

M.E.C.E.*

MODELO EXPERIMENTAL DE CIRCULAÇÃO EM ESTUÁRIOS

Miguel Tenreiro, Sara Soares,
Tiago Queiroz

Resumo

A necessidade de continuados esforços científicos e técnicos, a formação de uma nova geração de oceanógrafos e uma vocação e compreensão profunda do mar, levaram-nos a querer contribuir para a evolução das investigações e do conhecimento dos oceanos, dando particular ênfase às regiões costeiras.

As regiões costeiras são zonas que sempre deslumbraram a humanidade. A interface entre terra e mar, é um domínio geológico, biológico e ecológico único de importância vital para inúmeras formas de vida terrestre e aquática, incluindo a espécie humana. O ecossistema costeiro é composto por um agregado conjunto de subsistemas interligados e cujas características não podem ser encontradas em mais lado nenhum, sendo os estuários disso um bom exemplo.

Os estuários caracterizam-se por um enorme volume de água protegido, mas condicionado pelo hidrodinamismo oceânico, fortemente isolado e margeado por grandes extensões de sapal. Mostram uma elevada capacidade de retenção de nutrientes o que permite taxas de produção primária elevadas, que favorecem o desenvolvimento de variadas espécies.

A particular vulnerabilidade dos estuários à poluição, decorre desta capacidade de retenção. A utilização intensa dos estuários por muitas espécies residentes, semi-residentes, sazonais e migradoras sofre impactes agravados da actividade humana desregrada. Estas características dos estuários, a capacidade de retenção e a dependência que deles têm muitas espécies, justificariam uma protecção prioritária e efectiva a estes biótopos.

Com o intuito de poder contribuir para a evolução da investigação no domínio marinho, e para a preservação destes ecossistemas únicos, desenvolvemos o M.E.C.E. (Modelo Experimental de Circulação em Estuários). Este é um modelo bidimensional, que pretende caracterizar o padrão de circulação da coluna de água, no interior de um estuário.

Para atingir este objectivo, foi necessário transpor para modelo numérico as equações que descrevem o movimento de fluidos geofísicos- equações de Navier-Stokes, tendo em conta os fenómenos relevantes a esta escala. Optámos por utilizar a aproximação de pequenos fundos aplicada às referidas equações, mantendo todos os seus termos, nomeadamente: variação local, advecção, coriolis, pressão e difusão.

Foi adicionado um termo de atrito que represente a influência do fundo, pois, por norma, os estuários não atingem grandes profundidades. Tendo ainda em conta que o principal forçador do sistema é a maré, foi acoplado um modelo que simule a sua influência no domínio. Está ainda a ser considerada a hipótese de incluir a acção do vento, o que tornará o modelo mais realista.

Serão apresentados e analisados os resultados da aplicação do M.E.C.E. a diversas situações, considerando os diferentes mecanismos físicos, isoladamente ou em conjunto, e, se possível, a aplicação do modelo a um estuário nacional

* Este trabalho foi apresentado, da parte da Licenciatura em Ciências do Mar da Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias, no Colóquio "Pedro Nunes- Novos saberes na Rota do Futuro", realizado na Escola Naval de 25 a 29 de Novembro de 2002, tendo-lhe sido atribuído o 1º Prémio na categoria de Geografia e Ambiente.

M.E.C.E.

É desta forma que pretendemos dar o nosso contributo para o conhecimento da evolução dos fenómenos, que se revelam determinantes para o equilíbrio de sistemas tão complexos como os estuários.

Abstract

Coastal zones have always bewildered humanity. The sea-land interface is a unique physical, geological and ecological domain of vital importance for countless terrestrial and aquatic life forms, including the human being. A good example are estuaries, which comprise an enormous water volume that, although subject to the ocean's hydrodynamics, is in a sense isolated and surrounded by large marsh areas. Estuaries show a high nutrient retention capacity, allowing for high rates of primary production but also making them vulnerable to pollution.

Aiming at contributing for the research on marine sciences and for the conservation of these unique ecosystems, we have developed M.E.C.E. (Experimental Estuarine Circulation Model), a two-dimensional numerical model for the water column circulation inside an estuary. Navier-Stokes equations for geophysical fluid dynamics in the shallow waters regime, with advection, Coriolis, pressure and diffusion terms are used. Bottom friction and tides were also introduced. M.E.C.E. have been tested for different physical mechanisms, geometries and forcing conditions naturally occurring within an Estuary.

1. Introdução

A necessidade de continuados esforços científicos e técnicos, a formação de uma nova geração de oceanógrafos, e uma vocação e compreensão profunda do mar, levaram-nos a querer contribuir para a evolução das investigações e do conhecimento dos oceanos, dando particular ênfase às regiões costeiras.

As regiões costeiras são zonas que sempre deslumbraram a humanidade. A interface entre terra e mar é um domínio geológico, biológico e ecológico único de importância vital para inúmeras formas de vida terrestre e aquática, incluindo a espécie humana. O ecossistema costeiro é composto por um agregado conjunto de subsistemas interligados e cujas características não podem ser encontradas em mais lado nenhum, sendo os estuários disso um bom exemplo.

Os estuários caracterizam-se por um enorme volume de água protegido, mas condicionado pelo hidrodinamismo oceânico, fortemente isolado e margeado por grandes extensões de sapal. Mostram uma elevada capacidade de retenção de nutrientes o que permite taxas de produção primária elevadas, que favorecem o desenvolvimento de variadas espécies.

A particular vulnerabilidade dos estuários à poluição, decorre desta capacidade de retenção. A utilização intensa dos estuários por muitas

espécies residentes, semi-residentes, sazonais e migradoras sofre impactes agravados da actividade humana desregrada. Estas características dos estuários, a capacidade de retenção e a dependência que deles têm muitas espécies, justificariam uma protecção prioritária e efectiva a estes biótopos.

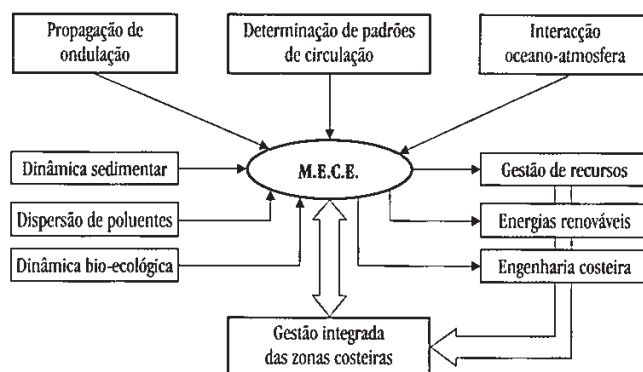
Com o intuito de poder contribuir para a evolução da investigação no domínio marinho, e para a preservação destes ecossistemas únicos, desenvolvemos o M.E.C.E. (Modelo Experimental de Circulação em Estuários). Este é um modelo bidimensional, que pretende caracterizar o padrão de circulação da coluna de água, no interior de um estuário. Foi adicionado um termo de atrito que represente a influência do fundo, pois, por norma, os estuários não atingem grandes profundidades. Tendo ainda em conta que o principal forçador do sistema é a maré, foi acoplado um módulo que simule a sua influência no domínio. O modelo está pronto para incluir a acção do vento.

O conhecimento do padrão de circulação em fluidos geofísicos é, do nosso ponto de vista, da maior utilidade. A capacidade que daí advém, seja na prevenção, seja no combate a situações de crise, como acções poluentes ou condições extremas, pode fazer a diferença!

É nosso objectivo conhecer e ter a capacidade de prever esses mesmos padrões, contribuindo assim, para o conhecimento dos fenómenos advectivos. Para atingir este objectivo, é necessário conhecer a física que descreve o fenómeno e transpor para modelo numérico as equações que descrevem o movimento.

Serão apresentados e analisados os resultados da aplicação do M.E.C.E. a diversas situações, considerando os diferentes mecanismos físicos, isoladamente e em conjunto.

Figura 1
M.E.C.E (Modelo Experimental de Circulação em Estuários)



Na figura 1, pretende-se dar uma ideia da importância deste tipo de modelos, das diferentes áreas que contempla e/ou pode contemplar, bem como a contribuição, que pode proporcionar, ao conhecimento dos fenómenos costeiros.

2. Descrição do problema

Para descrever escoamentos é necessário conhecer o seu estado, assim como, as suas propriedades. Para isso, é necessário analisar a existência de variações temporais nas propriedades físicas.

A maioria dos escoamentos que encontramos na natureza são tridimensionais. Contudo existem situações que podem ser tratados como um problema a duas dimensões. Isto acontece quando a presença de um fraco gradiente de densidade (meio pouco estratificado) favorece o comportamento bidimensional, como é o caso de um meio verticalmente homogêneo.

Esta situação introduz simplificações importantes no número de equações a resolver e nas próprias equações. Permite a utilização de modelos bidimensionais para o cálculo da velocidade média do escoamento através da resolução de duas equações: uma para momento linear horizontal e uma para a conservação da massa (ou continuidade).

As equações de Navier-Stokes, são as equações que descrevem o movimento de fluidos geofísicos. É, no entanto, necessário assumir certas hipóteses para obter o sistema de equações que descreve fisicamente, e em concreto, a circulação em estuários. Para o desenvolvimento do M.E.C.E. foram feitas as seguintes aproximações:

- Boussinesq;
- pequenos fundos;
- fluido homogêneo e incompressível;
- quasi-estática.

As equações de Navier-Stokes e a equação da continuidade, tomam a forma:

Equações do Momento

$$x: \frac{du}{dt} - fv = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u - F_{ax} + \tau_{x,vento} \quad 1$$

$$y: \frac{dv}{dt} + fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \nabla^2 v - F_{ay} + \tau_{y,vento} \quad 2$$

$$z: 0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad 3$$

Equação da Continuidade

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad 4$$

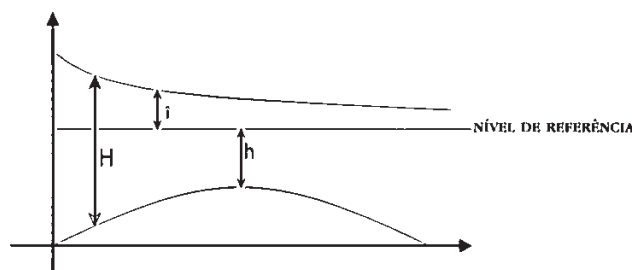
onde, x , y e z representam as coordenadas; u , v e w as componentes da velocidade; f é o parâmetro de Coriolis; p representa a pressão; g a aceleração da gravidade; ν a viscosidade dinâmica ou viscosidade turbulenta; τ_i a tensão de corte na superfície livre devido ao vento, na direcção i ; e F_{ai} atrito no fundo na direcção i .

Por integração das equações de Navier-Stokes sobre a direcção segundo a qual o escoamento pode ser considerado homogêneo, as equações são tornadas bidimensionais pretendendo-se que, desta forma, estas não representem apenas o escoamento bidimensional à superfície, mas sim que o resultado seja representativo do escoamento de toda a coluna de água.

Admitiu-se a existência de um nível de referência a partir do qual é medida a profundidade $h(x,y)$, e que qualquer variação da altura da coluna de água em relação ao nível de referência é denotado por $\xi(x,y,t)$. A soma corresponde à altura da coluna de água $H(x,y,t)$ (Figura 2).

Figura 2

Variação da altura da coluna de água em relação ao nível de referência



Integrando a equação da continuidade (4.) na vertical, entre os níveis $z=-h$ e $z=\xi$, e tendo em conta as condições de fronteira adequadas, tem-se:

$$w|_{z=\xi} = \frac{\partial \xi}{\partial t} + \left(u \frac{\partial \xi}{\partial x} + v \frac{\partial \xi}{\partial y} \right)_{z=\xi} \quad 5$$

$$w|_{z=-h} = \left(-u \frac{\partial h}{\partial x} - v \frac{\partial h}{\partial y} \right)_{z=-h} \quad 6$$

que substituindo na equação, conduz a:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial (Hu)}{\partial x} + \frac{\partial (Hv)}{\partial y} = 0 \quad 7$$

Para obter a pressão p em função apenas de variáveis conhecidas, é utilizado um procedimento semelhante ao anterior, ou seja, a equação (3.) é integrada na vertical, entre a superfície ($z=\xi$) e um nível z qualquer. Assim sendo:

$$p|_z = p|_{\xi} + \rho g(\xi + z)$$

onde $p|_{\xi}$ é a pressão atmosférica p_a , já que ξ é um ponto que se encontra na superfície livre, e genericamente:

$$p = p_a + \rho g(\xi + z) \quad 8$$

Considerando a equação (8.), a equação do movimento (1.), integrada na vertical entre os níveis $z=-b$ e $z=\xi$, toma a forma:

$$H \frac{\partial u}{\partial t} + Hu \frac{\partial u}{\partial x} + Hv \frac{\partial u}{\partial y} - Hfv = -gH \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p_a}{\rho g} + \xi \right) + H\nabla^2 u - F_{ax} + \tau_{x_{\text{vento}}} \quad 9$$

Prosseguindo com a simplificação das equações, a equação da continuidade pode ser rescrita e quando combinada com (9.) permite obter:

$$\frac{\partial(Hu)}{\partial t} + \frac{\partial(Huu)}{\partial x} + \frac{\partial(Hvu)}{\partial y} - Hfv = -gH \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p_a}{\rho g} + \xi \right) + H\nabla^2 u - F_{ax} + \tau_{x_{\text{vento}}} \quad 10$$

Para completar o sistema de equações, é necessário proceder da mesma forma com a equação (2.). O sistema de equações que descreve o problema em estudo é:

$$\begin{cases} \frac{\partial(Hu)}{\partial t} + \frac{\partial(Huu)}{\partial x} + \frac{\partial(Hvu)}{\partial y} - Hfv = -gH \frac{\partial \xi}{\partial x} + H\nabla^2 u - F_{ax} + \tau_{x_{\text{vento}}} \\ \frac{\partial(Hv)}{\partial t} + \frac{\partial(Huv)}{\partial x} + \frac{\partial(Hvv)}{\partial y} + Hfu = -gH \frac{\partial \xi}{\partial y} + H\nabla^2 v - F_{ay} + \tau_{y_{\text{vento}}} \\ \frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial(Hu)}{\partial x} + \frac{\partial(Hv)}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad 11$$

Sistema de equações

No desenvolvimento, para os termos de atrito será adoptada a representação $F_{ax} = C_F \|V\|u$, $F_{ay} = C_F \|V\|v$, onde, C_F é o coeficiente de atrito no fundo, $\|V\|$ é a norma do vector velocidade horizontal, u e v são, respectivamente, as componentes da velocidade horizontal.

2.1 Análise de Escala

Tendo estabelecido as equações que regem o movimento, uma análise de escala permitirá considerar apenas os fenómenos de maior importância relativa, face ao objecto de estudo.

Considerando valores típicos representativos de um estuário português, neste caso um estuário imaginário, ou seja, assumindo-se:

- $L_H \sim 10^3$ m (escala horizontal do estuário);
- $L_V \sim 10$ m (escala vertical do estuário);
- $V_H \sim 1$ m/s (escala da velocidade horizontal);
- $T \sim 10^4$ s (escala temporal);
- $f \sim 10^{-4}$ s⁻¹ (parâmetro de Coriolis);
- $\tau_s \sim 10^{-4}$ m² s⁻² (tensão de corte na superfície livre);
- $\nu_t \sim 10$ m²/s (viscosidade turbulenta);
- $C_F \sim 10^{-3}$ (coeficiente de atrito no fundo);
- $A \sim 1$ m (amplitude de maré);

obtem-se para os termos da equação do momento:

$$\underbrace{10^{-3}}_{\text{aceleração}} + \underbrace{10^{-3} + 10^{-3}}_{\text{advecção}} + \underbrace{10^{-3}}_{\text{coriolis}} = \underbrace{10^{-2}}_{\text{pressão}} + \underbrace{10^{-6} + 10^{-6}}_{\text{difusão}} + \underbrace{10^{-3}}_{\text{atrito}} + \underbrace{10^{-4}}_{\text{tensão}}$$

donde é possível concluir que os termos dominantes são a aceleração local, a advecção, o coriolis, a pressão, o atrito e a tensão do vento.

O termo da difusão é pelo menos três ordens de grandeza menor que o menor termo da equação, o que o torna desprezável; contudo, será tido em conta nas equações a discretizar com vista à aplicação deste modelo a diferentes situações onde o objecto de estudo pode ser, por exemplo, a dispersão de poluentes.

3. Estabelecimento do Modelo

Passa-se agora à descrição dos métodos utilizados para a resolução numérica da evolução do padrão de circulação e da superfície livre do estuário considerado. Duma forma muito simplista, as soluções numéricas correspondem à integração das equações na vertical que regem o fenómeno, no interior de um domínio de integração sujeito a determinadas condições iniciais e de fronteira.

3.1. Discretização das equações

A discretização das equações é a primeira etapa na resolução numérica das equações às derivadas parciais que regem o fenómeno objecto de estudo.

A substituição destas equações por equações mais simples baseadas em operações algébricas elementares, é fundamental para a sua resolução numérica.

3.1.1. Discretização temporal

Na discretização temporal do sistema de equações optou-se pelo método ADI (Alternating Direction Implicit). Introduzido por Peaceman e por Raftery em 1955 (Fletcher, [1991]), este método consiste, essencialmente, em dividir o passo temporal em dois semipassos, sendo o primeiro implícito na direcção xx e explícito na direcção yy , e o segundo semipasso implícito na direcção yy e explícito na direcção xx , ou vice-versa.

Pretendeu-se com este método tirar partido das vantagens associadas tanto aos métodos implícitos, como aos explícitos de modo a assegurar estabilidade e exactidão do modelo. Este método, onde o passo temporal é dividido ao meio, permite obter um método implícito multidimensional, o que, no caso bidimensional, exige apenas a resolução de matrizes tridiagonais. Esta característica fez com que a utilização deste tipo de métodos se generalizasse.

Da discretização, do sistema de equações apresentado no capítulo anterior, com o método A.D.I. resulta para, o primeiro semipasso temporal:

$$\frac{\xi^{n+1/2} - \xi^n}{\Delta t/2} + \frac{\partial Hu}{\partial x} + \frac{\partial Hv}{\partial y} = 0 \quad 12$$

$$\frac{u^{n+1/2} + u^n}{\Delta t/2} + \frac{1}{H} \frac{\partial Huu}{\partial x} + \frac{1}{H} \frac{\partial Huv}{\partial y} = -g \frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{1}{H} \tau_m + f v^{n+1/2} + v \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad 13$$

$$\frac{v^{n+1/2} + v^n}{\Delta t/2} + \frac{1}{H} \frac{\partial Hvu}{\partial x} + \frac{1}{H} \frac{\partial Hvv}{\partial y} = -g \frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{1}{H} \tau_m - f u^{n+1/2} + v \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \quad 14$$

e para o segundo semipasso temporal:

$$\frac{\xi^{n+1} - \xi^{n+1/2}}{\Delta t/2} + \frac{\partial Hu}{\partial x} + \frac{\partial Hv}{\partial y} = 0 \quad 15$$

$$\frac{u^{n+1} + u^{n+1/2}}{\Delta t/2} + \frac{1}{H} \frac{\partial Huu}{\partial x} + \frac{1}{H} \frac{\partial Huv}{\partial y} = -g \frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{1}{H} \tau_m + f v^{n+1/2} + v \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad 16$$

$$\frac{v^{n+1} + v^{n+1/2}}{\Delta t/2} + \frac{1}{H} \frac{\partial Hvu}{\partial x} + \frac{1}{H} \frac{\partial Hvv}{\partial y} = -g \frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{1}{H} \tau_m - f u^{n+1/2} + v \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \quad 17$$

Adicionando as equações 12. e 15., 13. e 16. e as equações 14. e 17., pode-se verificar que todos os termos são calculados com precisão de segunda ordem no tempo, constituindo uma boa solução em relação à precisão do esquema mas que reduz a eficácia do modelo e pode diminuir a precisão dos resultados. Com efeito, os termos de advecção e de atrito no fundo são melhor representados por esquemas com precisão de primeira ordem no tempo. No que diz respeito ao termo de advecção, verifica-se que o seu cálculo explícito está mais de acordo com a sua natureza. Com efeito, para pequenas profundidades, o termo de advecção perde importância em relação ao termo de atrito no fundo.

Por questões de estabilidade, parte do termo de advecção foi calculado implicitamente. O termo de atrito é mais importante nas regiões de baixa profundidade, por isso, deve ser discretizado para que a velocidade tenda para zero com a profundidade. O cálculo explícito deste termo conduz a velocidades infinitas quando a profundidade se aproxima de zero, e por consequência à instabilidade do modelo. O problema pode ser resolvido fixando um valor de H mínimo para o cálculo explícito do termo de atrito, ou efectuando o cálculo de forma implícita. Neste trabalho foi escolhida a segunda possibilidade.

A análise precedente conduziu à seguinte discretização temporal para o primeiro semipasso temporal:

$$\frac{\xi^{n+1/2} - \xi^n}{\Delta t/2} + \frac{\partial Hu}{\partial x} + \frac{\partial Hv}{\partial y} = 0 \quad 18$$

$$\frac{u^{n+1/2} + u^n}{\Delta t/2} + \frac{1}{H} \frac{\partial Huu}{\partial x} + \frac{1}{H} \frac{\partial Huv}{\partial y} = -g \frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{1}{H} \tau_m + f v^{n+1/2} + v \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad 19$$

$$\frac{v^{n+1/2} + v^n}{\Delta t/2} + \frac{1}{H} \frac{\partial Hvu}{\partial x} + \frac{1}{H} \frac{\partial Hvv}{\partial y} = -g \frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{1}{H} \tau_m - f u^{n+1/2} + v \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \quad 20$$

e para o segundo semipasso temporal:

$$\frac{\xi^{n+1} - \xi^{n+1/2}}{\Delta t/2} + \frac{\partial Hu}{\partial x} + \frac{\partial Hv}{\partial y} = 0 \quad 21$$

$$\frac{u^{n+1} + u^{n+1/2}}{\Delta t/2} + \frac{1}{H} \frac{\partial Huu}{\partial x} + \frac{1}{H} \frac{\partial Huv}{\partial y} = -g \frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{1}{H} \tau_m + f v^{n+1/2} + v \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad 22$$

$$\frac{v^{n+1} + v^{n+1/2}}{\Delta t/2} + \frac{1}{H} \frac{\partial Hvu}{\partial x} + \frac{1}{H} \frac{\partial Hvv}{\partial y} = -g \frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{1}{H} \tau_m - f u^{n+1/2} + v \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \quad 23$$

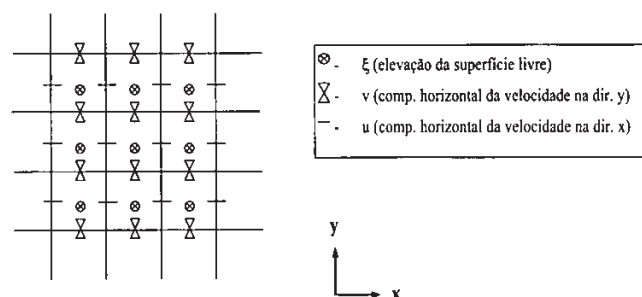
sendo agora possível passar à discretização espacial de cada termo das equações.

3.1.2. Discretização espacial

A escolha e elaboração da malha espacial, são etapas fundamentais na execução de um esquema numérico. Desta escolha pode depender a estabilidade da solução, a definição das condições de fronteira e a sua precisão, que são condições fundamentais à obtenção de bons resultados.

Após se ponderar qual seria a malha mais apropriada ao modelo a criar, conclui-se que a melhor hipótese é aplicar uma malha cartesiana regular do tipo C (Arakawa, 1972). A malha que serve como plataforma de cálculo, é uma malha cartesiana descentrada introduzida na resolução de fenómenos oceanográficos por Hansen (1956), que funciona em termos de cálculo da seguinte forma:

Figura 3
Pontos de cálculo da elevação e das componentes da velocidade, utilizando a malha descentrada



Nos diferentes pontos indicados, na Figura 3, são calculados os valores das variáveis que se pretendem conhecer. Considerando o eixo cartesiano (x, y), as componentes da velocidade, u e v, são calculadas nas faces da célula em posições diferentes segundo os eixos referentes, enquanto que a elevação da superfície livre é calculada no centro da mesma. As profundidades estão definidas nos pontos de cálculo das elevações.

Este tipo de malha apresenta vantagens e desvantagens em relação a outros tipos de malhas, sendo ideal na resolução de problemas de transporte com comprimentos de onda de $2\Delta x$. Simplifica a definição das condições de fronteira e, em particular a condição de impermeabilidade. Além disso, comparando um mesmo método utilizando outros tipos de malhas, verifica-se que o número de cálculos efectuados utilizando este tipo de malha é reduzido por um factor de três, o que melhora em muito a precisão de cálculos pois a influência de erros de arredondamento é muito menor. Estas vantagens, relativamente a uma outra malha qualquer implicaram a escolha da malha de Hansen.

Para a discretização espacial das equações existem duas técnicas bastante utilizadas: numa as derivadas são substituídas pelas diferenças resultantes do desenvolvimento em série de Taylor; noutra é feito o balanço do volume de controlo numa célula do domínio. Foram utilizados os dois tipos de discretização para os termos considerados, tendo-se optado pela discretização mais adequada a cada um dos termos. Por conveniência, está apenas considerada a discretização dos termos da equação da componente u da velocidade, sendo a discretização para a outra componente em tudo semelhante, à excepção dos índices que respeitam a direcção da componente considerada.

O termo de pressão

Para a equação de u, o termo de pressão escreve-se.

$$-g \frac{\partial \xi}{\partial x}$$

que, desenvolvido em série de Taylor em torno do ponto de cálculo $u_{i,j}$, conduz a:

$$-g \frac{\partial \xi}{\partial x} = -g \frac{\xi_{i,j} - \xi_{i,j-1}}{\Delta x} + \left(\frac{\Delta x}{2} \right)^2 \quad 24$$

onde a precisão é da ordem de $O(\Delta x/2)$ porque os pontos de cálculo das elevações são distantes de $\Delta x/2$ os pontos de cálculo $u_{i,j}$. A discretização deste termo, utilizando o método do volume de controlo, conduz ao mesmo resultado.

O termo de advecção

O termo que coloca mais problemas em termos de discretização é o termo de advecção, onde o método tem que ser escolhido consoante o estudo que se pretende realizar. Fisicamente, o transporte de uma propriedade por advecção só pode ser feito no sentido da velocidade, onde são os esquemas conhecidos por Upwind, os que melhor respeitam esta característica da advecção. O esquema Upwind é versátil e pode ser facilmente utilizado para a simulação de correntes em diversas condições.

O termo de advecção aparece nas equações na forma,

$$\frac{1}{H} \left[\frac{\partial}{\partial x} (Huu) + \frac{\partial}{\partial y} (Huv) \right]$$

e a discretização deste termo põe dificuldades devidas às características de advecção. Verificou-se que utilizando uma boa resolução espacial a amortização é sempre fraca, qualquer que seja a discretização escolhida.

O fluxo de uma propriedade através de uma face do volume de controlo é dado pelo produto da componente normal da velocidade sobre a parede, pelo valor da propriedade a montante. O valor que entra por advecção no volume de controlo é assimilado ao valor da propriedade no ponto de cálculo a montante. Analisando o transporte por u, supondo, por exemplo, que nas duas paredes de volume de controlo as velocidades são positivas:

Fluxo da quantidade de movimento que entra no volume.

$$\overbrace{H_{i,j-1} \Delta x}^{\text{Área}} \overbrace{u_{i,j-\frac{1}{2}}}^{\text{normal}} \overbrace{u_{i,j-1}}^{\text{propriedade}}$$

Fluxo da quantidade de movimento que sai do volume.

$$H_{i,j-1} \Delta x u_{i,j+\frac{1}{2}} u_{i,j}$$

Como o termo de advecção representa o simétrico da acumulação no volume de controlo devido ao transporte pelo campo de velocidade, pode-se escrever:

$$\left[\frac{1}{H} \frac{\partial H u u}{\partial x} \right]_{i,j-\frac{1}{2}} = \frac{1}{(H_{i,j} + H_{i,j-1})} \left[\frac{2H_{i,j} u_{i,j+\frac{1}{2}} u_{i,j} - 2H_{i,j} u_{i,j-\frac{1}{2}} u_{i,j-1}}{\Delta x} \right] \quad 25$$

Considerando:

$$u_{i,j+\frac{1}{2}} = u_{i,j}$$

$$u_{i,j-\frac{1}{2}} = u_{i,j-1}$$

encontra-se uma expressão da derivada idêntica à que se obteria utilizando as séries de Taylor para o caso a montante. Outra hipótese é considerar:

$$u_{i,j+\frac{1}{2}} = \frac{u_{i,j} + u_{i,j+1}}{2}$$

$$u_{i,j-\frac{1}{2}} = \frac{u_{i,j} + u_{i,j-1}}{2}$$

e sendo conhecida a velocidade sobre a parede, o cálculo de u utilizando a segunda hipótese de cálculo de u é preferível. O termo de advecção segundo x pode, então, ser escrito:

$$\frac{1}{H} \frac{\partial(Hu)}{\partial x} = \frac{1}{(H_{i,j} + H_{i,j-1})} \left[\frac{H_{i,j} (u_{i,j+\frac{1}{2}} + |u_{i,j+\frac{1}{2}}|)_{i,j}}{\Delta x} - \frac{H_{i,j-1} (u_{i,j-\frac{1}{2}} + |u_{i,j-\frac{1}{2}}|)_{i,j-1}}{\Delta x} + \frac{H_{i,j} (u_{i,j-\frac{1}{2}} - |u_{i,j-\frac{1}{2}}|)_{i,j}}{\Delta x} - \frac{H_{i,j-1} (u_{i,j-\frac{1}{2}} - |u_{i,j-\frac{1}{2}}|)_{i,j-1}}{\Delta x} \right] \quad 26$$

e,

$$v_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} = \frac{v_{i+1,j} + v_{i+1,j-1}}{2}$$

$$v_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} = \frac{v_{i,j} + v_{i,j-1}}{2}$$

$$H_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} = \frac{H_{i,j} + H_{i,j-1} + H_{i+1,j} + H_{i+1,j-1}}{4}$$

$$H_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} = \frac{H_{i,j} + H_{i,j-1} + H_{i-1,j} + H_{i-1,j-1}}{4}$$

resulta, para o termo de advecção cruzado, a expressão:

$$\frac{1}{H} \frac{\partial(Hu)}{\partial y} = \frac{1}{(H_{i,j} + H_{i,j-1})} \left[\frac{H_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} (v_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + |v_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}|)_{i,j}}{\Delta y} - \frac{H_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} (v_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + |v_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}|)_{i,j-1}}{\Delta y} + \frac{H_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} (v_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} - |v_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}|)_{i,j}}{\Delta y} - \frac{H_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} (v_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} - |v_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}|)_{i,j-1}}{\Delta y} \right] \quad 27$$

O cálculo de advecção é assim um cálculo por diferenças centradas. O resultado obtido ao utilizar o volume de controlo mostra que o desenvolvimento entre o ponto de cálculo de $u_{i,j}$ e as paredes representa melhor o mecanismo de advecção porque o que sai de uma célula entra na vizinha e não na seguinte.

Uma das vantagens do cálculo das velocidades de transporte sobre as paredes do volume de controlo é a simplicidade introduzida no cálculo das condições de fronteira. A discretização ao utilizar o método de volume de controlo, com a velocidade calculada sobre as paredes, foi por consequência utilizada.

O termo de difusão

A ordem de grandeza deste termo é, em geral, muito menor que a dos outros termos da equação de transporte da quantidade de movimento. Para a componente da velocidade u o termo é escrito da seguinte forma:

$$v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

utilizando o desenvolvimento em série de Taylor e diferenças centradas, obtém-se a forma discretizada com precisão de segunda ordem, que reproduz fisicamente a difusão.

$$v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = v_{i,j} \left(\frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{\Delta x^2} + \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{\Delta y^2} \right) + o(\Delta x)^2 \quad 28$$

A noção de fluxo difusivo não é muito importante quando se trata do cálculo de pontos interiores e v é constante. Este não é o caso para o cálculo ao longo de fronteiras fechadas, sobretudo quando se calcula uma concentração. Com efeito, a utilização desta equação ao longo de uma fronteira fechada conduz a um esquema não conservativo quando se trata da hipótese do gradiente nulo porque a quantidade perdida pelo ponto $(i, j-1)$ não atinge o ponto (i, j) .

O termo de atrito no fundo

O termo de atrito no fundo aparece, no sistema de equações, na forma:

$$\frac{1}{H} C_f \|V\| u$$

a discretização deste termo não exige considerações especiais visto não conter derivadas, logo, é calculado como:

$$\frac{1}{H} C_f \|V\| u = \frac{1}{(H_{i,j} + H_{i,j-1})} (C_{f,i,j} + C_{f,i,j-1}) \|V\| u_{i,j} \quad 29$$

onde os coeficientes de atrito são calculados nos pontos de cálculo das elevações como sendo função da rugosidade e da profundidade. O módulo da velocidade, para a equação u é dado por:

$$\|V\| = \left[(u_{i,j})^2 + \left(\frac{v_{i,j} + v_{i,j-1} + v_{i+1,j} + v_{i+1,j-1}}{4} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

O termo de Coriolis

O termo de Coriolis, tal como o termo de atrito, não exige o cálculo de derivadas. O seu cálculo numa corrente onde o parâmetro de Coriolis f é constante não cria dificuldades.

$$(fv)_{i,j} = f \left(\frac{v_{i,j} + v_{i,j-1} + v_{i+1,j} + v_{i+1,j-1}}{4} \right) \quad 30$$

$$(fu)_{i,j} = f \left(\frac{u_{i,j} + u_{i-1,j} + u_{i,j+1} + u_{i-1,j+1}}{4} \right) \quad 31$$

Desta forma, os pontos onde $u_{i,j}$ intervêm para o cálculo do termo de atrito são os que intervêm para o cálculo do termo de Coriolis sobre $u_{i,j}$.

Equação da continuidade

Os termos da equação da continuidade são do tipo,

$$\frac{\partial(Hu_i)}{\partial x_i} \quad 32$$

em que $i=1,2$ representa a direcção considerada. Do ponto de vista analítico esta expressão, é equivalente a:

$$H \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + u_i \frac{\partial H}{\partial x_i} \quad 33$$

tendo sido concluído (Stelling [1983]), que a utilização da equação 33. pode conduzir a esquemas não conservativos.

Para a discretização dos termos da equação da continuidade na forma da equação 32., foi feita utilizando o desenvolvimento em série de Taylor em torno do ponto de cálculo $\xi_{i,j}$ resultando, para o fluxo segundo xx :

$$\left[\frac{\partial(Hu)}{\partial x} \right]_{i,j} = \frac{1}{2\Delta x} [(H_{i,j} + H_{i,j+1})u_{i,j+1} - (H_{i,j} + H_{i,j-1})u_{i,j-1}] + o\left(\frac{\Delta x}{2}\right)^2 \quad 34$$

que é idêntico ao resultado que se teria obtido utilizando o método do volume de controlo, centrado sobre o ponto de cálculo $\xi_{i,j}$.

Para o cálculo do fluxo segundo yy , o resultado:

$$\left[\frac{\partial(Hv)}{\partial y} \right]_{i,j} = \frac{1}{2\Delta y} [(H_{i,j} + H_{i+1,j})v_{i+1,j} - (H_{i,j} + H_{i-1,j})v_{i-1,j}] + o\left(\frac{\Delta y}{2}\right)^2 \quad 35$$

é semelhante ao anterior.

Após a discretização espacial de cada termo que compõe o sistema de equações a ser resolvido, é necessário proceder a uma análise de estabilidade.

3.2. Análise de estabilidade

Para a procura da estabilidade dos esquemas numéricos foram propostos vários métodos, por exemplo, Richtmeyer e Morton (1967); Roache (1972), sendo o mais utilizado o de Von Neumann (1944): o esquema das diferenças finitas, que é estável quando nenhuma das componentes de Fourier do erro se amplifica no decorrer do cálculo.

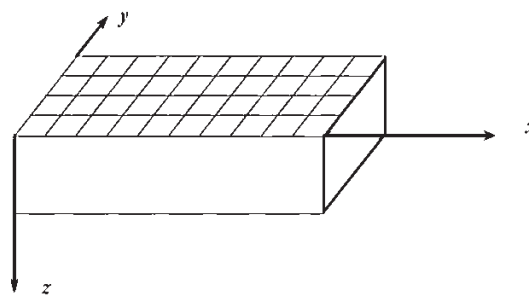
O número de Courant $c = U \frac{\Delta t}{\Delta x}$ constitui o critério de estabilidade geralmente utilizado. Para esta aplicação, M.E.C.E., foi considerado face à análise levada a cabo que $c < 1$ verifica os critérios de estabilidade, critério este idêntico ao adoptado por outros autores (Neves, 1985).

3.3. Solução Numérica

3.3.1. Domínio

Para simular um estuário pode idealizar-se um paralelepípedo com dimensões que, em coordenadas cartesianas, variam ao longo de três eixos x, y e z .

Figura 4
Domínio de integração



Apesar do modelo só contemplar o escoamento no plano $D(x, y)$, as equações estão integradas na vertical e, por isso, são representativas de toda a coluna de água, sendo a batimetria do fundo um factor essencial para a sua resolução e simulação.

A aproximação ao estuário considera um domínio do tipo referido, no qual existem, duas fronteiras abertas que pretendem simular a entrada e saída do estuário, e duas fronteiras fechadas que simulam as margens.

3.3.2. Condições iniciais e de fronteira

As condições iniciais e de fronteira do modelo deverão simular os efeitos que representem a realidade dos fenómenos que actuam num estuário. Da escolha destas condições depende o bom desempenho e a estabilidade do modelo e por isso estas não devem representar condições fisicamente impossíveis. Assim sendo, e porque foram testados vários cenários possíveis, estas serão especificadas no capítulo dos resultados.

Para as condições de fronteira foram considerados dois tipos: fronteiras laterais fechadas; e fronteiras abertas na direcção do escoamento.

Ao primeiro tipo de condições de fronteira é imposta a condição $\vec{V} \cdot \vec{n} = 0$ (condição de impermeabilidade), e a condição de escoamento

gamento (sem atrito lateral). No entanto, o modelo está preparado para incluir o atrito lateral.

Quanto às fronteiras abertas é através destas fronteiras que o modelo é forçado, tendo sido implementada a condição FRO (Flather radiation + Roed local solution), que permite irradiar para fora do domínio as ondas de gravidade, fontes de instabilidades do modelo (Palma e Matano, 199). Esta condição satisfaz a condição de conservação da massa no interior do domínio.

4. Resultados

Realizaram-se várias corridas do modelo por forma a avaliar o seu desempenho em condições conhecidas. Foram testadas quatro situações: fundo sinusoidal, salto Hidráulico com maré, perturbação do fundo com Maré e propagação de uma onda de gravidade num fundo plano.

A primeira situação testada, cuja definição está no Anexo I- Teste 1, teve por objectivo avaliar o comportamento do campo de velocidades e da superfície livre face a uma batimetria sinusoidal. Para isso, forçou-se o domínio com um campo de velocidades na fronteira esquerda constante e segundo apenas uma das direcções (xv), forçamento este que pretende simular a descarga de um rio para o estuário.

Pode-se verificar a partir dos resultados apresentados no Anexo, que o sistema atinge a estacionaridade em menos de uma hora, assumindo a superfície livre, a geometria do fundo. Como era de esperar, a amplitude da sinusóide à superfície é menor quando comparada com a do fundo, tendendo a desaparecer com o aumento da coluna de água.

Analisando os gráficos da energia e do fluxo do sistema (Figuras 6 e 7 respectivamente), verifica-se que essa estacionaridade antes de ser atingida induz perturbações ao sistema e que existe um ligeiro aumento da massa. Este aumento de massa é consequência directa do sistema estar a ser forçado por condições iniciais de velocidade e superfície livre, instáveis e irreais, para a batimetria considerada, o que obriga o sistema a equilibrar o efeito da variação da velocidade induzida pela batimetria, com o aumento da altura da superfície livre.

A segunda situação de teste pretendeu verificar qual a resposta do sistema, perante uma batimetria de solução analítica conhecida, e qual o efeito de propagação da maré no interior do domínio. Para tal, foi introduzida uma onda, que simula a maré, forçando a superfície livre numa das fronteiras (fronteira esquerda), situação definida no Anexo I – Teste 2. Por análise gráfica, verifica-se que, numa primeira fase, o modelo procura ajustar a solução ao estado de equilíbrio para as condições iniciais estabelecidas, sendo pouco notória a influência da

onda de maré e, em contrapartida, bastante claras as instabilidades que advêm das condições iniciais serem fisicamente irreais. Numa segunda fase, após o equilíbrio ser atingido, o fenómeno predominante é a maré, estando as variações do campo de velocidades e da superfície livre, associadas ao efeito da maré.

Tais efeitos estão perfeitamente patentes nas figuras referentes à variação de energia mecânica do sistema, e à diferença de fluxo entre a saída e entrada do domínio (Figura 11 e 12), que seguem igualmente o efeito induzido pelo forçamento da maré..

No teste seguinte foi introduzida uma alteração à batimetria. Foi disposta uma *corcunda* no fundo, numa zona transversal ao sentido do escoamento e, sensivelmente, a meio do canal, representando uma barreira (Anexo I – Teste 3), tendo por objectivo observar o efeito do fundo sobre o padrão de circulação.

A resposta do modelo mostra a adaptação da elevação da superfície livre e das velocidades à batimetria e à maré. Mais uma vez, a assinatura da maré está presente nos gráficos respeitantes ao fluxo e à energia, podendo a sua análise ser interpretada de forma semelhante à anterior, com os devidos ajustamentos. Contudo, é de salientar que o comportamento da superfície livre em relação à *corcunda* é o esperado. Observa-se que, antes da perturbação, existe uma diminuição no valor do campo de velocidades, e que este aumenta após a perturbação. O campo de velocidades responde ao comportamento da coluna de água, verificando-se que aumenta com o diminuir da coluna de água e que diminui com o aumento da coluna de água.

A última situação apresentada pretendeu estudar qual o comportamento do sistema perante a simulação da propagação de uma onda de gravidade. Tendo isso em vista, forçou-se a elevação da superfície livre ao longo da fronteira esquerda (fronteira de entrada), com um sinusoide de amplitude 0.25 metros e período de 720 segundos, e estudou-se a sua propagação ao longo do domínio, sobre um fundo plano.

Fazendo a análise dos resultados, verifica-se que o sistema responde correctamente, uma vez que, os resultados obtidos têm significado físico. O modelo recria a propagação de uma onda de amplitude e período bem definidos, ao longo de um canal. De notar que não existem deformações na onda porque se assumiu o caso mais simples.

Neste caso, e porque o período da onda é bastante menor do que o utilizado para a maré, as oscilações no fluxo e na energia estão perfeitamente representadas, tendo o mesmo período que o da onda introduzida.

Outro fenómeno que deve ser analisado é o da variação de energia (que é calculada em módulo) ter menor amplitude quando a onda está a “vazar”. Tal acontece devido ao campo de velocidades ser inicializado

no sentido e direcção de propagação da onda, simulando, por exemplo, o caudal de um rio, o que se traduz num sentido preferencial de escoamento. Consequentemente, a aceleração induzida no campo de velocidades é maior na “enchente” do que na vazante. Tal fenómeno pode, também, ser observado para as duas situações anteriores, não sendo, no entanto, os gráficos tão perceptíveis.

Em suma, o modelo simulou diferentes situações onde foram levadas a cabo avaliações de conservação da massa e de conservação da energia que demonstraram a validade da formulação e das aproximações feitas. Não se observaram, em qualquer das diversas condições a que o modelo foi sujeito, instabilidades ou descontinuidades do campo de velocidades ou da superfície livre, e, inclusivamente, para condições de menor valor da velocidade inicial ao longo do domínio, existe inversão do campo de velocidades, tal como esperado numa aplicação real (situação não mostrada).

5. Conclusão

Face aos resultados obtidos, e aos inúmeros testes realizados, o modelo mostrou ser capaz de reproduzir diferentes situações de forçamento e de condicionamento. Os mecanismos físicos contidos no modelo permitem simular um conjunto significativo de situações com importância para a avaliação e exploração sustentável dos estuários. As hipóteses assumidas mostraram, para as condições ensaiadas, não condicionar nem introduzir distorções aos resultados.

Importa, para além de continuar a desenvolver o modelo, fazer a sua aplicação e confronto com situações reais e conhecidas. De entre os desenvolvimentos possíveis estão preparados para inclusão módulos de maré, de forçamento pelo vento e a inclusão de fronteiras de geometria variável. Por outro lado a integração com modelos biológicos (dinâmica de populações) será uma mais valia deste trabalho.

A particular vulnerabilidade dos sistemas estuarinos e a sua importância social e económica tornam o M.E.C.E. numa aplicação de grande valor e constitui um significativo incentivo para a continuação do estudo iniciado com este trabalho.

6. Referências

- Durrant, Dale R., Numerical Methods for Wave Equations in Geophysical Fluid Dynamics, Springer, 1999.
- Elder, Samuel A. e Williams, Jerome, Fluid Physics for Oceanographers and Physicists, Butterworth Heinemann, 2nd Edition, 1996.
- Flather, R. A., 1976 – A tidal model of the northwest European continental shelf, Mem. Soc. R. Sci. Liege, Ser. 6, 10, 141-164, 1976.
- Fletcher, C. A. J. (1991) – Computational techniques for fluids dynamics. Volume I, 2nd Edition. Springer Series in Computational Physics, Springer Verlag, 401 pp., New York

- Haltiner, George J. e Williams, Roger T., Numerical Prediction and Dynamic Meteorology, John Wiley & Sons, 2nd Edition, 1980.
- Kundu, Pijush K., Fluid Mechanics, Academic Press, 1990.
- Morrison, D. T., Andricevic, R., Wasikowski, C. M., “Numerical Simulation of Two-Dimensional Conservative Solute Transport”, International Video Journal of Engineering Research, Vol. 2, 73-83, 1992.
- Neves, R. J. J. (1985) – Étude Experimentale et Modélisation des Circulations Transitoire et Résiduelle dans l’Éstuaire du Sado. Ph. D. Thesis, Univ. Liège
- Nichols, B. D., Hirt, C. W. e Hotchkiss, R. S., “SOLA-VOF: A Solution Algorithm for Transient Fluid Flow with Multiple Free Boundaries”, Technical Report LA-8355, Los Alamos National Laboratory, EUA, 1980.
- Palma, E. and R. P. Matano (1998) – On the implementation of passive open boundary conditions for a general circulation model: The barotropic mode. Journal of Geophysical Research, 103, 1319-1342
- Pond, Stephen e Pickard, George L., Introductory Dynamical Oceanography, Butterworth Heinemann, 2nd Edition, 1983.

Anexo I

Teste 1

Δt (s)	Δx (m)	Dimensões do canal (m)		Termo de atrito	Termo de Coriolis	Termo de Difusão
		XX	YY			
1	50	2500	500	Não considerado	Não considerado	Não considerado
Observações:						
Condições iniciais: U = 0.25m/s V = 0m/s				- Condições de fronteira: c/ escorregamento - Tipo de fundo: Sinusoide		

Figura 5

Condição inicial do campo de velocidades e superfície livre no domínio considerado. A fronteira de entrada situa-se à esquerda da figura e a fronteira de saída à direita

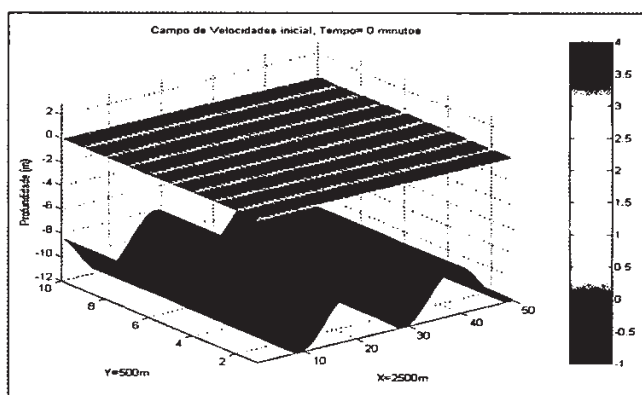


Figura 6

Varição da Energia Mecânica do sistema ao longo do tempo

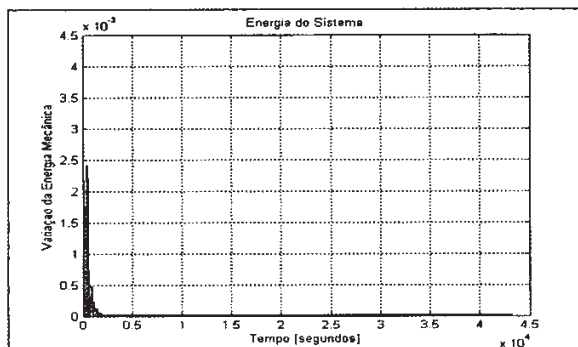


Figura 7

Fluxo do sistema ao longo do tempo (Fluxoout – Fluxoin)

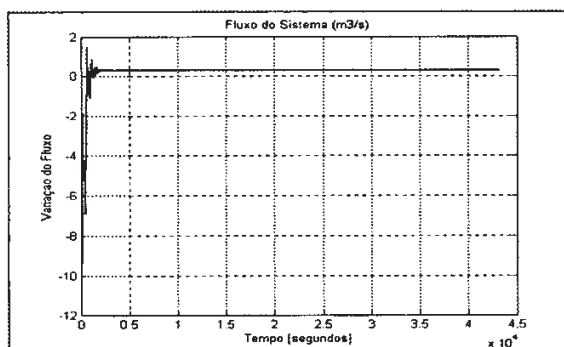


Figura 8

Campo de velocidades e superfície livre para T=2 min

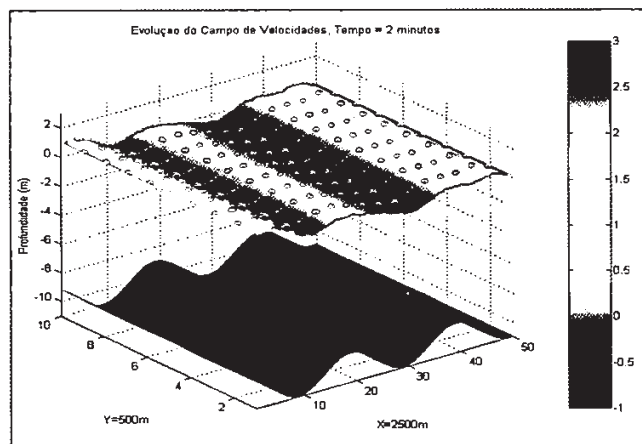
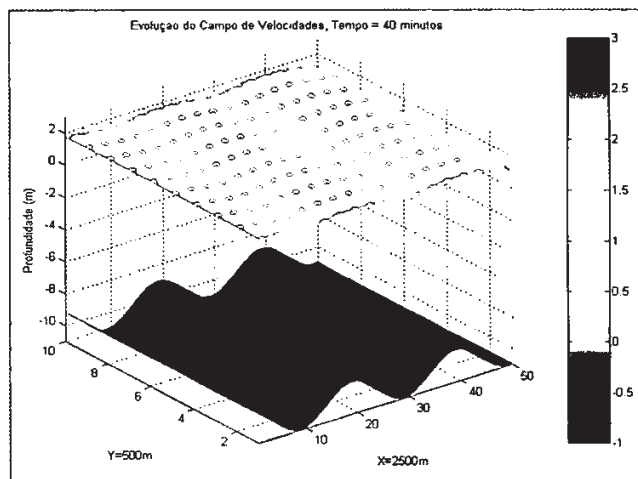


Figura 9

Campo de velocidades e superfície livre para T=40 min



Teste 2

Δt (s)	Δx (m)	Dimensões do canal (m)		Termo de atrito	Termo de Coriolis	Termo de Difusão
		XX	YY			
1	50	2500	500	Não considerado	Não considerado	Não considerado

Observações:

• Condições iniciais:

$$U = 5 \text{ m/s}$$

$$V = 0 \text{ m/s}$$

• Condições de fronteira:

c/ escorregamento

• Forçamento:

$$\eta = A \sin\left(t \frac{2\pi}{T}\right)$$

$$A = 1 \text{ m}; T = 12 \text{ hrs}$$

• Tipo de fundo:

Salto Hidráulico

Figura 10

Condição inicial do campo de velocidades e superfície livre no domínio considerado. A fronteira de entrada situa-se à esquerda da figura e a fronteira de saída à direita

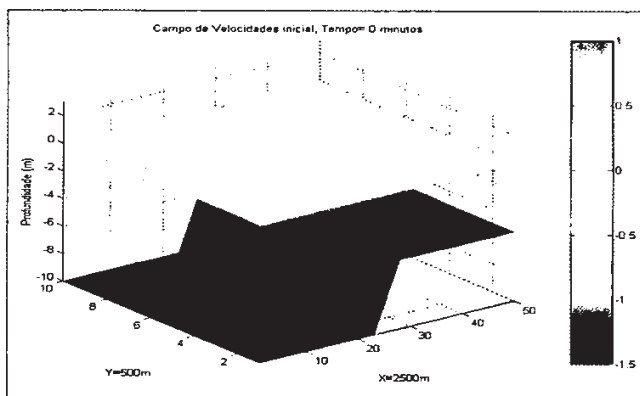


Figura 13

Campo de velocidades e superfície livre para T=3 min.

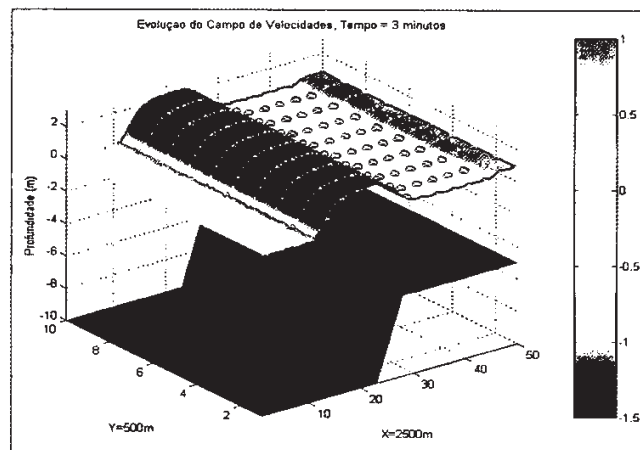


Figura 11

Varição da Energia Mecânica do sistema ao longo do tempo

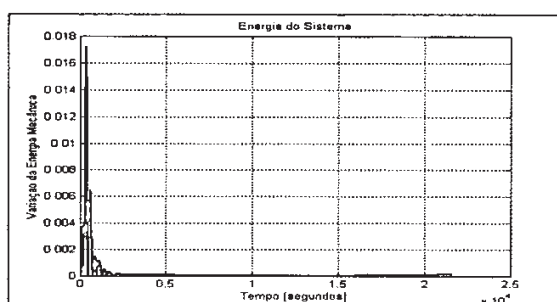


Figura 14

Campo de velocidades e superfície livre para T=24 min.

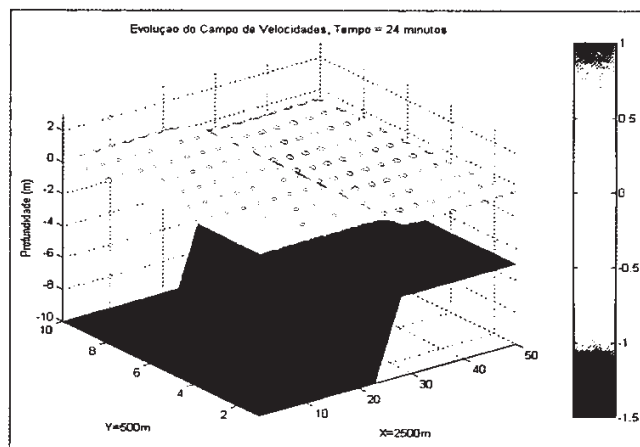
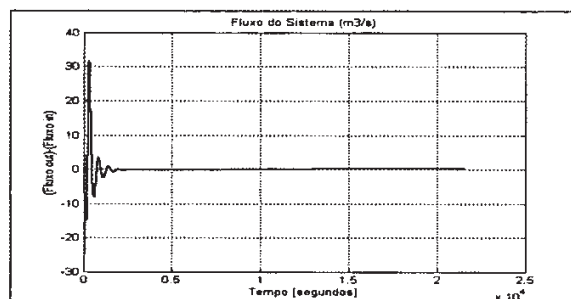


Figura 12

Fluxo do sistema ao longo do tempo (Fluxoout - Fluxoin)



Teste 3

Δt (s)	Δx (m)	Dimensões do canal (m)		Termo de atrito	Termo de Coriolis	Termo de Difusão
		XX	YY			
1	50	2500	500	Considerado 0.0025	Não considerado	Considerado 50

Observações:

- Condições iniciais:
 $U = 5 \text{ m/s}$
 $V = 0 \text{ m/s}$
- Condições de fronteira:
c/ escorregamento
- Forçamento:
 $\eta = A \sin\left(t \frac{2\pi}{T}\right)$
 $A = 1 \text{ m}; T = 12 \text{ hrs}$
- Tipo de fundo:
Corcunda

Figura 15

Condição inicial do campo de velocidades e superfície livre no domínio considerado. A fronteira de entrada situa-se à esquerda da figura e a fronteira de saída à direita

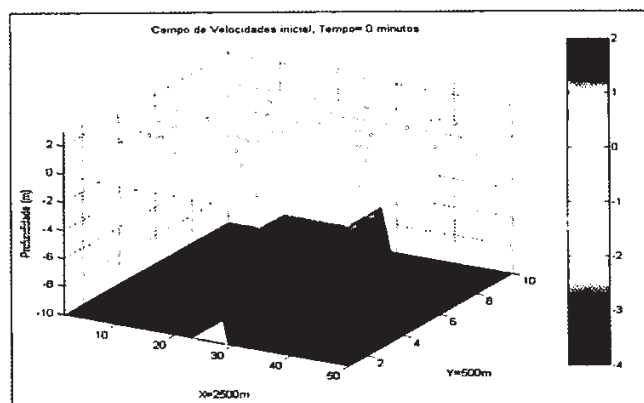


Figura 16

Variação da Energia Mecânica do sistema ao longo do tempo

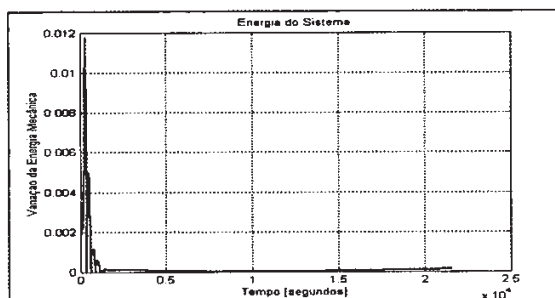


Figura 17

Fluxo do sistema ao longo do tempo (Fluxoout – Fluxoin)

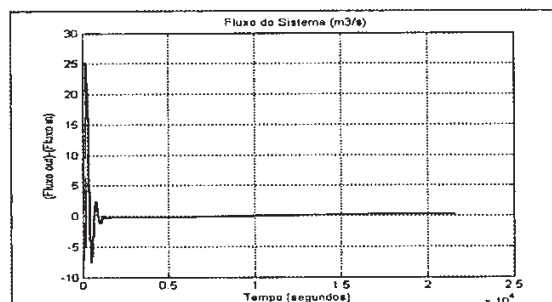


Figura 18

Campo de velocidades e superfície livre para T=2 min.

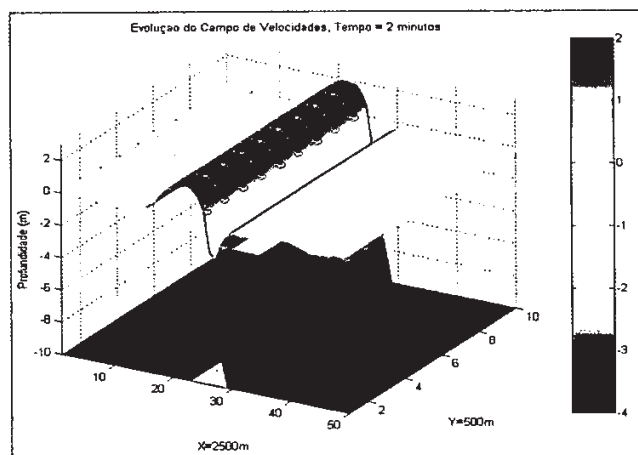


Figura 19

Campo de velocidades e superfície livre para T=40 min.

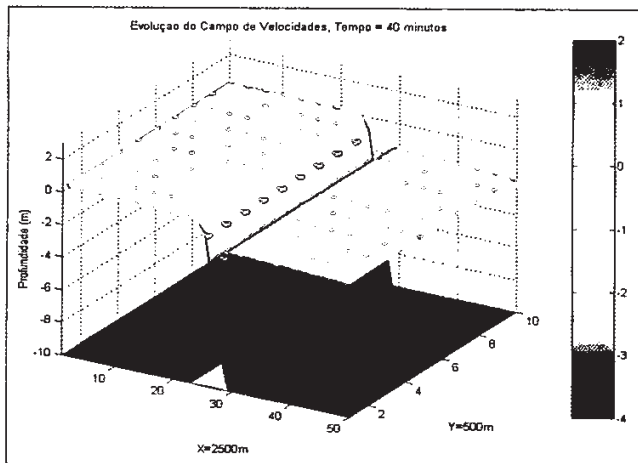
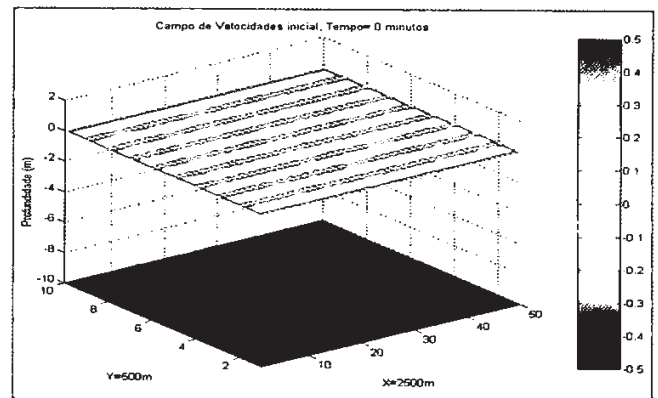


Figura 20

Condição inicial do campo de velocidades e superfície livre no domínio considerado. A fronteira de entrada situa-se à esquerda da figura e a fronteira de saída à direita



Teste 4

Δt (s)	Δx (m)	Dimensões do canal (m)		Termo de atrito	Termo de Coriolis	Termo de Difusão
		XX	YY			
1	50	2500	500	Não considerado	Não considerado	Não considerado

Observações:

- Condições iniciais: $U = 2\text{m/s}$ $V = 0\text{m/s}$ - Condições de fronteira: c/ escorregamento	- Forçamento: $\eta = A \sin\left(t \frac{2\pi}{T}\right)$ $A = 0.25\text{m}$; $T = 30\text{s}$ - Tipo de fundo: Plano
---	---

Figura 21

Variação da Energia Mecânica do sistema ao longo do tempo

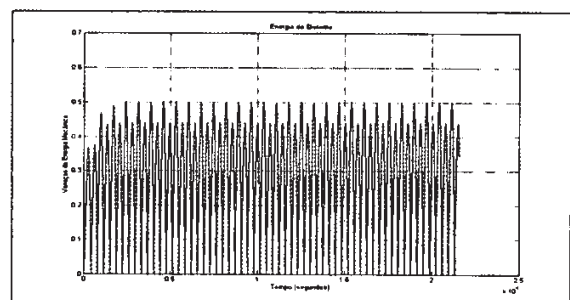


Figura 22

Fluxo do sistema ao longo do tempo (Fluxoout – Fluxoin)

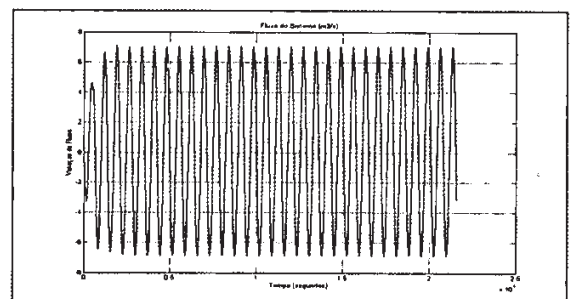


Figura 23
Campo de velocidades e superfície livre para $T=24\text{min.}$

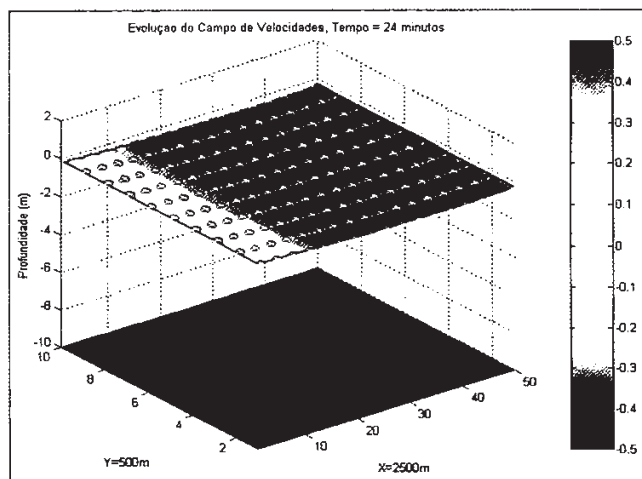


Figura 24
Campo de velocidades e superfície livre para $T=30\text{min.}$

