (Brigham & Houston, 1999). Já Markowitz (1952) refere rendibilidade como algo desejável ao investidor.

Segundo Pinho e Soares (2018), rendibilidade é definida como "*a média ou o valor esperado da distribuição de probabilidades da taxa de rentabilidade associada a um título ou carteira de títulos*".

Brealey et al. (2018), Elton et al. (2014) e Neto (2014) definem rendibilidade esperada de uma carteira como a média ponderada das rendibilidades individuais de cada ativo da carteira, em relação à sua ponderação na carteira.

Neto (2014) acrescenta, ainda, que a rendibilidade da carteira deve compensar de forma apropriada o nível de risco assumido, ou seja, quanto maior o risco do investimento, maior o retorno exigido pelo investidor.

A rendibilidade esperada da carteira é calculada pela seguinte fórmula:

$$R_e = \sum_{i=1}^{N} R_i . X_i$$

**Legenda**: $R_e$ – rendibilidade esperada; $R_i$ – rendibilidade do ativo i; $X_i$ -. ponderação do ativo i na carteira

## 1.3 - Risco

> "*The notion of risk is central to both security analysis and portfolio selection. The primary source of risk for an individual security is uncertainty about its future price. And the primary source of risk for a portfolio is uncertainty about its future market value. Clearly, some securities are riskier than others, and some portfolios are riskier than others. Moreover, the riskiness of a portfolio is related to the riskiness of the securities it contains.*" (Sharpe, 1972, p. 74)

Risco mede o grau de incerteza aquando da tomada de decisão pelo investidor e está ligado à probabilidade de obtenção de certos valores em relação ao valor médio esperado, revelando a probabilidade de ocorrer uma perda de valor (Neto & Lima, 2008).

Pinho et al. (2011) definem risco como a probabilidade de obter um resultado indesejado num determinado cenário, sendo que o nível de risco é determinado de acordo com o grau de indesejabilidade do cenário e probabilidade de o mesmo ocorrer.

De acordo com Neto (2014), o risco no mercado financeiro é a probabilidade de perda numa posição de mercado. O autor afirma que o investimento em ações acarreta sempre um determinado nível de risco e que, quanto maior esse nível, maior deve ser a rendibilidade exigida ao investimento.

Já Damodaran (2012) define o risco financeiro como a probabilidade de obter um resultado diferente do esperado, seja este negativo ou positivo.

Markowitz (1952), Sharpe (1972) e Brealey et al. (2018) apontam dois tipos de risco associados a uma carteira. O risco não sistemático, associado a uma empresa ou a um grupo de empresas do mesmo setor e que pode ser reduzido através da diversificação da carteira. Por outro lado, existe o risco sistemático, que está ligado a eventos políticos, económicos e sociais (Neto, 2014) que afetam o mercado no geral, independentemente do setor em que as empresas se inserem. Os mesmos autores referem que, para reduzir ou mesmo eliminar o risco não sistemático, o investidor deve diversificar o seu portfólio.

Para alcançar uma redução do nível de risco do portfólio, o investidor deve optar por ativos com correlação negativa ou positiva, mas com valores baixos, visto que quanto menor a correlação entre ativos, menor o risco da carteira (Gitman, 2003).

Neto (2014) afirma que, até certo ponto, quanto maior o número de ativos presentes num portfólio, menor será o nível de risco não sistemático, sendo que, eventualmente, este será eliminado e a carteira alcança o mesmo nível de risco do mercado – sistemático - a partir do qual não será possível reduzi-lo mais.

Markowitz (1952) considera que a diversificação deve ser feita ao apostar em ações de empresas que operem em setores económicos distintos, pois apresentam menor covariância entre si.

"*We should diversify across industries because firms in different industries, especially industries with different economic characteristics, have lower covariances than firms within an industry*" (Markowitz, 1952, p. 89).

## 1.4 - Variância e Desvio Padrão

O cálculo do risco de uma carteira passa pela quantificação da dispersão da rendibilidade dos ativos que a compõem. Envolve uma análise dos riscos individuais, covariância e variância entre os ativos (Sampaio et al. 2018).

Para tal efeito, são utilizadas medidas de dispersão, que evidenciam como os valores da amostra em estudo se dispersam em relação à média (Neto, 2014).

Elton et al. (2014) e Neto (2014) referem a variância e o desvio padrão como as medidas de dispersão geralmente utilizadas na análise financeira, devido à simplicidade de aplicação e às características convenientes dos desvios médios ao quadrado.

A variância é uma medida de dispersão que demonstra o afastamento de uma observação em relação à média da amostra onde está inserida (Woolridge, 2015). Santos e Coelho (2010) definem variância como uma medida de dispersão dada pela soma dos quadrados das diferenças da população à média.

A variância é calculada pela seguinte expressão:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} W_i W_j CORR_{i,j} \sigma_i \, \sigma_j$$

**Legenda**: $\sigma^2$ – variância; W – ponderação do ativo na carteira; CORR – correlação entre os ativos da carteira; σ - desvio padrão de cada

O desvio padrão, que é a medida de dispersão utilizada na Teoria de Markowtiz para quantificar o risco de um portfólio, mede a variação de uma amostra em relação à média (Neto, 2014) e é obtido através da raiz quadrada da variância (Woolridge, 2015):

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} W_i W_j CORR_{i,j} \sigma_i \, \sigma_j}$$

**Legenda:** $\sigma$ – desvio padrão; $x_i$ – observação i; $\bar{x}$ – média da amostra; N – dimensão da amostra

## 1.5 - Covariância e correlação

De acordo com Woolridge (2015), covariância descreve a relação de dependência entre duas variáveis aleatórias. Uma covariância positiva indica que, quando as variáveis se deslocam na mesma direção, isto é, quando uma das variáveis aumenta ou diminui, a outra também o faz. Por outro lado, uma covariância negativa significa que o aumento ou diminuição de uma das variáveis tem o efeito oposto na outra.

Woolridge (2015) e Asuero et al. (2006) mencionam que a covariância tem como limitação o facto de ser dependente das unidades em que as variáveis estão a ser medidas, o que diminui a utilidade desta medida estatística.

Para o cálculo da covariância é utilizada a seguinte expressão:

$$\partial_{AB} = \rho_{AB} . \sigma_A . \sigma_B$$

**Legenda:** $\partial$ – covariância; $\rho_{AB}$ – coeficiente de correlação entre os ativos; $\sigma_A$ – desvio padrão do ativo A; $\sigma_B$ – desvio padrão do ativo B

A correlação mede o grau de associação entre duas variáveis e a sua utilização elimina a limitação acima referida para a covariância (Asuero et al., 2006; Woolridge, 2015).

"O coeficiente de correlação entre dois ativos é uma medida estatística que indica o grau de dependência linear entre as taxas de retorno desses ativos." (Silva et al., 2009).

A correlação permite "avaliar a existência de alguma relação entre duas ou mais variáveis" e o seu resultado varia entre -1 e 1 (Neto, 2014).

O coeficiente é dado pela fórmula:

$$\rho_{AB} = \frac{\partial_{AB}}{\sigma_A . \sigma_B}$$

**Legenda:** $\rho_{AB}$ – coeficiente de correlação; $\partial$ – covariância; $\sigma_A$ – desvio padrão do ativo A; $\sigma_B$ – desvio padrão do ativo B

A correlação permite aferir o grau de relação entre múltiplos ativos, o que faz com que seja utilizada para analisar a relação entre risco e rendibilidade (Santos & Coelho, 2010).

## 1.6 - Índice de Sharpe

William Sharpe apresentou como limitação ao modelo de Markowitz, bem como aos restantes autores que a foram modificando, o facto de que apenas se focavam nas relações individuais entre ativos e que ainda não tinham explorado a hipótese da existência de um equilibro de mercado que, como um todo, afetava as condições de risco de uma carteira (Sharpe, 1964).

Seguindo este pensamento, em 1966, Sharpe apresenta o seu Modelo de Índice Único, uma simplificação da Teoria de Markowitz, onde considera que não há correlação entre as rendibilidades dos ativos, analisando-os em relação a um portfólio representativo de todo o mercado.

Neste modelo, o autor considera que relacionar a rendibilidade dos ativos com a do mercado, também relaciona a rendibilidade dos ativos entre si, mesmo que de forma indireta (Zanini & Figueiredo 2005).

No Modelo de Índice Único, o autor apresenta o Índice de Sharpe, que é uma medida que permite analisar a relação entre risco total e retorno da carteira através do rácio entre o prémio de risco - a diferença da rendibilidade esperada da carteira e a taxa de juro sem risco oferecida pelo mercado – sobre o desvio padrão da carteira (Sharpe, 1998). O índice é um dos indicadores mais utilizados para avaliar investimentos, por demonstrar, numericamente, a relação entre risco e retorno de um portfólio, possibilitando ao investidor uma avaliação do rácio risco-retorno para diversas carteiras (Brum, 2008).

De acordo com Neto (2014), o Índice de Sharpe demonstra o prémio por cada percentual de risco adicional que um investidor assume.

A aplicação do Índice de Sharpe é mais adequada a carteiras que não estejam totalmente diversificadas e é calculado através da fórmula seguinte:

$$IS = \frac{(R_e - R_f)}{\sigma}$$

**Legenda:** IS - Índice de Sharpe; $R_e$ – rendibilidade esperada do portfólio; $R_f$ – taxa *risk free*; $\sigma$ – desvio padrão do portfólio

## 1.7 - Índice de Treynor

Desenvolvido por Jack Treynor em 1965, com base em pressupostos do CAPM (*Capital Asset Pricing Model*), o Índice de Treynor demonstra o prémio por cada percentual de risco sistemático assumido pelo investidor (Securato, 2003).

À semelhança dos autores anteriormente referidos, Treynor também divide o risco de duas formas: o não sistemático, inerente ao ativo, e o sistemático, referente ao mercado (Treynor, 1965).

Este índice e o de Sharpe são bastante semelhantes, mas divergem na medida de risco utilizada. Ao invés de Sharpe, que utiliza o risco total no seu índice por via do desvio padrão, Treynor utiliza o coeficiente beta, o que leva a que o portfólio seja analisado em relação ao risco sistemático, pois o autor considera que uma carteira eficiente já está diversificada ao ponto de eliminar o risco não sistemático (Fregani, 2009; Fernandes, 2018).

O coeficiente beta representa a relação entre as covariâncias do retorno de um ativo e do mercado (Sampaio et. al, 2015), sendo calculado pela seguinte fórmula:

$$\beta = \frac{COV_{Ri;Rm}}{\sigma^2{}_{Rm}}$$

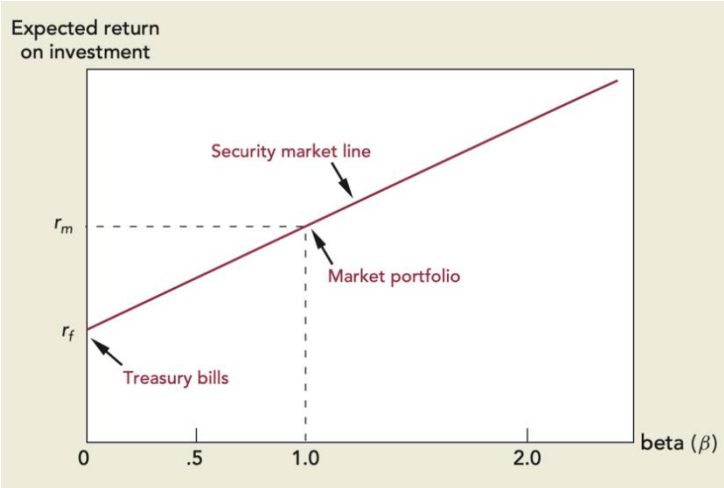
**Legenda:** $COV_{Ri;Rm}$ – covariância entre rendibilidade de um ativo e rendibilidade do mercado; $\sigma^2{}_{Rm}$ – variância da rendibilidade de mercado.

Para além da fórmula apresentada, o beta também pode ser obtido através do declive da regressão linear entre a rendibilidade do ativo e a rendibilidade do mercado (Fregani, 2009).

De acordo com Brealey et al. (2018), o CAPM defende que o prémio de risco, que é a diferença entre a rendibilidade esperada e a taxa de juro sem risco, varia proporcionalmente ao beta do ativo. Isto deu origem à *Security Market Line*, a reta representativa do prémio de risco, cujo ponto inicial no eixo das abcissas é o valor da taxa de juro sem risco.

A figura 3 demonstra a *SML* e como esta se posiciona de forma a obter o rendimento ótimo de um ativo ou carteira de acordo com o seu beta.

Figura 3 - Demonstração da *Security Market Line*




Fonte: Brealey et al. (2018)

O Índice de Treynor tem a *Security Market Line* como referência e a sua aplicação é apropriada a portfólios que já estejam eficientemente diversificados. Calcula-se através da seguinte fórmula:

$$IT = \frac{(R_e - R_f)}{\beta}$$

**Legenda:** IT - Índice de Treynor; $R_e$ – rendibilidade esperada; $R_f$ – taxa *risk free*; $\beta$ – coeficiente beta

## 1.8 - Alfa de Jensen

O Alfa de Jensen nasce em 1968, nas mãos de Michael Jensen, também com base no CAPM.

O Alfa mede o desempenho de um portfólio em relação ao mercado onde se insere, através da diferença entre a rendibilidade líquida do portfólio e a rendibilidade de mercado esperada pelo CAPM, para um certo nível de risco sistemático, quantificado pelo coeficiente beta (Guimarães Júnior et. al, 2015).

O Alfa de Jensen é calculado através da fórmula:

$$\alpha = (R_e - R_f) - \beta(R_m - R_f)$$

**Legenda:** $\alpha$ – Alfa de Jensen; $R_e$ – rendibilidade esperada do portfólio; $R_f$ – taxa *risk free*; $\beta$ – coeficiente beta; $R_m$ – rendibilidade do mercado

Jensen (1969) indica três possíveis resultados para o Alfa: neutro, se a rendibilidade esperada da carteira for igual à esperada pelo CAPM; superior, onde a rendibilidade esperada está acima da calculada pelo CAPM e o Alfa apresenta sinal positivo; inferior, se a rendibilidade esperada estiver aquém da esperada pelo CAPM e o Alfa for negativo.

## 1.9 - Evidência Empírica

Em 2016, Zanferani e Silva realizaram um estudo para a Revista de Pós-Graduação Faculdade Cidade Verde, no qual aplicaram a teoria de portfólio eficiente de Markowitz às seguintes ações transacionadas na BM&FBOVESPA: Lojas Americanas, Banco do Brasil, Embraer, BRFoods, JBS Friboi e Banco Itaú. O objetivo do estudo foi a obtenção de diversos portfólios com as seguintes características:

1. 15% de rendibilidade e 0,007% de risco;
2. 18% de rendibilidade e 0,007% de risco;
3. 21% de rendibilidade e 0,007% de risco;
4. 24% de rendibilidade e 0,007% de risco;
5. 27% de rendibilidade e 0,008% de risco;
6. 30% de rendibilidade e 0,009% de risco.

Para alcançar os valores pretendidos, foi utilizado o *Solver* no *Microsoft Excel*. Os autores colocaram as restrições acima descritas e o programa devolveu as ponderações necessárias para satisfazer os requisitos. Concluíram que, para a obtenção de rendibilidades progressivas, o investidor devia colocar o seu capital maioritariamente nas ações da BRFoods e JBS Friboi.

Rhoads (2021), numa dissertação de Mestrado para a Murray State University intitulada "*Using Modern Portfolio Theory To Create Effifficient Portfolios From The S&P500*", procurou a criação de portfólios eficientes seguindo o índice S&P500.

O autor seguiu algumas das restrições do índice e, ao invés de utilizar ações individuais, afeta o investimento a ETF's de vários setores do mercado. O autor criou dois portfólios diferentes: um em que pretende maximizar a rendibilidade, mantendo o nível de risco do S&P500; outro onde pretende minimizar o risco para a mesma rendibilidade do índice. Também recorreu ao *software Solver* e, alterando as ponderações de cada ETF, conseguiu melhorar o desempenho em comparação aos valores oferecidos pelo índice.

Fonseca (2011) realizou um estudo na Universidade Federal do Rio de Janeiro semelhante aos referidos anteriormente, onde procurou otimizar a relação entre risco e rendibilidade ao maximizar o Índice de Sharpe. O seu portfólio original era constituído por 10 ações do IBOVESPA e, novamente com recurso ao *Solver*, maximizou o Índice de Sharpe ao alterar as ponderações das ações no portfólio original. Os resultados obtidos demonstraram que a metodologia permitiu uma melhoria em relação à carteira de origem.

# Capítulo 2 – Metodologia

Neste capítulo, são descritos os métodos e procedimentos analíticos aplicados no estudo com a finalidade de obter carteiras otimizadas constituídas por ativos do PSI.

Para alcançar o objetivo, realizou-se, inicialmente, uma análise quantitativa aos dados históricos das ações através do *Microsoft Excel*, na qual foram analisados diversos fatores estatísticos como a rendibilidade diária das ações, a sua variância e desvio padrão, covariância e correlação, culminando com a demonstração de três carteiras eficientes dentro do mercado nacional.

> "O método quantitativo, como o próprio nome indica, caracteriza-se pelo emprego da quantificação tanto nas modalidades de coleta de informações, quanto no tratamento delas por meio de técnicas estatísticas, desde as mais simples como percentual, média, desvio-padrão, às mais complexas, como coeficiente de correlação, análise de regressão etc.". (Richardson, 1999, p 70)

Para a aplicação da metodologia, o procedimento inicial foi extrair as cotações diárias das 19 empresas que constituíam o índice PSI entre 17 de agosto de 2021 e 16 de fevereiro de 2022, perfazendo um período total de 6 meses.

No período referido, uma empresa, para ser constituinte do PSI, tinha de cumprir com os seguintes requisitos (Euronext, 2021): capitalização bolsista de, no mínimo, 100 milhões de euros e *free float velocity* de, pelo menos, 15%. As empresas que cumpriam estes requisitos, durante o período indicado, eram as seguintes:

- Altri, SGPS SA;
- BCP;
- Corticeira Amorim;
- CTT SA;
- EDP, SA;
- EDP Renováveis;

- Mota Engil, SGPS SA;
- GALP;
- Greenvolt, SA;
- Ibersol, SGPS;
- Jerónimo Martins, SGPS SA;
- Novabase, SGPS;
- NOS, SGPS SA;
- Navigator, SA;
- Pharol, SGPS SA;
- Ramada SA;
- REN, SGPS SA;
- Semapa;
- Sonae, SGPA SA.

Após a extração das cotações diárias dos seis meses, foi calculada a rendibilidade diária de cada ação através da aplicação da seguinte fórmula:

$$R_t = ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

**Legenda:** $R_t$ – rendibilidade do período t; $P_t$ – preço do período t; $P_{t-1}$ – preço do período anterior a t

O passo seguinte foi somar os valores de rendibilidade diária, que resultou na rendibilidade total do período e, posteriormente, foi feita a divisão pelos seis meses em estudo, de forma a ser apurada a rendibilidade mensal média demonstrada na tabela 1.

Tabela 1 - Rendibilidade mensal dos ativos do PSI

| | Altri | BCP | Corticeira Amorim | CTT | EDP | EDP Renováveis | Mota Engil | Galp | Greenvolt | Ibersol |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Retorno total 6 meses | 11,5757% | 48,4436% | -11,7298% | 9,3667% | -9,9494% | -15,0957% | -4,9700% | 19,2347% | 17,7044% | -8,0322% |
| Retorno médio mensal | 1,9293% | 8,0739% | -1,9550% | 1,5611% | -1,6582% | -2,5159% | -0,8283% | 3,2058% | 2,9507% | -1,3387% |

| | Jerónimo Martins | Novabase | NOS | Navigator | Pharol | Ramada | REN | Semapa | Sonae |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Retorno total 6 meses | 10,1279% | 6,8705% | 3,6055% | 16,0069% | -12,5831% | 20,3150% | 3,2523% | 3,2124% | 13,2969% |
| Retorno médio mensal | 1,6880% | 1,1451% | 0,6009% | 2,6678% | -2,0972% | 3,3858% | 0,5421% | 0,5354% | 2,2162% |

Fonte: Elaboração própria

Seguiu-se o cálculo da rendibilidade mensal esperada de uma carteira teórica, na qual as 19 ações que constituíam o índice tinham igual ponderação entre si. Para tal, aplicou-se a fórmula do retorno esperado de uma carteira:

$$R_e = \sum_{i=1}^{N} R_i . X_i$$

**Legenda:** $R_e$ – retorno esperado da carteira; $R_i$ – retorno do ativo i; $X_i$ – peso do ativo i na carteira.

A aplicação da fórmula apresentou os seguintes resultados (Tabela 2):

Tabela 2 - Rendibilidade esperada do portfólio original

| Empresa | Retorno médio mensal | Peso na carteira teórica | Retorno mensal esperado da carteira |
|---|---|---|---|
| Altri | 1,929% | 5,2632% | |
| BCP | 8,074% | 5,2632% | |
| Corticeira Amorim | -1,955% | 5,2632% | |
| CTT | 1,561% | 5,2632% | |
| EDP | -1,658% | 5,2632% | |
| EDP Renováveis | -2,516% | 5,2632% | |
| Mota Engil | -0,828% | 5,2632% | |
| Galp | 3,206% | 5,2632% | |
| Greenvolt | 2,951% | 5,2632% | |
| Ibersol | -1,339% | 5,2632% | 1,0584% |
| Jerónimo Martins | 1,688% | 5,2632% | |
| Novabase | 1,145% | 5,2632% | |
| NOS | 0,601% | 5,2632% | |
| Navigator | 2,668% | 5,2632% | |
| Pharol | -2,097% | 5,2632% | |
| Ramada | 3,386% | 5,2632% | |
| REN | 0,542% | 5,2632% | |
| Semapa | 0,535% | 5,2632% | |
| Sonae | 2,216% | 5,2632% | |

Fonte: Elaboração própria

Obtida a rendibilidade, procedeu-se à análise do risco da carteira. Construiu-se uma matriz variância-covariância entre os retornos das ações do PSI, que resultou na variância da carteira e, aplicando a raiz quadrada ao valor obtido, foi calculado o desvio padrão.

A variância da carteira resulta da multiplicação da matriz variância-covariância (Apêndice 1) pela ponderação de cada ativo na carteira e o desvio padrão da aplicação da raiz quadrada ao valor da variância (Tabela 3).

Tabela 3 - Desvio padrão do portfólio original

| Desvio padrão | 0,33527% |
|---|---|

Fonte: Elaboração própria

O primeiro indicador de desempenho a ser aplicado na carteira teórica foi o Índice de Sharpe, cuja fórmula foi apresentada no capítulo anterior. Obtidos os valores para a rendibilidade mensal esperada, desvio padrão e taxa de juro *risk-free* que, de acordo com dados do Banco de Portugal (2022), foi, em média, de 0,45% entre agosto de 2021 e fevereiro de 2022 (Anexo 1), e aplicada a referida fórmula, obteve-se um Índice de Sharpe de 1,8018.

Tabela 4 – Índice de Sharpe do portfólio original

| | |
|---|---|
| Retorno mensal esperado | 1,0584% |
| Desvio padrão | 0,3353% |
| Índice de Sharpe | 1,8018 |

Fonte: Elaboração própria

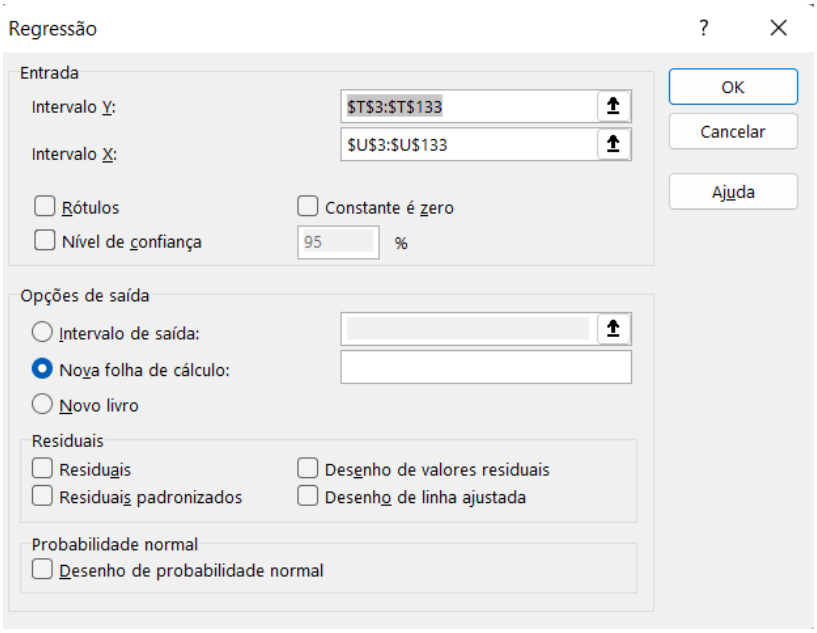
Posteriormente, recolheram-se os dados estatísticos que permitiram aplicar o Índice de Treynor aos portfólios. Já tinham sido obtidos os valores para a rendibilidade esperada da carteira teórica e para a taxa de juro *risk-free*, portanto o beta era a única variável em falta.

Dado que se trata de uma medida de risco sistemático, isto é, do mercado no geral, para se alcançar o beta dos ativos, foi necessário obter a rendibilidade diária do mercado nos 6 meses em estudo. Com recurso à extensão do *Excel* Análise de Dados, aplicou-se uma regressão aos valores diários de rendibilidade de cada ativo e do PSI, da seguinte forma:

*Excel* ⟶ Dados ⟶ Análise de Dados ⟶ Regressão

Ao seguir estes passos, é exibido o seguinte painel:

Imagem 1 – Painel da Análise de Dados no Excel




Fonte: Elaboração própria

Neste painel são inseridos os valores das rendibilidades diárias de cada ativo no Intervalo Y, as rendibilidades diárias do PSI no Intervalo X, e, ao clicar no botão OK, surge uma nova folha de cálculo com as informações abaixo exibidas (Imagem 2):

Imagem 2 – Output da regressão

SUMMARY OUTPUT

| *Regression Statistics* | |
|---|---|
| Multiple R | 0,63541602 |
| R Square | 0,40375351 |
| Adjusted R S | 0,39913145 |
| Standard Err | 0,01096817 |
| Observations | 131 |

ANOVA

| | *df* | *SS* | *MS* | *F* | *Significance F* |
|---|---|---|---|---|---|
| Regression | 1 | 0,01050868 | 0,01050868 | 87,3534763 | 3,57227E-16 |
| Residual | 129 | 0,01551879 | 0,0001203 | | |
| Total | 130 | 0,02602747 | | | |

| | *Coefficients* | *tandard Erro* | *t Stat* | *P-value* | *Lower 95%* | *Upper 95%* | *Lower 95,0%* | *Upper 95,0%* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Intercept | 0,00045017 | 0,0009602 | 0,46882596 | 0,63998536 | -0,001449608 | 0,00234994 | -0,0014496 | 0,00234994 |
| X Variable 1 | 0,96412618 | 0,10315583 | 9,34630817 | 3,5723E-16 | 0,760029845 | 1,16822252 | 0,76002984 | 1,16822252 |

Fonte: Elaboração própria

O exemplo anterior é referente à empresa Sonae e o beta está destacado a amarelo, na coluna *Coefficients*, linha *X Variable 1*.

Aplicando o método demonstrado para cálculo de beta a cada uma das 19 empresas, foram obtidos os valores demonstrados na tabela 5.

Tabela 5 - Beta dos ativos

| Empresa | Beta |
|---|---|
| Altri | 1,2990 |
| BCP | 1,6867 |
| Corticeira Amorim | 0,5587 |
| CTT | 0,9963 |
| EDP | 0,9964 |
| EDP Renováveis | 1,5428 |
| Mota Engil | 0,9739 |
| Galp | 0,8712 |
| Greenvolt | 0,9410 |
| Ibersol | 0,2150 |
| Jerónimo Martins | 0,9192 |
| Novabase | 0,4041 |
| NOS | 0,5809 |
| Navigator | 0,9137 |
| Pharol | 0,6907 |
| Ramada | 0,4197 |
| REN | 0,4281 |
| Semapa | 0,4758 |
| Sonae | 0,9641 |

Fonte: Elaboração própria

Foi calculado o beta da carteira teórica ao multiplicar a ponderação de cada ativo pelo respetivo beta, que resultou num beta de 0,8356. Com a rendibilidade esperada de 1,0584%, taxa *risk-free* de 0,46% e o beta fixado nos 0,8356, o Índice de Treynor da carteira teórica foi de 0,0072.

Tabela 6 - Beta e Índice de Treynor do portfólio original

| | |
|---|---|
| Retorno mensal esperado | 1,0584% |
| Beta da carteira | 0,8356 |
| Índice de Treynor | 0,0072 |

Fonte: Elaboração própria

O indicador final utilizado na carteira teórica foi o Alfa de Jensen, cujo cálculo foi realizado através da aplicação da fórmula já anteriormente referida:

$$\alpha = (R_e - R_f) - \beta(R_m - R_f)$$

Uma vez que todos os fatores utilizados já tinham sido obtidos anteriormente, conforme demonstrado ao longo do capítulo, foi apenas necessário aplicar a fórmula, cujos resultados constam na tabela seguinte (Tabela 7):

Tabela 7 - Resultados do portfólio original

| | |
|---|---|
| Retorno mensal esperado | 1,0584% |
| Rendibilidade do mercado | 1,2792% |
| Taxa risk-free | 0,45% |
| Beta da carteira | 0,8356 |
| Alfa de Jensen | -0,0009 |

Fonte: Elaboração própria

Para finalizar a análise estatística, foram calculados os valores de capitalização bolsista para os ativos (Tabela 8), de forma a calcular a ponderação de cada um no PSI, com a finalidade de evitar que ações com baixa liquidez terminassem com uma ponderação demasiado elevada nos portfólios otimizados.

Tabela 8 - Capitalização Bolsista

| Empresa | Nº ações em circulação | Preço a 16/02/22 | Capitalização Bolsista | Ponderação |
|---|---|---|---|---|
| Altri | 205 131 672 | 5,855 | 1 201 045 939,56 | 1,69% |
| BCP | 15 113 989 952 | 0,198 | 2 995 592 808,49 | 4,21% |
| Corticeira Amorim | 133 000 000 | 10,100 | 1 343 300 000,00 | 1,89% |
| CTT | 148 499 999 | 4,865 | 722 452 495,14 | 1,01% |
| EDP | 3 946 677 854 | 4,120 | 16 260 312 758,48 | 22,83% |
| EDP Renováveis | 960 558 162 | 17,920 | 17 213 202 263,04 | 24,16% |
| Mota Engil | 300 684 369 | 1,256 | 377 659 567,46 | 0,53% |
| Galp | 829 250 635 | 10,230 | 8 483 233 996,05 | 11,91% |
| Greenvolt | 121 376 470 | 5,670 | 688 204 584,90 | 0,97% |
| Ibersol | 42 400 019 | 5,500 | 233 200 104,50 | 0,33% |
| Jerónimo Martins | 628 434 220 | 19,830 | 12 461 850 582,60 | 17,49% |
| Novabase | 30 724 783 | 4,970 | 152 702 171,51 | 0,21% |
| NOS | 512 158 953 | 3,558 | 1 822 261 554,77 | 2,56% |
| Navigator | 711 183 069 | 3,510 | 2 496 252 572,19 | 3,50% |
| Pharol | 821 690 860 | 0,088 | 72 308 795,68 | 0,10% |
| Ramada | 25 641 459 | 7,180 | 184 105 675,62 | 0,26% |
| REN | 663 309 888 | 2,500 | 1 658 274 720,00 | 2,33% |
| Semapa | 79 869 373 | 12,020 | 960 029 863,46 | 1,35% |
| Sonae | 1 877 662 817 | 1,016 | 1 907 705 422,07 | 2,68% |
| TOTAL | 27 152 244 554 | | 71 233 695 875,52 | 1 |

Fonte: Elaboração própria

A capitalização bolsista resulta da multiplicação do número de ações em circulação pelo preço. Neste caso particular, foi utilizado o preço no último dia dos seis meses em análise.

Já a ponderação resulta da divisão da capitalização bolsista individual de cada ativo pela capitalização total.

Dada por concluída a análise estatística e a respetiva recolha de dados necessários, procedeu-se, assim, à otimização das carteiras. Para tal efeito, foi utilizada a aplicação *Solver* no *Microsoft Excel*, uma ferramenta de otimização que, através de testes de hipóteses, encontra o valor ótimo, seja ele máximo ou mínimo, de uma determinada variável e possibilita, ainda, a adição de restrições ao cálculo.

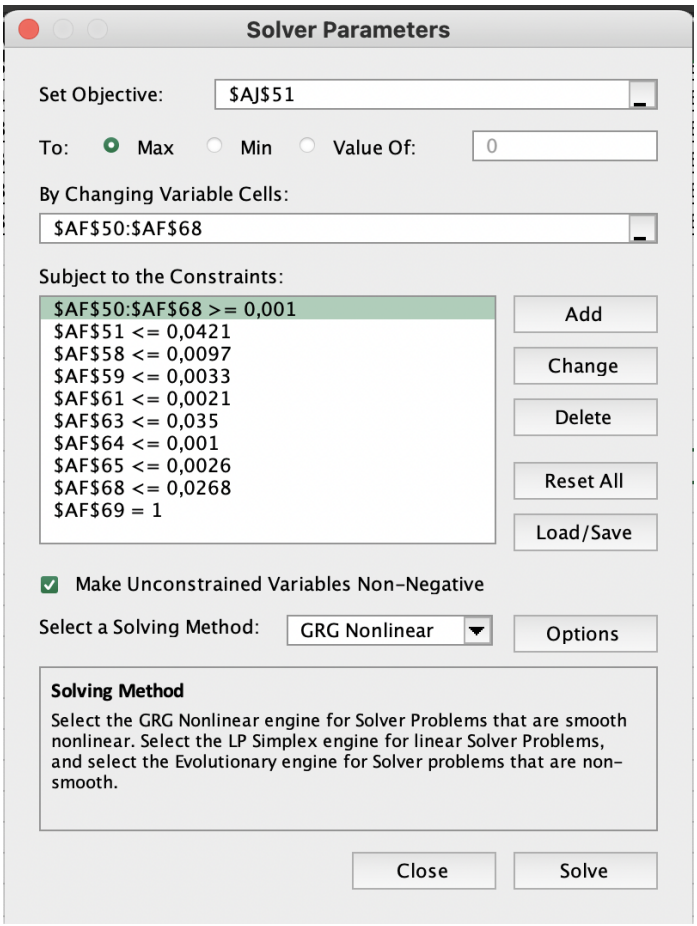
Foram criados três portfólios com objetivos distintos:

**1)** Portfólio 1 – Maximização do Índice de Sharpe;
**2)** Portfólio 2 – Maximização da rendibilidade para o mesmo nível de risco do portfólio original;
**3)** Portfólio 3 – Minimização do desvio padrão para o mesmo nível de rendibilidade do portfólio original.

Nas Imagens 3, 4 e 5 são demonstrados os parâmetros utilizados no *Solver* para cada portfólio, bem como uma breve descrição do objetivo, células variáveis e restrições.

## 2.1 - Portfólio 1 – Maximização do Índice de Sharpe

Imagem 3 - Parâmetros do Solver para o Portfólio 1




Fonte: Elaboração própria

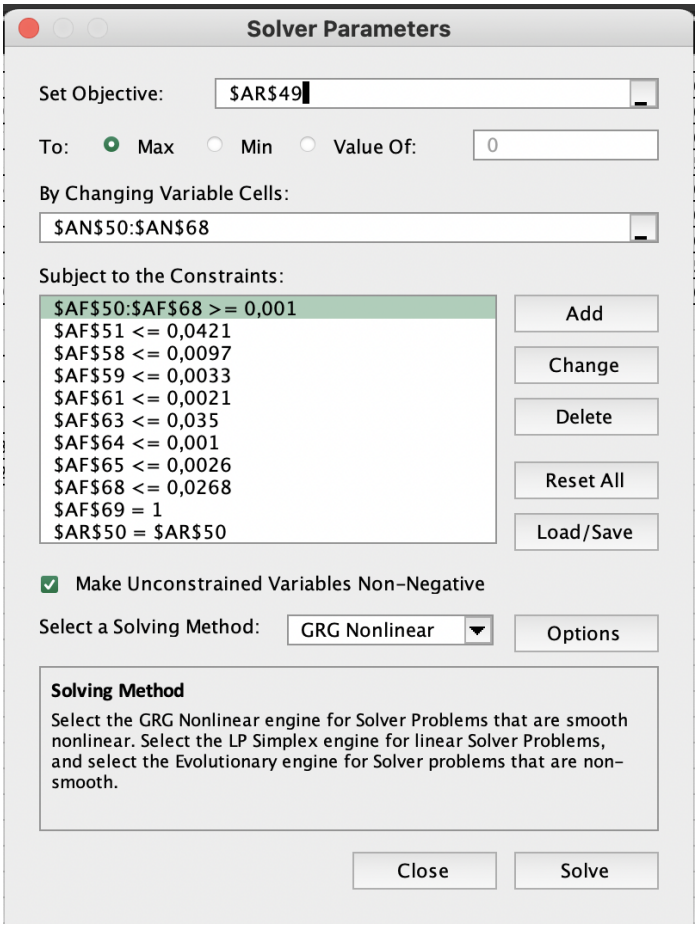
I. **Objetivo:** maximizar a célula do Índice de Sharpe, o que resultará no melhor rácio risco-retorno para a carteira;

II. **Células variáveis:** a maximização é atingida ao alterar a ponderação das ações na carteira;

III. **Restrições:** a ponderação de cada ação é igual ou superior a zero, evitando ponderações negativas significativas de um cenário de *short selling*; a soma total das ponderações da carteira é igual a um; tem de ser atribuída uma ponderação a todos os ativos; as ponderações das ações das empresas Novabase, Ramada, Sonae, BCP, Greenvolt, Pharol, Ibersol e Navigator são menores ou iguais à sua ponderação na capitalização bolsista.

## 2.2 - Portfólio 2 – Maximização da rendibilidade para o mesmo nível de risco do portfólio original

Imagem 4 - Parâmetros do Solver para o Portfólio 2




Fonte: Elaboração própria

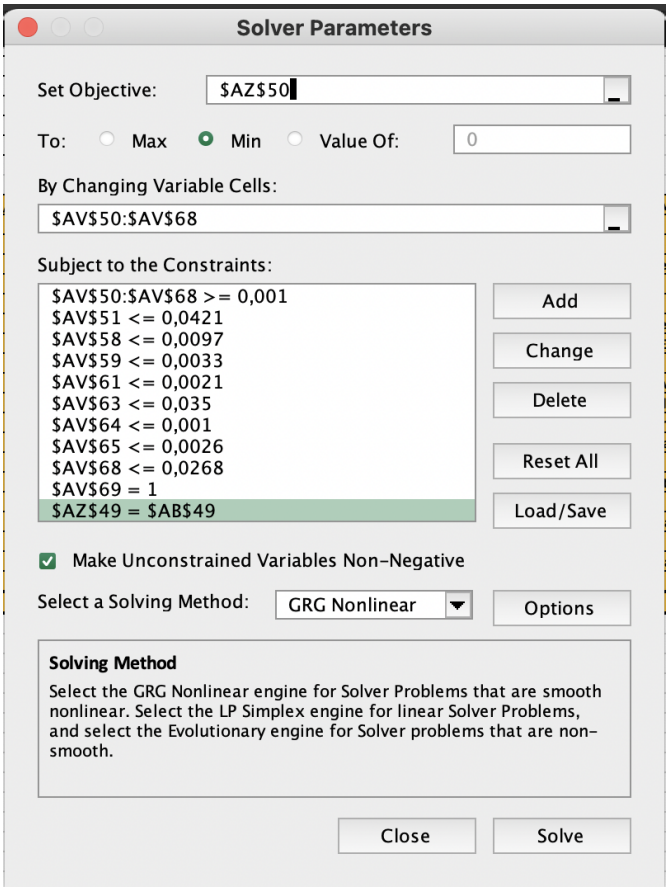
I. **Objetivo:** maximizar a célula da rendibilidade mensal, mantendo o nível de risco da carteira;

II. **Células variáveis:** a maximização é atingida ao alterar a ponderação das ações na carteira;

III. **Restrições:** a ponderação de cada ação é igual ou superior a zero, evitando ponderações negativas significativas de um cenário de *short selling*; a soma total das ponderações da carteira é igual a um; o desvio padrão é igual ao da carteira original; tem de ser atribuída uma ponderação a todos os ativos; as ponderações das ações das empresas Novabase, Ramada, Sonae, BCP, Greenvolt, Pharol, Ibersol e Navigator são menores ou iguais à sua ponderação na capitalização bolsista.

## 2.3 - Portfólio 3 – Minimização do desvio padrão para o mesmo nível de rendibilidade do portfólio original

Imagem 5 - Parâmetros do Solver para o Portfólio 3




Fonte: Elaboração própria

I. **Objetivo:** minimizar a célula do desvio padrão, mantendo o nível de rendibilidade oferecido pelo portfólio original;

II. **Células variáveis:** a minimização é atingida ao alterar a ponderação das ações na carteira;

III. **Restrições:** a ponderação de cada ação é igual ou superior a zero, evitando ponderações negativas significativas de um cenário de *short selling*; a soma total das ponderações da carteira é igual a um; a rendibilidade é igual à oferecida pela carteira original; tem de ser atribuída uma ponderação a todos os ativos; as ponderações das ações das empresas Novabase, Ramada, Sonae, BCP, Greenvolt, Pharol, Ibersol e Navigator são menores ou iguais à sua ponderação na capitalização bolsista.

# Capítulo 3 - Análise e Discussão de Resultados

Neste capítulo são apresentados, analisados e discutidos os resultados obtidos ao longo do estudo realizado que, conforme mencionado anteriormente, tem como finalidade apresentar algumas carteiras eficientes constituídas por ativos do PSI.

Após a aplicação da metodologia descrita no capítulo anterior, o *Solver* devolveu os seguintes resultados:

## 3.1 - Portfólio 1 – Maximização do Índice de Sharpe

Tabela 9 - Constituição do Portfólio 1

| Max IS | |
|---|---|
| Altri | 0,10% |
| BCP | 4,21% |
| Corticeira Amorim | 0,10% |
| CTT | 11,17% |
| EDP | 0,10% |
| EDP Renováveis | 0,10% |
| Mota Engil | 0,10% |
| Galp | 44,96% |
| Greenvolt | 0,97% |
| Ibersol | 0,10% |
| Jerónimo Martins | 31,04% |
| Novabase | 0,21% |
| NOS | 0,10% |
| Navigator | 3,50% |
| Pharol | 0,10% |
| Ramada | 0,26% |
| REN | 0,10% |
| Semapa | 0,10% |
| Sonae | 2,68% |
| Total | 1 |

Fonte: Elaboração própria

Confirmado o cumprimento das restrições impostas ao *Solver*, de ponderações iguais ou superiores a zero e ponderação total de 100%, foi obtida a seguinte composição de carteira:

**1)** 44,96% de ações da Galp;
**2)** 31,04% de ações da Jerónimo Martins;
**3)** 11,17% de ações da CTT;
**4)** 4,21% de ações da BCP;
**5)** 3,50% de ações da Navigator;
**6)** 2,68% de ações da Sonae;

**7)** 0,97% de ações da Greenvolt;

**8)** 0,26% de ações da Ramada;

**9)** 0,21% de ações da Novabase;

**10)** 0,10% para cada uma das restantes ações.

Tabela 10 - Resultados do Portfólio 1

| | |
|---|---|
| **Retorno mensal esperado** | 2,6653% |
| **Desvio padrão** | 0,4670% |
| **Índice de Sharpe** | 4,7345 |
| **Beta** | 0,9359 |
| **Índice de Treynor** | 0,0285 |
| **Alfa de Jensen** | 0,0144 |

Fonte: Elaboração própria

Esta composição de carteira origina um retorno mensal esperado de 2,6653% e um desvio padrão de 0,4670%, valores que resultam num Índice de Sharpe de 4,7345. O beta da carteira aumentou para 0,9359, o que não impediu que o Índice de Treynor e o Alfa de Jensen também aumentassem. Este portfólio oferece ao investidor o melhor rácio entre risco e rendibilidade, a melhor rendibilidade de entre os três portfólios, mas também o maior nível de risco, se bem que devidamente compensado.

## 3.2 - Portfólio 2 - Maximização da rendibilidade para o mesmo nível de risco da carteira teórica

Tabela 11 - Constituição do Portfólio 2

| Max Retorno c/risco igual | |
|---|---|
| Altri | 0,10% |
| BCP | 4,21% |
| Corticeira Amorim | 0,10% |
| CTT | 6,54% |
| EDP | 0,10% |
| EDP Renováveis | 0,10% |
| Mota Engil | 0,10% |
| Galp | 20,40% |
| Greenvolt | 0,97% |
| Ibersol | 0,10% |
| Jerónimo Martins | 20,71% |
| Novabase | 0,21% |
| NOS | 11,22% |
| Navigator | 3,50% |
| Pharol | 0,10% |
| Ramada | 0,26% |
| REN | 15,06% |
| Semapa | 13,54% |
| Sonae | 2,68% |
| Total | 1 |

Fonte: Elaboração própria

Novamente confirmados os requisitos impostos, o portfólio é composto por:

**1)** 20,71% de ações da Jerónimo Martins;
**2)** 20,40% de ações da Galp;
**3)** 15,06% de ações da REN;
**4)** 13,54% de ações da Semapa;
**5)** 11,22% de ações da NOS;
**6)** 6,54% de ações da CTT;
**7)** 4,21% de ações do BCP;
**8)** 3,50% de ações da Navigator;
**9)** 2,68% de ações da Sonae;
**10)** 0,97% de ações da Greenvolt;
**11)** 0,26% de ações da Ramada;
**12)** 0,21% de ações da Novabase;
**13)** 0,10% para cada uma das restantes ações.

Tabela 12 - Resultados do Portfólio 1

| | |
|---|---|
| **Retorno mensal esperado** | 1,8512% |
| **Desvio padrão** | 0,3353% |
| **Índice de Sharpe** | 4,1664 |
| **Beta** | 0,7735 |
| **Índice de Treynor** | 0,0239 |
| **Alfa de Jensen** | 0,0076 |

Fonte: Elaboração própria

O portfólio oferece ao investidor um retorno mensal esperado de 1,8512% pelo mesmo desvio padrão da carteira original, 0,3353%. O beta diminuiu para 0,7735, o Índice de Sharpe aumentou para 4,1664, o Índice de Treynor para 0,0239 e o Alfa de Jensen passou de negativo para 0,076. Verifica-se uma melhoria na eficiência da carteira, já que o investidor vê aumentada a sua rendibilidade esperada, bem como os indicadores da relação entre risco e rendibilidade, sem ter de assumir um maior nível de risco no seu investimento.

## 3.3 - Portfólio 3 – Minimização do desvio padrão para o mesmo nível de rendibilidade da carteira teórica

Tabela 13 - Constituição do Portfólio 3

| Min DP c/rend igual | |
|---|---|
| Altri | 0,10% |
| BCP | 4,08% |
| Corticeira Amorim | 2,74% |
| CTT | 0,10% |
| EDP | 0,10% |
| EDP Renováveis | 0,10% |
| Mota Engil | 0,10% |
| Galp | 5,45% |
| Greenvolt | 0,97% |
| Ibersol | 0,33% |
| Jerónimo Martins | 1,89% |
| Novabase | 0,21% |
| NOS | 17,99% |
| Navigator | 3,50% |
| Pharol | 0,10% |
| Ramada | 0,26% |
| REN | 47,62% |
| Semapa | 13,89% |
| Sonae | 0,47% |
| Total | 1 |

Fonte: Elaboração própria

Para o terceiro e último portfólio, o *Solver* devolve-nos a seguinte composição:

**1)** 47,62% de ações da REN;
**2)** 17,99% de ações da NOS;
**3)** 13,89% de ações da Semapa
**4)** 5,45% de ações da Galp;
**5)** 4,08% de ações do BCP;
**6)** 3,50% de ações da Navigator;
**7)** 2,74% de ações da Corticeira Amorim;
**8)** 1,89% de ações da Jerónimo Martins;
**9)** 0,97%% de ações da Greenvolt;
**10)** 0,47% de ações da Sonae;
**11)** 0,26% de ações da Ramada;
**12)** 0,21% de ações da Novabase;
**13)** 0,10% para cada uma das restantes ações.

Tabela 14 - Resultados do Portfólio 2

| | |
|---|---|
| Retorno mensal esperado | 1,0584% |
| Desvio padrão | 0,2638% |
| Índice de Sharpe | 2,2901 |
| Beta | 0,5782 |
| Índice de Treynor | 0,0183 |
| Alfa de Jensen | 0,0013 |

Fonte: Elaboração própria

Neste portfólio, cujo objetivo foi manter a rendibilidade da carteira original, mas minimizando o nível de risco, o retorno mensal esperado manteve-se nos 1,0584% e o desvio padrão desceu para 0,2388%. À semelhança do desvio padrão, o beta diminuiu para 0,5782, o Índice de Sharpe aumentou para 2,5297, o de Treynor para 0,0183 e o Alfa de Jensen para 0,0013. Mais uma vez, verifica-se que é possível melhorar a eficiência da carteira original, sendo que, neste caso, o risco para o investidor é menor e o prémio entre risco e retorno também é superior ao original.

A Tabela 8 apresenta os resultados anteriores e posteriores à otimização aplicada, permitindo observar e comparar os valores entre o portfólio original e os novos.

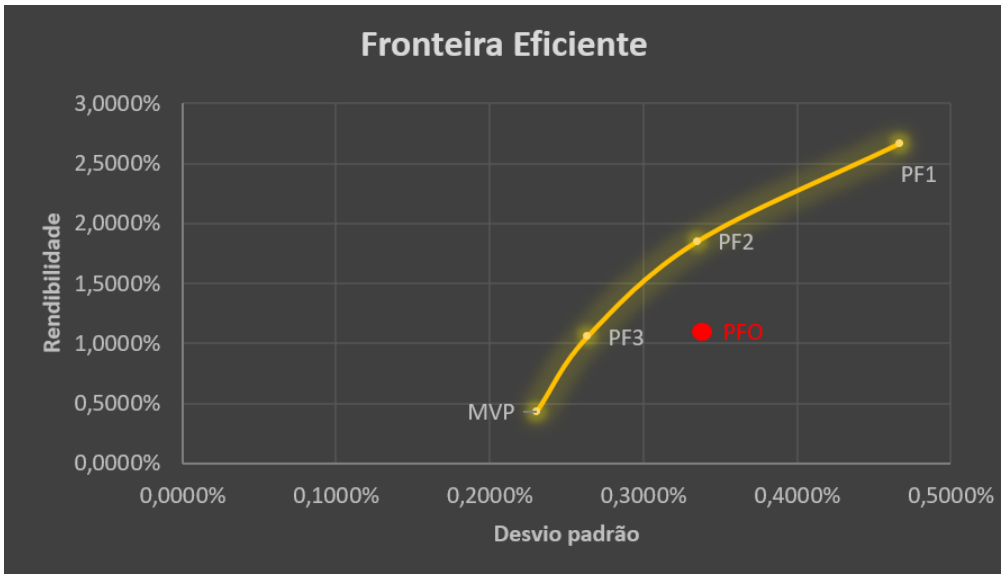
Tabela 15 - Resumo dos resultados obtidos

| | Portfólio original | Portfólio 1 | Portfólio 2 | Portfólio 3 |
|---|---|---|---|---|
| Retorno mensal esperado | 1,0584% | 2,6653% | 1,8512% | 1,0584% |
| Desvio padrão | 0,3353% | 0,4670% | 0,3353% | 0,2638% |
| Índice de Sharpe | 1,8018 | 4,7345 | 4,1664 | 2,2901 |
| Beta da carteira | 0,8356 | 0,9359 | 0,7735 | 0,5782 |
| Índice de Treynor | 0,0072 | 0,0285 | 0,0239 | 0,0183 |
| Alfa de Jensen | -0,0009 | 0,0144 | 0,0076 | 0,0013 |

Fonte: Elaboração própria

No Gráfico 1 está representada a fronteira eficiente composta pelas carteiras otimizadas. Podemos observar os portfólios 1, 2 e 3, o portfólio original, bem como o portfólio de variância mínima, obtido apenas para efeitos de construção do gráfico.

Gráfico 1 - Fronteira Eficiente




Fonte: Elaboração própria

**Legenda:** PF1 – Portfólio 1; PF2 – Portfólio 2; PF3 – Portfólio 3; PFO – Portfólio Original; MVP – Portfólio de variância mínima.

Como é possível verificar no Gráfico 1 e nas Tabelas 10, 12 e 14, os três novos portfólios eficientes apresentam melhorias relativamente ao original nos diversos medidores de desempenho em análise.

O Portfólio 1 oferece a rendibilidade esperada mais elevada e apresenta ao investidor o melhor rácio risco/rendibilidade, fruto da maximização do Índice de Sharpe. Apresenta, igualmente, o maior nível de risco de todas as carteiras, o que não é surpresa tendo em conta o conceito de equilíbrio de mercado, que nos diz que, para obter maior rendibilidade, há que enfrentar mais risco. Como, neste portfólio, o binómio risco-retorno está maximizado, é possível afirmar que o risco extra assumido por um investidor será devidamente compensado. Seria um portfólio indicado para um investidor arriscado, disposto a assumir um risco mais elevado, sabendo que estaria a ser compensado por tal.

O Portfólio 2 apresenta uma melhoria na rendibilidade para o mesmo valor de desvio padrão do portfólio original, o que conduz a uma melhoria em todos os indicadores estatísticos. Vai de encontro a uma das premissas de Markowitz sobre a obtenção de carteiras eficientes, já que maximiza a rendibilidade para um certo nível de risco, resultando num portfólio que se encontra na fronteira eficiente, conforme disposto no Gráfico 1. Este portfólio enquadrar-se-ia num investidor com perfil moderado, já que oferece um retorno mensal acima do mercado onde os ativos se inserem, sem que tenha de incorrer num maior risco.

Por fim, o Portfólio 3 devolve uma redução do nível de risco, mantendo a rendibilidade da carteira original. Novamente, é algo referido por Markowitz no tema de eficiência do portfólio, já que, neste caso, houve uma minimização do desvio padrão para um certo nível de rendibilidade, resultando em mais um portfólio eficiente, à semelhança dos anteriores. Esta última carteira seria a mais indicada para um investidor conservador, já que oferece a mesma rendibilidade do mercado, mas com o risco minimizado.

# Conclusão

## Conclusão

O objetivo desta dissertação foi compreender e demonstrar uma forma de melhor analisar o mercado de capitais em Portugal, com o intuito de facultar ao investidor uma melhor rentabilização do investimento por via da obtenção de portfólios eficientes.

O processo inicial consistiu em estudar algumas das teorias existentes sobre o tema e elaborar a revisão de literatura, onde foram abordadas as teorias de Markowitz, Sharpe e ainda breves noções do CAPM, bem como uma breve descrição dos elementos estatísticos que estão inseridos nas referidas teorias e ao longo do estudo: rendibilidade, risco, desvio-padrão, beta do portfólio, Índices de Sharpe e de Treynor e o Alfa de Jensen.

Posteriormente, procedeu-se à análise estatística dos ativos que figuravam no índice PSI, onde se recolheram as cotações diárias, de forma a obter as rendibilidades mensais médias e a rendibilidade esperada de uma carteira onde os 19 ativos do índice tinham igual ponderação, assim como o cálculo do risco através de uma matriz variância-covariância que devolveu a variância da carteira e, consequentemente, o desvio padrão. Para terminar o procedimento de tratamento estatístico, foi obtido o valor do beta para a carteira teórica, com recurso à extensão do *Excel* Análise de Dados, através da qual se realizou uma regressão entre as rendibilidades diárias de cada ativo e a rendibilidade diária do índice PSI. Foi, ainda, calculada a capitalização bolsista de cada ativo, com o intuito de evitar que ações com pouca liquidez tivessem uma ponderação demasiado elevada nos portfólios eficientes.

Após este tratamento, calcularam-se os valores para o Índice de Sharpe, Índice de Treynor e Alfa de Jensen, com a finalidade de serem os elementos demonstrativos da relação entre risco e rendibilidade para cada um dos portfólios e permitirem avaliar os resultados do processo de otimização.

Para se obterem os portfólios ótimos, foi utilizada a extensão *Solver* do *Microsoft Excel*, onde se aplicaram as restrições necessárias em três carteiras com características diferentes.

No Portfólio 1, onde se maximizou o Índice de Sharpe, verificou-se que a rendibilidade subiu para 2,6653%, o Índice de Sharpe para 4,7345, o Índice de Treynor para 0,0285 e o Alfa de Jensen para 0,0144. As medidas de risco também registaram aumentos, já que o desvio padrão aumentou para 0,4670% e o beta da carteira para 0,9359.

No Portfólio 2, no qual se maximizou a rendibilidade da nova carteira mantendo o desvio padrão da carteira original, a mesma aumentou para 1,8512%, o Índice de Sharpe para 4,1664, o Índice de Treynor para 0,02839 e o Alfa de Jensen para 0,0076. Quanto aos índices de risco deste portfólio, no qual o desvio padrão se mantém nos 0,3353% da carteira original, beta da carteira regista uma descida para 0,7735.

No Portfólio 3, que minimizou o nível de risco mantendo a rendibilidade do portfólio original, que era de 1,0584%, o Índice de Sharpe subiu para 2,2901, o Índice de Treynor para 0,0183 e o Alfa de Jensen para 0,0013. O portfólio apresenta os menores níveis de risco, com um desvio padrão de 0,2638% e um beta de 0,5782.

Face aos resultados demonstrados, comprova-se a eficácia da metodologia empregue, evidenciando resultados que afinam substancialmente os valores provenientes do portfólio original, possibilitando, assim, a obtenção de três carteiras eficientes, com características distintas, que se ajustam a vários tipos de investidores, desde um investidor arriscado até a um investidor conservador.

Para finalizar, acho pertinente frisar que não existem investimentos infalíveis no mercado de ações e que não é possível fazer um exercício de futurologia, uma vez que os dados ao dispor do investidor são dados históricos e a natureza do mercado de capitais de constante mudança leva a que o histórico de uma ação possa, rapidamente, tornar-se irrelevante e o seu preço descer descontroladamente. As conclusões deste estudo visam ajudar o investidor e facultar uma base analítica para um investimento mais sustentável, mas sem dar garantias absolutas de retorno.

**Limitações do estudo e recomendações para investigações futuras**

À data de realização, a empresa Greenvolt era uma entrada recente na bolsa portuguesa, pelo que o espaço temporal utilizado para o estudo foi menor do que o desejado. Idealmente, utilizaria uma base de dados com maior intervalo de tempo, o que permitiria obter um número de dados históricos superior e, consequentemente, uma maior fiabilidade nos resultados.

Posteriormente à realização da análise prática, as empresas Novabase, Ramada, Ibersol e Pharol foram retiradas do índice por não cumprirem os requisitos mínimos, o que significa que, de momento, apenas 15 empresas figuram no PSI, significando que, na atualidade, a composição das carteiras seria diferente.

Para investigações futuras, recomendaria que fosse utilizado um maior intervalo temporal e que o estudo não se restringisse apenas ao PSI, mas sim a todo o mercado nacional ou mesmo a um mercado estrangeiro, tendo, assim, uma base de dados maior que permitiria uma investigação ainda mais fiável.

# Anexos

## Anexo 1 – Taxa de Rendibilidade de Obrigações do Tesouro a 10 anos

Taxas de rendibilidade de obrigações do tesouro

Nesta página pode consultar a evolução das médias mensais das taxas de rendibilidade de obrigações do tesouro, para maturidades de 10, 5 e 2 anos, para os últ
meses.

Taxas de rendibilidade de obrigações do tesouro

| Séries | fev. 2022 | jan. 2022 | dez. 2021 | nov. 2021 | out. 2021 | set. 2021 | ago. 2021 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Filtrar... | Filtrar... | Filtrar... | Filtrar... | Filtrar... | Filtrar... | Filtrar... | Filtrar... |
| Prazo residual - 10 anos | 1,06 | 0,58 | 0,36 | 0,39 | 0,39 | 0,26 | 0,14 |

Fonte: Banco de Portugal (2022)

# Apêndices

## Apêndice 1 – Matriz variância-covariância das ações do PSI

| Matriz Variancia-Covariancia (valores mensais) | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Altri | BCP | Corticeira Amorim | CTT | EDP | EDP Renováveis | Mota Engil | Galp |
| Altri | 5,4329E-05 | 3,3521E-05 | 1,0524E-05 | 1,7678E-05 | 1,6046E-05 | 2,6391E-05 | 2,2120E-05 | 2,3860E-05 |
| BCP | 3,3521E-05 | 1,0613E-04 | 1,1732E-05 | 2,4621E-05 | 1,0463E-05 | 1,1424E-05 | 2,8472E-05 | 3,8743E-05 |
| Corticeira Amorim | 1,0524E-05 | 1,1732E-05 | 2,5123E-05 | 9,5698E-06 | 6,3540E-06 | 1,2923E-05 | 6,9462E-06 | 5,6522E-06 |
| CTT | 1,7678E-05 | 2,4621E-05 | 9,5698E-06 | 6,1820E-05 | 1,3625E-05 | 1,7501E-05 | 1,8242E-05 | 6,9698E-06 |
| EDP | 1,6046E-05 | 1,0463E-05 | 6,3540E-06 | 1,3625E-05 | 3,2515E-05 | 3,7004E-05 | 1,4098E-05 | 1,2644E-06 |
| EDP Renováveis | 2,6391E-05 | 1,1424E-05 | 1,2923E-05 | 1,7501E-05 | 3,7004E-05 | 7,7460E-05 | 1,8192E-05 | -4,4999E-06 |
| Mota Engil | 2,2120E-05 | 2,8472E-05 | 6,9462E-06 | 1,8242E-05 | 1,4098E-05 | 1,8192E-05 | 3,5491E-05 | 1,8064E-05 |
| Galp | 2,3860E-05 | 3,8743E-05 | 5,6522E-06 | 6,9698E-06 | 1,2644E-06 | -4,4999E-06 | 1,8064E-05 | 5,8312E-05 |
| Greenvolt | 2,6074E-05 | 1,4433E-05 | 6,4250E-06 | 1,7671E-05 | 1,6245E-05 | 3,0131E-05 | 1,6119E-05 | 9,9370E-06 |
| Ibersol | 3,6613E-06 | 1,2526E-05 | -2,2072E-06 | 8,7922E-06 | 3,1397E-07 | -4,8630E-06 | 3,8608E-06 | 4,0715E-06 |
| Jerónimo Martins | 6,9486E-06 | 5,7543E-06 | 6,8826E-06 | 4,5929E-06 | 9,6363E-06 | 1,3403E-05 | 5,4218E-06 | 4,8014E-07 |
| Novabase | 9,6032E-06 | 1,4162E-05 | 4,2509E-07 | 5,6614E-06 | 2,2135E-06 | 3,9014E-06 | 6,8421E-06 | 1,1070E-05 |
| NOS | 1,0648E-05 | 1,2064E-05 | 1,4695E-06 | 1,0880E-05 | 6,7140E-06 | 1,0788E-05 | 8,1363E-06 | 7,3641E-06 |
| Navigator | 2,8457E-05 | 2,2521E-05 | 6,6832E-06 | 1,3363E-05 | 9,2972E-06 | 1,7665E-05 | 1,5292E-05 | 1,5529E-05 |
| Pharol | 1,2177E-05 | 1,5785E-05 | 9,3480E-06 | 8,3306E-06 | 1,1513E-05 | 1,1454E-05 | 1,0272E-05 | 1,1756E-05 |
| Ramada | 4,5346E-06 | 9,2472E-06 | 6,1539E-06 | 1,0473E-05 | 2,6998E-06 | 7,2830E-06 | 6,9125E-06 | 9,1893E-06 |
| REN | 4,2635E-06 | 2,2260E-06 | 3,5666E-06 | 8,7576E-06 | 8,5146E-06 | 1,0306E-05 | 5,2816E-06 | 1,9203E-06 |
| Semapa | 1,2977E-05 | 8,1884E-06 | 4,9186E-06 | 8,7034E-06 | 6,5025E-06 | 1,0892E-05 | 7,6189E-06 | 5,0980E-06 |
| Sonae | 1,8141E-05 | 2,1557E-05 | 7,3726E-06 | 1,1925E-05 | 7,9327E-06 | 1,2900E-05 | 1,3419E-05 | 1,1569E-05 |

| Greenvolt | Ibersol | Jerónimo Martins | Novabase | NOS | Navigator | Pharol | Ramada | REN | Semapa | Sonae |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2,6074E-05 | 3,6613E-06 | 6,9486E-06 | 9,6032E-06 | 1,0648E-05 | 2,8457E-05 | 1,2177E-05 | 4,5346E-06 | 4,2635E-06 | 1,2977E-05 | 1,8141E-05 |
| 1,4433E-05 | 1,2526E-05 | 5,7543E-06 | 1,4162E-05 | 1,2064E-05 | 2,2521E-05 | 1,5785E-05 | 9,2472E-06 | 2,2260E-06 | 8,1884E-06 | 2,1557E-05 |
| 6,4250E-06 | -2,2072E-06 | 6,8826E-06 | 4,2509E-07 | 1,4695E-06 | 6,6832E-06 | 9,3480E-06 | 6,1539E-06 | 3,5666E-06 | 4,9186E-06 | 7,3726E-06 |
| 1,7671E-05 | 8,7922E-06 | 4,5929E-06 | 5,6614E-06 | 1,0880E-05 | 1,3363E-05 | 8,3306E-06 | 1,0473E-05 | 8,7576E-06 | 8,7034E-06 | 1,1925E-05 |
| 1,6245E-05 | 3,1397E-07 | 9,6363E-06 | 2,2135E-06 | 6,7140E-06 | 9,2972E-06 | 1,1513E-05 | 2,6998E-06 | 8,5146E-06 | 6,5025E-06 | 7,9327E-06 |
| 3,0131E-05 | -4,8630E-06 | 1,3403E-05 | 3,9014E-06 | 1,0788E-05 | 1,7665E-05 | 1,1454E-05 | 7,2830E-06 | 1,0306E-05 | 1,0892E-05 | 1,2900E-05 |
| 1,6119E-05 | 3,8608E-06 | 5,4218E-06 | 6,8421E-06 | 8,1363E-06 | 1,5292E-05 | 1,0272E-05 | 6,9125E-06 | 5,2816E-06 | 7,6189E-06 | 1,3419E-05 |
| 9,9370E-06 | 4,0715E-06 | 4,8014E-07 | 1,1070E-05 | 7,3641E-06 | 1,5529E-05 | 1,1756E-05 | 9,1893E-06 | 1,9203E-06 | 5,0980E-06 | 1,1569E-05 |
| 7,1533E-05 | 2,2941E-06 | 6,1902E-06 | 4,7028E-06 | 7,6541E-06 | 1,1901E-05 | 1,1563E-05 | 3,8444E-06 | 7,9677E-06 | 1,6766E-06 | 8,0585E-06 |
| 2,2941E-06 | 5,5042E-05 | 2,4020E-06 | 8,8419E-06 | 6,1260E-06 | 8,9891E-07 | 5,5750E-06 | 5,7540E-06 | 1,4264E-06 | -1,7026E-07 | 4,3833E-06 |
| 6,1902E-06 | 2,4020E-06 | 4,1998E-05 | 5,0079E-06 | 5,8533E-06 | 7,2032E-06 | 9,3319E-06 | 7,2607E-06 | 9,0594E-06 | 2,9197E-06 | 1,6902E-05 |
| 4,7028E-06 | 8,8419E-06 | 5,0079E-06 | 2,9318E-05 | 1,0824E-06 | 7,6555E-06 | 3,8605E-06 | 1,0715E-05 | 9,6387E-08 | 5,2306E-06 | 5,7647E-06 |
| 7,6541E-06 | 6,1260E-06 | 5,8533E-06 | 1,0824E-06 | 1,7244E-05 | 7,5150E-06 | 5,6595E-06 | -6,5087E-07 | 3,2163E-06 | 3,6430E-06 | 1,0692E-05 |
| 1,1901E-05 | 8,9891E-07 | 7,2032E-06 | 7,6555E-06 | 7,5150E-06 | 2,8395E-05 | 9,9804E-06 | 6,8506E-06 | 2,6485E-06 | 1,0696E-05 | 1,1920E-05 |
| 1,1563E-05 | 5,5750E-06 | 9,3319E-06 | 3,8605E-06 | 5,6595E-06 | 9,9804E-06 | 4,1391E-05 | 7,1111E-06 | 4,3851E-06 | 6,1165E-06 | 3,8029E-06 |
| 3,8444E-06 | 5,7540E-06 | 7,2607E-06 | 1,0715E-05 | -6,5087E-07 | 6,8506E-06 | 7,1111E-06 | 3,9309E-05 | 2,8761E-08 | 7,9529E-06 | 5,6739E-06 |
| 7,9677E-06 | 1,4264E-06 | 9,0594E-06 | 9,6387E-08 | 3,2163E-06 | 2,6485E-06 | 4,3851E-06 | 2,8761E-08 | 1,0469E-05 | 2,3936E-06 | 4,5457E-06 |
| 1,6766E-06 | -1,7026E-07 | 2,9197E-06 | 5,2306E-06 | 3,6430E-06 | 1,0696E-05 | 6,1165E-06 | 7,9529E-06 | 2,3936E-06 | 2,5105E-05 | 7,3926E-06 |
| 8,0585E-06 | 4,3833E-06 | 1,6902E-05 | 5,7647E-06 | 1,0692E-05 | 1,1920E-05 | 3,8029E-06 | 5,6739E-06 | 4,5457E-06 | 7,3926E-06 | 3,3114E-05 |

Fonte: Elaboração própria

## Referências

A. G. Asuero, A. Sayago & A. G. González (2006) The Correlation Coefficient: An Overview, Critical Reviews in Analytical Chemistry, 36:1, 41-59.

Andrade, F. P. D. (2010). Um ensaio sobre a racionalidade em economia: considerações acerca de concepções neoclássicas e Herbert Simon.

Banco de Portugal. (2021). Taxa de rendibilidade das obrigações do tesouro. Acedido a 17 de maio de 2022. Disponível em: https://bpstat.bportugal.pt/conteudos/quadros/484

Brealey, R. A., Myers, S. C., Allen, F. (2018). Principles of Corporate Finance, 12th (Vol. 12). McGraw-Hill Education.

Brigham, E. F., & Houston, J. F. (1999). Fundamentos da moderna administração financeira. Campus.

Brum, F. M. (2008). Aplicação da teoria de Markowitz e índice de Sharpe em um clube de investimento.

Damodaran, A. (2012). Investment valuation: Tools and techniques for determining the value of any asset. John Wiley & Sons.

Euronext. (2021). Index Rule Book PSI All-Share (BVL), Sector índices for Portugal. Acedido a 25 de janeiro de 2022. Disponível em: https://www.euronext.com/en/indices/index-rules

Fernandes, M. A. O. (2018). Seleção de carteiras de ações nos índices PSI20 e CAC40 (Doctoral dissertation, Instituto Politecnico do Porto (Portugal)).

FONSECA, C. G. D. (2011). Aplicação do Modelo de Markowitz na Seleção de

Carteiras Eficientes: Uma análise da Relação entre risco e retorno. Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Fregnani, C. A. (2009). Avaliação de desempenho das ações ordinárias dos principais bancos de grande porte pelo índice de Sharpe, Treynor, Jensen e Modigliani e Modigliani.

Gitman, L. J., & Madura, J. (2003). Administração financeira: uma abordagem gerencial. Addison Wesley.

Goetzmann, W. N., Brown, S. J., Gruber, M. J., & Elton, E. J. (2014). Modern portfolio theory and investment analysis. John Wiley & Sons, 237.

Gomes, L., Gonçalves Lins, A., Marques, S. & Vieira da Silva, W. (2009). Formulação de Carteiras Hipotéticas de Ativos Financeiros Usando a Técnica Multivariada de Análise de Agrupamento. Revista Universo Contábil, 5(3),43-59. Disponível em: https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=117012564004

Júnior, F. R. F. G., de Montreuil Carmona, C. U., & de Almeida Guimarães, L. G. (2015). Carteiras Formadas Por Meio De Variáveis Fundamentalistas Apresentam Bom Desempenho De Mercado?. Gestão & Regionalidade, 31(91), 87-104.

Junior, R. N. P., & Payés, M. A. M. (2015). Seleção De Carteiras De Investimento Segundo Harry Markowitz E William Sharpe.

Kritzman, M. Risco e utilidade: o básico. In: Bernstein, P. L.; Damodaran, A. Administração de investimentos. Porto Alegre: Bookman, 2000. p. 37-81.

Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. The Journal of Finance, 7(1), 77–91.

Neto, A. A. (2018). Mercado financeiro. Atlas.

Pinho, C., & Soares, I. (2018). Finanças–Mercados e Instrumentos. Edições Sílabo, 28-

100.

Pinho, C., Valente, R., Madaleno, M., & Vieira, E. (2011). Risco Financeiro-Medida e Gestão. Lisboa: Edições Sílabo, 16-17.

Rhoads, D. (2021). Using Modern Portfolio Theory To Create Efficient Portfolios From The S&P500. Honors College Theses. Disponível em: https://digitalcommons.murraystate.edu/honorstheses/99

Richardson, R. J., Peres, J. A., Wanderley, J. C. V., Correia, L. M., & Peres, M. D. H. D. M. (1985). Pesquisa social: métodos e técnicas. São Paulo: atlas. Pp 70.

Sampaio, F. R. R. L., Lopes, I., & Gomes, L. (2018). Risco, Retorno e Equilíbrio na Bolsa de Valores Portuguesa. Portuguese Journal of Finance, Management and Accounting, 4(8).

Santos, José Odálio dos, & Coelho, Paula Augusta (2010). Análise da relação risco e retorno em carteiras compostas por índices de bolsa de valores de países desenvolvidos e de países emergentes integrantes do bloco econômico BRIC. Revista Contabilidade & Finanças - USP, 21 (54), 23-37. Disponível em: https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=257119481003

Securato, J. R., & Pereira, L. M. (2003). Avaliação de Fundos de Investimento Utilizando o Intervalo de Confiança do Índice de Treynor. Anais.

Sharpe, W. F. (1972). Risk, market sensitivity and diversification. Financial Analysts Journal, 28(1), 74-79.

Sharpe, W. F. (1998). The sharpe ratio. Streetwise–the Best of the Journal of Portfolio Management, 169-185.

Wooldridge, J. M. (2015). Introductory econometrics: A modern approach. Cengage

learning.

Zanferrari, D. A. G., & da Silva, S. S. (2016). O modelo de carteira eficiente de Markowitz: uma análise de ativos negociados na BM&FBOVESPA. DIVERSITÀ: Revista Multidisciplinar do Centro Universitário Cidade Verde, 2 (2).