

ANTONIO MESSA SANCHES

**CONTEMPLANDO A MATEMÁTICA:
A GEOMETRIA ESPACIAL DA PINTURA
RENASCENTISTA E SUAS INTERAÇÕES COM O
ENSINO ACADÊMICO**

Orientadora: Prof.^a Doutora Maria das Graças Andrade Ataíde de Almeida

**Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias
Instituto de Educação**

Lisboa

2015

ANTONIO MESSA SANCHES

**CONTEMPLANDO A MATEMÁTICA:
A GEOMETRIA ESPACIAL DA PINTURA
RENASCENTISTA E SUAS INTERAÇÕES COM O
ENSINO ACADÊMICO**

Dissertação defendida em provas públicas na Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias, perante o júri, nomeado pelo Despacho de Nomeação nº 424/2015, de 27 de novembro de 2015, com a seguinte composição:

Presidente:

Prof. Doutor António Teodoro

Arguente:

Prof.^a Doutora Carla Silva

Vogal:

Prof. Doutor Óscar Conceição de Sousa

Orientadora:

Prof.^a Doutora Maria das Graças Ateíde

Coorientadora:

Prof.^a Doutora Ana Sofia Rézio

Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias

Faculdade de Ciências Sociais, Educação e Administração

Instituto de Educação

Lisboa

2015

DEDICATÓRIA

Dissertação dedicada a
ENCARNAÇÃO SANCHES
(in memoriam)

Minha Progenitora, minha Mãe, minha Educadora, minha Inspiradora, minha Amiga, minha Heroína, minha Santa, minha Eterna Saudade, meu Eterno Amor, minha Eterna Dor, minha Eterna Despedida, minha Eterna Ausência.

Às vezes, as lembranças felizes podem tornar-se insuportavelmente dolorosas pela certeza de que elas jamais poderão ser revividas.

...

AGRADECIMENTOS

A Professora Doutora Maria das Graças Ataíde de Almeida que aceitou ser minha orientadora nesta dissertação e prestou-me todas as orientações das quais precisei além de ter sido paciente comigo respeitando meu tempo e minhas limitações.

A minha co-orientadora Professora Doutora Ana Sofia Rézio, pela leitura acurada e sugestões no texto final.

A todos os professores e professoras do curso de Mestrado em Ciência da Educação da Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias, que colaboraram imensamente com meus conhecimentos.

Aos meus pais (in memoriam) Pedro Messa e Encarnação Sanches; aos meus irmãos e irmãs os quais amo a cada um de maneira individual e particular e que constituíram as bases de quem sou:

Guinés Messa Sanches e família;

José Messa Sanches e família;

Pedro Messa Sanches e família;

João Messa Sanches e família;

Amália Messa Sanches e família;

Anália Messa Sanches e família.

A todos os meus amigos e amigas que, devido ao carinho, respeito e admiração que tenho por cada um e cada uma, se tornaram parte de minha família escolhida e foram meus esteios em cada uma de minhas decisões.

Às grandes paixões que se transformaram no estandarte que ostentei nas batalhas pessoas que travei na busca por tornar-me um ser humano capaz de melhorar a cada dia.

Aos meus professores e professorar, desde a minha infância, que me ajudaram a aprender e que me incentivaram. A estes e estas que, ao longo dos anos, aprendi a respeitar e admirar devido a sua grande capacidade técnica e profissional em cujo conhecimento pautei meu profissionalismo.

RESUMO

Neste trabalho procura-se discutir algumas relações epistemológicas existentes entre a arte da pintura do Renascimento e a Matemática sob o foco geométrico. Apresentam-se algumas evidências de técnicas geométricas na concepção tridimensional da realidade sob a ótica da bidimensionalidade de uma pintura renascentista. Quanto aos procedimentos empíricos de investigação, investiga-se sobre a possibilidade da utilização de pinturas, deste período, ser facilitadora do processo de ensino e de aprendizagem. Estes são realizados com alunos do curso superior de Licenciatura em Matemática e seus professores. Os resultados demonstraram que a maioria dos acadêmicos e dos professores manifestou interesse no aprofundamento de tais metodologias. Apresentaram também dificuldade no acesso a um conteúdo pedagógico com abordagem direta. As possibilidades interdisciplinares entre a Arte e a Matemática, observadas nesta dissertação, são emolduradas por outras áreas de conhecimento que compõem a grade curricular das escolas públicas brasileiras. Durante a observação das obras, procura-se direcionar o olhar do observador, não apenas para a Geometria Euclidiana e Geometria Espacial, mas também para os aspectos sociais, econômicos, religiosos, culturais e filosóficos que compunham o cenário renascentista. Desta forma, pretende-se oferecer uma análise das formas pragmáticas da pintura do Renascimento como um vislumbre metodológico no processo cognitivo do homem contemporâneo.

Palavras-chave: Pintura na Renascença, Geometria espacial, Ensino de Matemática.

ABSTRACT

This study discuss some relations between Art Picture in Renaissance age and mathematics under geometrical focuses. Its shows some geometrics techniques evidences in the third dimensional reality under two dimensional in the Renaissance picture. In the empirical procedures of investigation is used the question about pictures, of this age, in the processes of teaching and learning. Those procedures are realized in Mathematics Licensed curses and their teachers. The results show that great number of academics members and teachers had interest in more new methodologies but they also had difficultsto obtain specifical pedagogical contends. The relation between Art and Mathematics showed in this study and supported by all school subjects in Brazilian public school. During the observation of pictures, the viewer observes not only Euclidiana and Special Geometry but also social economical, religious, cultural and philosophical aspects in the Renaissance age. The main target is offer an analyze of pragmatistical cognitive process of modern man.

Key words: Renaissance picture, Spacial Geometry, Academical matematic

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CEB	Câmara de Educação Básica
CNB	Colégio Nacional do Brasil
CTA	Centro de Técnico de Aeronáutica
EIU	Economist Intelligence Unit
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
FMI	Fundo Monetário Internacional
GAPI	Grupo de Estudo e Pesquisa em Interdisciplinaridade
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IDESP	Índice de Desenvolvimento da Educação do Estado de São Paulo
IDH	Índice de Desenvolvimento Humano
IMPA	Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada
ITA	Instituto Tecnológico de Aeronáutica
IMU	International Mathematical Union.
LDB	Leis de Diretrizes e Bases
LDBEN	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MCT	Ministério da Ciência e Tecnologia
MEC	Ministério da Educação
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
OCDE	Organização para o Desenvolvimento e Cooperação Econômica
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PIRLS	Progress in International Reading Literacy Study).
PISA	Program for International Student Assessment
PNE	Plano Nacional de Educação
PPg	Programa de Pós-graduação

Sanches, Antonio Messa. Contemplando a Matemática: a geometria espacial da pintura renascentista e suas interações com o ensino acadêmico.

PUC	Pontifícia Universidade Católica
SAEB	Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica
SAREM	Sistema de Avaliação da Rede de Ensino Municipal
SAREM	Sociedad Argentina para el Estudio de los Mamíferos
SARESP	Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo
SBM	Sociedade Brasileira de Matemática
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso.
TIMSS	Trends in International Mathematics and Science Study
UCLA	University of California at Los Angeles.
UnB	Universidade de Brasília.
UNESC	Universidade do Extremo Sul Catarinense
UNICAMP	Universidade de Campinas – São Paulo, BR
UNIFESP	Unidade Federal do Estado de São Paulo

ÍNDICE GERAL

Apresentação	14
Introdução	17
Capítulo I: Interdisciplinaridade	29
1.1. Algumas definições	30
1.2. Discussões fundamentais da interdisciplinaridade	31
1.3. Um tema ainda precoce	33
1.4. Matemática e Arte	37
Capítulo II: Ensino de Matemática/Geometria na pintura renascentista	41
2.1. A Geometria na História	42
2.2. Dificuldades pedagógicas sobre o ensino da Geometria	44
2.3. O desenvolvimento da geometria espacial	46
2.4. A Proporção Áurea e os ideais de beleza: humana e arquitetônica	47
2.5. A Matemática na pintura do Renascimento	64
2.5.1. A matemática na arte de Leonardo da Vinci	64
2.5.2. A matemática na arte de Albrecht Dürer	69
Capítulo III: Metodologia	78
3.1. Objetivos	79
3.1.1. Geral	79
3.1.2. Específicos	79
3.2. Hipóteses	79
3.3. Tipo de estudo	79
3.3.1. Método escolhido: estudo de caso	80
3.4. <i>LOcus</i> da pesquisa	81
3.4.1. Sujeitos da pesquisa	82
3.5. Instrumentos de pesquisa	82
3.5.1. Questionários	83
3.5.1.1. Adaptação dos questionários	83
3.5.2. Entrevista	85
3.6. Procedimentos da pesquisa	87
3.7. Análise dos dados	87
3.7.1. Instrumento de análise dos dados quantitativos	87

3.7.2. Instrumento de análise dos dados qualitativos.....	88
Capítulo IV: Apresentação e Discussão dos Resultados	93
4.1. Abordagem quantitativa	94
4.1.1. Metodologia	94
4.1.2. Resultados – alunos	94
4.1.3. Resultados – professores.....	102
4.2. Apresentação e discussão dos resultados obtidos através do instrumento qualitativo..	104
4.2.1. Identificação pessoal e profissional dos professores	105
4.2.2. Formação Discursiva (FD) - Conhecimento acerca das técnicas matemáticas utilizadas na pintura.....	107
4.2.3. Formação Discursiva (FD) - Disponibilidade da interdisciplinaridade entre as áreas: Arte e a Matemática para os professores.....	108
4.2.4. Formação Discursiva (FD) – Material bibliográfico e/ou virtual de Matemática (geometria) no contexto das Artes sob o foco educativo	110
4.2.5. Formação Discursiva (FD) – Importância da interação dos professores de Matemática com as pinturas do período do Renascimento	111
Considerações Finais	114
Referências Bibliográficas.....	117
Apêndices	I
Apêndice I	II
Apêndice II.....	III
Apêndice III	V
Apêndice IV	VIII

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1. Descrição das variáveis do questionário adaptado aplicado aos discentes.	84
Quadro 2. Descrição das categorias de entrevista aplicada aos professores do curso de Licenciatura em Matemática	86
Quadro 3. Distribuição tabular do perfil dos professores entrevistados da pesquisa.....	105
Quadro 4. Apresentação de ED dos professores, agrupados na FD “conhecimento acerca das técnicas matemáticas utilizadas na pintura”.	107
Quadro 5. Apresentação de ED dos professores, agrupados na FD “disponibilidade da interdisciplinaridade entre as áreas: Arte e a Matemática para os professores”.....	109
Quadro 6. Apresentação de ED dos professores, agrupados na FD “Disponibilidade da interdisciplinaridade entre as áreas: Arte e a Matemática para os professores”.....	110
Quadro 7. Apresentação de ED dos professores, agrupados na FD “Disponibilidade da interdisciplinaridade entre as áreas: Arte e a Matemática para os professores”.....	112

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1. Distribuição dos alunos segundo o sexo, faixa etária, modelo cursado durante o ensino médio e a situação acerca de outros cursos universitários	95
Tabela 2. Distribuição do motivo da escolha do aluno pelo curso e a percepção acerca das áreas em que a matemática está presente.....	96
Tabela 3. Percepção dos alunos acerca da qualidade do professor e benefícios profissionais obtidos através do contato com os professores.....	97
Tabela 4. Percepção dos alunos acerca da relação entre a matemática e a arte.	100
Tabela 5. Distribuição do perfil dos professores avaliados.	106

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. <i>Children Blowing Bubbles</i> por Jean-Etienne Liatard	38
Figura 2. Papiro de Moscovo.....	42
Figura 3. Papiro de Rhind.....	43
Figura 4. Sólidos geométricos	46
Figura 5. Órbitas elípticas.....	46
Figura 6. Natureza dos elementos	46
Figura 7. Medidas áureas.....	50
Figura 8. Nautilus	50
Figura 9. Donald no país da matemática	50
Figura 10. Arte & Matemática	51
Figura 11. Homem Vitruviano	52
Figura 12. Donald no País da Matemática.....	52
Figura 13. Vênus de Milo.....	54
Figura 14. Cone de visao	57
Figura 15. A escola de Atenas.....	61
Figura 16. Retas no espelho	71
Figura 17. Vale do Paraíba paulista.....	81

ÍNDICE DE GRUPOS

Grupo 1. Bioeletrografias	48
Grupo 2. Sólidos Platônicos	66
Grupo 3. Versais Romanas	70

APRESENTAÇÃO

Todos os dias devemos ouvir pelo menos uma breve canção, ler um bom poema, ver uma pintura de qualidade e, se possível, dizer algumas palavras sensatas.

Johann Wolfgang Von Goethe

Acredito que exista memória genética. E esta é uma das poucas “crenças” que tenho, e que ainda estão, até onde sei, fora do campo da comprovação científica.

Passei toda minha infância e boa parte da adolescência em Nova América da Colina, uma pequena e pacata cidade do interior Norte do Estado do Paraná, Brasil. Dentre as várias atividades rotineiras, várias delas muito prazerosas, lembro-me de passar bons momentos ouvindo músicas denominadas “músicas caipiras” através de um rádio de pilhas; ouvindo também, canções executadas em acordeom tocado por familiares; dançando os típicos passos do Sul do Brasil como: xote, chamamé, vaneira, rancheira e valsa; olhando atentamente as escassas fotografias no velho álbum de família; admirando os raros e típicos versos declamados antes de uma música sertaneja... Encantavam-me todas essas manifestações artísticas. Assim como as humildes representações teatrais que encenavam as passagens bíblicas na pequena igreja matriz localizada no centro da cidadezinha. Descendente de europeus, neto de avós paternos e maternos que, por volta de 1920, imigraram da Espanha e da Itália, fui criado em um lar de muita humildade cultural e financeira. Passei a infância, e boa parte da adolescência, sem saber o que era ter um aparelho de televisão em casa. Este fator limitou muito meu acesso a informações culturais e sociais. Exceto os costumes regionais, eu ignorava a vastidão do mundo dentro e fora de meu país. Meu universo era, simplesmente, minha pequena cidade e a pequena propriedade familiar em que plantávamos produtos para a própria subsistência. Nos anos de 1970 e 1980 a indústria de bebidas, Coca Cola, passou a imprimir os personagens dos desenhos clássicos de Walt Disney na parte interior das tampas das garrafas de seus refrigerantes. Sem recursos financeiros para consumir tal produto, passei a vasculhar os estabelecimentos comerciais que o vendiam, em busca das tampinhas de garrafa que eram, geralmente, ignoradas por aqueles que consumiam a bebida. Ignoradas pela maioria, as tampinhas eram imensamente valiosas para mim. Aos oito ou dez anos de idade faltavam-me pré-conceitos sociais que me impedissem de apanhar, do chão ou do lixo, as “valiosas” tampinhas de garrafa que traziam as obras primas do grande artista americano. Embora eu nunca tivesse assistido a nenhum dos desenhos Disney eu era capaz de

admirar, imensamente, a imagem de cada uma das personagens como: Donald, Mickey, Margarida, Pateta, Dumbo, Branca de Neve, os sete anões, Cinderela, Bambi, Pinóquio, Peter Pan e tantos outros desenhos animados e personagens chamados de Clássicos Disney. Em minha adolescência foram os livros didáticos de história que me levaram ao mundo da cultura grega e romana através de suas imagens contextualizadas. Seus deuses, deusas e semideuses com seus poderes sobre os fenômenos naturais aguçavam minha imaginação. Encantavam-me as imagens das pinturas que primavam pela perfeição de cada detalhe; as esculturas feitas em pedra com igual perfeição. A arquitetura, mitologia e tantos outros aspectos sociais e culturais dos antigos gregos e romanos provocavam em mim verdadeiro encanto. Fascinavam-me as imagens das pinturas renascentistas que retratavam, com imensa perfeição e riqueza de detalhes, o cotidiano das personagens das obras dos pintores mais conhecidos. Eu não podia acreditar que fosse possível reproduzir em pedra ou em telas tanta perfeição nos corpos e rostos humanos bem como elementos da natureza com tal perfeição. As expressões faciais, emoções dos olhares, a textura das roupas, a anatomia humana e animal no movimento de cada músculo visível, a luz, as sombras, a perspectiva, a fauna, a flora e até mesmo as rugas no tecido e na face de cada elemento retratado, cada uma das veias e artérias dos personagens esculpidos e pintados, enfim, tudo me extasiava.

Diversos fatores sociais e culturais de minha vida, de humilde jovem camponês interiorano, levaram-me a cursar Ciências Físicas e Biológicas em Cornélio Procopio, uma cidade vizinha à pequena cidade natal.

Eu era o único da família, entre irmãos e primos, a cursar a faculdade. Com poucas informações sobre a formação universitária ingressei na única instituição estadual da região. Meu principal fator de motivação na realização do curso foi ter conseguido aprovação em um concorrido vestibular para uma faculdade gratuita. Após meu ingresso, a biblioteca universitária passou a ser meu lugar favorito. Sem internet, na época, distraia-me com os livros de Arte Grega, Romana e Renascentista enquanto descansava dos estudos matemáticos. As aulas de matemática repletas de álgebra, geometria e raciocínio lógico já havia me encantado desde o Ensino Médio. Para mim, encontrar a resposta correta de um exercício passou a ser um passatempo e a compreensão das leis e postulados matemáticos, um grande prazer. Porém, anos mais tarde, ao deparar-me com meus alunos e perceber suas dificuldades, falta de identificação com a disciplina e até falta de vontade, pensei que eu poderia colaborar para a desmitificação do “fantasma da matemática” e passei a oferecer aos meus alunos a mesma visão lúdica, desafiadora e empírica que outrora me encantara. A cada ano letivo eu

desafiava meus alunos, que diziam “odiar” matemática, a reavaliar seus conceitos pessoais depois de ter aulas comigo. Os resultados sempre foram positivos. Muitos diziam não mais odiar e alguns até relataram que passaram a gostar de matemática. Entendo que neste caso, há duas possibilidades a considerar: ou eles passaram, de fato, a olhar diferentemente para a matemática em si, ou passaram a respeitar meu amor pelos números. De qualquer forma, ambas as hipóteses são, para mim, positivas.

Anos mais tarde, o segundo curso universitário que cursei, tinha como requisito básico, a produção de um TCC (Trabalho de Conclusão de Curso). O tema escolhido foi Arte, matemática e ensino: possibilidades de interação. Algumas considerações e estudos, que são apresentadas nesta dissertação, foram pautados em meu próprio TCC. (Tema discorrido em parceria com a colega de sala e amiga Dinalva Aires Sales. Hoje, Dra em Astrofísica e Pós Doutoranda pelo Richester Institute of Tecnology em NY USA). Com este trabalho tive a oportunidade de tratar do tema de forma sistematizada e pautar meus estudos nas considerações de outros estudiosos do assunto. Atualmente, nesta dissertação, com proposta de realizar mais uma tentativa de aproximação, entre essas duas áreas de conhecimentos, deparei-me com a carência de material específico do período histórico em questão. Embora haja muito material, como livros, teses e dissertações que discutem esse tema, são raros os textos que tratam, especificamente, da Geometria utilizada na Pintura do período do Renascimento. Dürer foi um dos artistas que se destacaram nestas aproximações. Porém pouca literatura faz relações diretas quanto a essas aproximações disciplinares. Quando se trata de obras escritas na língua portuguesa torna-se ainda mais raro.

A carência de bibliografia específica é, para mim, um agente desmotivador e, antagonicamente, motivador. Sobrepujando minhas dificuldades resolvi discutir, nesta dissertação, alguns aspectos da Geometria Espacial da Pintura Renascentista e Suas Interações Com o Ensino Acadêmico.

Um dos motivos pelos quais escolhi tal discussão se deve ao fato de que, eu mesmo, dedico boa parte de meus dias Contemplando a Matemática da mesma forma como contemplo uma obra de arte.

INTRODUÇÃO

*Desde los tiempos de los pensadores clásicos griegos, el mundo occidental ha seguido un camino en que el conocimiento ha llevado a dilucidar muchos misterios y la lógica ha levantado los velos de la superstición. Un descubrimiento científico tras otro nos han permitido comprender lo que todos los maestros espirituales del mundo siempre han sabido y enseñado: **La verdad está en nuestro interior.***

Priya Hemenway (2008)

Os estudos focados no ensino da Matemática têm se mostrado um tema recorrente em diversos meios oficiais acadêmicos devido à aparente dificuldade de aprendizagem encontrada em uma expressiva parcela de alunos brasileiros¹.

Esta dissertação tem como linha mestra as relações entre o ensino da geometria espacial e as técnicas de representação tridimensional, em perspectiva, num plano bidimensional, empregadas na pintura do período da Renascença. A escolha por estudar tais possibilidades se deu em função de minhas observações das dificuldades enfrentadas pelos alunos desde 1986, ano em que iniciei minha atuação como professor de Matemática no Movimento Brasileiro de Alfabetização (MOBRAL)². Durante esse tempo tive oportunidade de observar as dificuldades de aprendizagem, o desinteresse e falta de estímulos quanto aos conteúdos da Matemática. Porém ao trabalhar com imagens e estabelecer relações com outras disciplinas, pude notar mudanças favoráveis no comportamento de meus alunos. Com 27 anos de carreira no magistério, percebi que parte das dificuldades dos estudantes poderia ser minimizada pelo formato da abordagem do conteúdo feita pelos professores quando da utilização da interdisciplinaridade.

A ideia de que a aprendizagem se torna mais eficiente quando abordada de forma contextualizada tem se tornado uma rica seara de pesquisa e investigações científicas no Brasil e no mundo. Os diversos fatores sociais, econômicos e culturais que envolvem os países em desenvolvimento, especialmente o Brasil, parecem convergir para uma situação de agravamento do Sistema Educacional. Uma pesquisa da Economist Intelligence Unit (EIU) encomendada pela Pearson divulgou, em 2012, os resultados da compilação a partir das notas

¹ Estes estudos tem como lócus o estado de São Paulo, um dos mais populosos do Brasil.

² Criado pela Lei 5.379, de 15 de dezembro de 1967, que tinha como objetivo a alfabetização básica escrita e numérica. Atualmente esse programa é denominado EJA – Educação de Jovens e Adultos.

de alunos avaliados entre 2006 e 2010. Nesse ranking da educação o Brasil apareceu na 39ª colocação. Foram avaliados 39 países somados a região de Hong Kong, na China, totalizando 40 instituições de ensino em todo o mundo. O Brasil ficou a frente somente da Indonésia.

Para chegar aos resultados citados, foram utilizados três indicadores internacionais que avaliam o ensino fundamental³: PISA (Program for International Student Assessment), o documento TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) e o PIRLS (Progress in International Reading Literacy Study).

Juntamente com esses resultados, a empresa Pearson, de materiais e serviços educacionais, responsável por esse estudo, lançou um portal que trás informações sobre o sistema educacional dos 39 países pesquisados, e mais 11 outros que não configuraram o ranking citado.

A LDBEN (Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional) Nº 9.394 de 1996, aponta no artigo 36, o direito do aluno de Ensino Médio, “(...) a compreensão do significado da Ciência, das Letras e das Artes (...) como (...) acesso ao conhecimento e exercício da cidadania”. Entende-se, aqui, a Matemática – Geometria Espacial – como uma das linhas das Ciências. Da mesma forma, entende-se também a pintura do período da Renascença como uma das várias manifestações das Artes.

Embora a Matemática e as Artes tenham sido parceiras ao longo dos últimos séculos, é possível observar a paradoxal dissociação entre elas nos currículos escolares. O traçado de retas em perspectivas revelou-se uma grande descoberta no período do Renascimento originando uma nova e bela maneira de representação do real, apreciada por um seleto grupo social. Embora subjetivo, o belo pode ser mensurado, descrito e desenvolvido até mesmo em classes sociais menos favorecidas e dessa forma rompendo com o paradigma da elitização do saber. (Bourdieu & Darbel, 2007).

Ainda que o IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) tenha demonstrado, em 1995, que o índice de analfabetismo, por exemplo, tem diminuído significativamente nos últimos cinquenta anos, o desempenho na educação ainda é motivo de preocupação e de estudos. O baixo desempenho dos estudantes brasileiros é observado em todas as áreas de conhecimento que fazem parte da grade curricular do Ensino Fundamental e Ensino Médio em muitas escolas públicas do país. “Não é de estranhar que o rendimento esteja cada vez mais baixo em todos os níveis” (D’Ambrosio, 1996; p.59). “Alunos que concluem o 1º Grau, em geral, mal sabem ler. Sua capacidade de compreensão de um texto é

³Este compreende o 1º ao 9º ano de escolaridade

extremamente baixa como já demonstraram muitas pesquisas” (Molina, 1984; p. XV). Na área das exatas, principalmente na Matemática, estes problemas apresentam-se acentuados. Marília Pinto de Carvalho (1998) aprofunda-se nesse tema e discute o fracasso escolar acentuando questões relacionadas ao gênero dos estudantes. Seus estudos demonstram que a partir dos anos 50 as mulheres têm apresentado desempenho melhor do que o desempenho dos homens. Os resultados apresentados por Carvalho não atenuam os problemas de falta de estudo dos alunos dentro das escolas e também fora delas. Nas palavras de Olga Pombo, “as escolas assumiram de forma inconfessa o papel de guardar os alunos num cativeiro benévolo (...) enquanto os pais vão trabalhar” (Pombo, 2003; p. 07). Dessa forma o processo de ensino, de aprendizagem e do estudo em si, passa a ser visto de forma menos importante na unidade escolar do que outros processos pertinentes ao convívio social e as obrigações familiares.

“Aí estão entregues às tribalidades das hordas infantis e juvenis, aos seus despotismos e arbitrariedades. Frágeis e vulneráveis, além disso, a todos os dispositivos de sugestão, de moda, de propaganda. Desprotegidos perante a violência que sobre elas exercem as histórias infantis, as revistas para jovens, os vídeos, a moda, a publicidade a televisão.” (Pombo, 2003, p.06)

Independentemente dos processos didáticos e pedagógicos adotados pela instituição de ensino, Molina afirma que o aluno “deveria saber, de fato, para que está na escola: para aprender.” (Molina, 1984; p.66)

Sob o foco das preocupações com a aprendizagem, Demo (2004), alerta quanto ao inacreditável atraso e a baixíssima aprendizagem, dos estudantes brasileiros, os quais compõem uma sociedade estagnada em termos de cidadania popular. Para além das críticas, Demo aponta para uma contraproposta: esta se volta para a preocupação com a formação do professor que deve ter oportunidade de estudar constantemente e que a escola esteja mais preocupada com as mudanças do que com as críticas sociais.

A cronologia dos avanços educacionais brasileiros é demonstrada por Geraldo Francisco Filho (2004) que oferece elementos pedagógicos de alguns períodos históricos brasileiros, os quais apontam subsídios de reflexão que norteiam os motivos que levaram o Brasil às condições apontadas por Demo.

Preocupado com a pesquisa e a história da Matemática no Brasil, Silva (2009) e Ambrosio (2008) discorrem sobre o enfoque adequado do ensino dessa disciplina em sala de aula. Silva julga importante a historiografia da Matemática mundial, incluindo a do Brasil e demais países periféricos. Propõem discussões quanto às evidências que sugerem que a Matemática tenha sido introduzida no Brasil há mais tempo do que se pensava. Tornando-a

uma Ciência tão antiga quanto as demais. Sob a perspectiva dos fatos históricos apresentados por Silva, o baixo rendimento matemático dos estudantes torna-se injustificado. D'Ambrosio, um dos expoentes da educação matemática e da etnomatemática no Brasil e no mundo, também corrobora com Silva e discute os expressivos avanços no campo das exatas apresentados por estudantes brasileiros no campo da Matemática pura e aplicada em contraponto com baixos níveis de aprendizagem dos estudantes brasileiros nas escolas públicas.

Fiorentini e Nacarato (2005) preocuparam-se em discorrer sobre a cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática. Os textos e autores, elencados por eles, trazem discussões quanto às possibilidades do professor de Matemática assumir mais integralmente seu profissionalismo passando assim, de simples ator educacional, para protagonista social educativo. Fiorentini e Nacarato trazem textos de autores que compreendem a importância de uma readequação estrutural abrangente nas escolas para que se estabeleça uma nova cultura profissional no sistema educacional.

Entendendo que a interdisciplinaridade seja uma proposta eficiente para o processo de ensino aprendizagem, Queluz (2003), Nogueira (1998), Fazenda (2011), Tomaz & David (2008) entre outros, concordam que ainda há falta de material com abordagens metodológicas específicas em diversas áreas do conhecimento acadêmico. Tomaz e David (2008) tratam especificamente das possibilidades de enxergar o conhecimento matemático como resultado de uma construção humana. As autoras narram ocorrências durante as aulas de Matemática em que o emprego da interdisciplinaridade pode aumentar o interesse dos alunos pelo aprendizado e sinaliza as limitações culturais dos atores envolvidos.

Partindo da premissa interdisciplinar na construção e desenvolvimento do conhecimento humano Bourdieu e Darbel (2007) trazem os resultados quantitativos de visitantes e frequentadores de museus. Tais resultados são confrontados com os aspectos qualitativos gerando um resultado analítico no qual o “gosto” não se atribui a um determinado grupo social ou financeiro. “A ‘necessidade cultural’ é, em seu entender, produto da educação, da ação da escola” (Bourdieu & Darbel, 2007, p. 09). Com enfoque na importância das visitas aos museus de arte, os autores, concluem que quanto maior o nível cultural de uma nação maior o interesse pela Arte e pela História. Ancorados por esses dados coletados dos visitantes e por entrevistas e questionários, eles concordam que “a frequência nos museus – aumenta consideravelmente à medida que o nível de instrução é mais elevado – corresponde a

um modo de ser, quase que exclusivo das classes cultas” (Bourdieu & Darbel, 2007; p. 37). Afirmam ainda que essa proporcionalidade é recorrente nos museus espalhados pelo mundo.

Quanto à utilização das artes visuais na sala de aula, Pereira (2010) mostra uma sequência programada de aulas prontas para serem ministradas, para o ensino fundamental, onde se trabalha questões como: para que serve a Arte; onde se apresenta o conhecimento nas gravuras; as linhas geométricas dos desenhos; a tridimensionalidade nas pinturas, entre outros. Pereira (2010) nota a transformação de seus alunos durante o processo de criação em função do estímulo a criatividade. Nota, também, a criticidade entre eles, fator que estimula o respeito ao ponto de vista alheio, e discute a relevância da concepção da arte que deve ir além dos modismos e a força negativa das grandes mídias.

Livio (2009) discute a razão áurea e sua vasta observação na fauna, na flora, nos minerais e nas galáxias. A partir desse valor mensurável conhecido como ϕ (Φ)⁴, Livio investiga a possibilidade de que esta proporção seja a mais prazerosa aos olhos humanos, uma vez que esta é notada em diversas construções arquitetônicas ao longo da história. O autor discorre sobre as supostas incursões de Leonardo Da Vinci à razão áurea, em algumas das mais importantes obras do mestre renascentista. Supõe também que tais proporções possam ser notadas até mesmo nas flutuações dos mercados financeiros. Em sua obra o autor oferece suporte para discussões que tangem a Arte, a Arquitetura, a Botânica, a Biologia, a Física e a Matemática.

Capra (2008) trata, entre outros temas, da geometria de Leonardo Da Vinci, feita a partir da ilusão ótica dos movimentos tridimensionais observados nas pinturas deste artista, que o autor chama de mestre do Renascimento. A geometrização dos corpos, o estudo da luz e sua trajetória, a forma como o olho humano vê e a geometria das transformações de Leonardo chamam a atenção de Capra. O autor fala sobre a relevância da ciência de Leonardo e sua enorme influência para a nossa era moderna. Desta forma, oferece pauta para as discussões de nossa dissertação.

Para Contador (2011) a Matemática pode ser observada não apenas nos diversos aspectos da Arte como em diversos momentos da vida. Este autor discute temas como: as medidas mágicas, a divina proporção inserida na história (referindo-se à proporção áurea), equação geral da proporção áurea, harmonia simétrica, entre outros temas que são recorrentes nas pinturas do período do Renascimento.

⁴Letra grega que representa a razão áurea ou proporção áurea de valor aproximado a 1,6180339887...

Muitas são as tentativas de tornar o estudo mais interessante, assim como são muitos, os exemplos em que o conteúdo é apresentado ao estudante de forma medíocre. Deve-se observar que a internet e os softwares, por exemplo, são aliados e não substitutos dos escudos. São ferramentas que podem ser utilizadas para auxiliar na compreensão e no aprofundamento de um tema. “Sabe-se que não se pode fazer todo o aluno vibrar com a beleza da demonstração do Teorema de Pitágoras e outros fatos matemáticos importantes” (D’Ambrósio, 1996, p. 59), então se recorre às ferramentas da informática que são, de fato, importantes. Porém, há que se entender, que o estudo e a dedicação do aluno, mais do que a do próprio professor, são fatores básicos para o processo de cognição. Existem alguns postulados e axiomas matemáticos que, embora complexos, podem ser demonstrados com a utilização de recursos modestos, outros ainda, que podem ser demonstrados de forma lúdica levando assim o estudante ao empirismo dos factos. Considerando tais metodologias de trabalho seria possível pensar em um aprendizado autônomo motivado pela curiosidade do aluno estimulando-o a tornar-se autodidata. Ou ao menos desenvolver autonomia e competências em algum aspecto da aprendizagem acadêmica.

“(...) existiu sempre a convicção de que o aluno deve aprender como estudar porque, se soubesse teria facilidade na tarefa e, uma vez que a realizasse facilmente passaria a gostar dela. (...) Se a escola o tornasse competente nessa tarefa estaria contribuindo para desenvolver o gosto pelo estudo. O aluno deveria deixar a escola capacitado a procurar os conhecimentos (...). Uma vez interessado num assunto, saberia como satisfazer tal interesse (...)” (Molina, 1984, p. 66)

Sendo assim, um dos aspectos que merece investigação quanto ao seu potencial de aguçar, ou ao menos estimular, a observação dos estudantes sobre o universo matemático é a pintura do período histórico denominado Renascimento.

Seguindo a linha de pensamento dos autores citados, algumas teses e dissertações têm sido produzidas por investigadores que se preocupam com as mesmas questões. Mapeamos artigos, dissertações e teses que abordaram essa temática: *Matemática e arte; uma relação tão delicada*. (Almeida, 2006); *Matemática e arte: uma associação possível* (Antoniuzzi, 2005); *A perspectiva no olhar: ciência e arte do Renascimento* (Costa, 2004); *Arte e Matemática em Mondrian*, (Zaleski Filho, 2009); *Aproximações interdisciplinares entre matemática e arte: resgatando o lado humano da matemática* (Serenato, 2008); *Muito além do olhar: um enlace da matemática com a arte*. (Silva, 2007). Esses autores, entre outros, debruçaram-se sobre metodologias, experiências e relações entre diferentes áreas do conhecimento, e com esta temática trouxeram reflexões com potencial para repensar alguns paradigmas do processo cognitivo (D’Ambrósio, 1996).

Sob uma perspectiva filosófica, Almeida (2006) discute a importância do Renascimento para o mundo moderno com ênfase nas Artes e nas Ciências. A autora dedica atenção especial a alguns teoremas matemáticos que eram utilizados pelos artistas mais conhecidos do período renascentista. Segundo ela, estes artistas recorreram a técnicas geométricas de perspectiva bem como da razão áurea.

Antoniazzi (2005) direciona sua pesquisa, de cunho qualitativo, aos alunos de sexta série/sétimo ano e aos professores que trabalham com tal faixa etária. Sua pesquisa é pautada nos questionários aplicados aos alunos, após aplicação de atividades, e também entrevistas com docentes. Ambos os grupos se demonstraram favoráveis à metodologia que trás a associação entre a Matemática e a Arte nas atividades que abordam desenhos, medidas, noções geométricas e a confecção do próprio material de trabalho. A análise dos dados da autora possibilitou-lhe observar que os envolvidos foram capazes de perceber a Matemática como obra do espírito humano, a qual carrega consigo, beleza, harmonia, equilíbrio e delicadeza nos detalhes.

Embora Piet Mondrian tenha vivido séculos após a Renascença, as discussões de Zaleski Filho, (2009), no tangente aos processos de ensino e aprendizagem da Matemática e da geometria, apresentam relevância para nossas discussões sob o foco das influências do artista no processo de formação criativa dos alunos. Através de uma revisão histórica, o autor discute a importância sociocultural das relações entre a Arte e a Matemática. O autor ainda oferece um panorama histórico do desenvolvimento do ensino dessas áreas no território brasileiro e um estudo sobre os motivos que levaram ao distanciamento entre essas áreas. Filho oferece uma reflexão sobre a importância da reaproximação entre essas áreas de conhecimento bem como as facilidades metodológicas na utilização dos computadores como poderosa ferramenta para solucionar ou atenuar os problemas de aprendizagem.

Zaleski Filho (2009) tem como objeto de pesquisa as obras de Piet Mondrian. Através de uma revisão histórica, o autor discute a importância sociocultural das relações entre a Arte e a Matemática. O autor oferece um panorama histórico do desenvolvimento do ensino nessas áreas, no território brasileiro, e um estudo sobre os motivos que levaram ao distanciamento entre essas áreas. Trás também uma reflexão sobre a importância da reaproximação entre essas áreas de conhecimento bem como as facilidades metodológicas na utilização dos computadores como poderosa ferramenta para solucionar ou atenuar os problemas de aprendizagem. Muito embora Mondrian tenha vivido séculos após a Renascença, Zaleski demonstra algumas relações de aprendizagem entre a Matemática e a

Geometria que são relevantes para nossas discussões, sob o foco das influências dos trabalhos de Mondrian no processo de formação criativa dos alunos.

Com a proposta de preparar o olhar para a visualização da tridimensionalidade através da bidimensionalidade, Costa (2004) explora a perspectiva do olhar sob o foco das técnicas oriundas do período do Renascimento italiano. Tais técnicas de pintura buscavam a melhor representação do espaço. Ancorado em tal contexto histórico, o autor elabora uma sequência de atividades inspiradas nas técnicas dos pintores e arquitetos renascentistas com o objetivo de analisar o domínio das técnicas de representação geométrica na projeção de objetos e formas no espaço pictórico.

As considerações de Serenato (2008) trazem reflexões quanto à suposta impessoalidade e frieza das ciências exatas retratada na Lógica Matemática contrastando com a leveza, harmonia e suavidade das Artes, como se fossem áreas de polos opostos. A pesquisadora busca pontos de contatos interdisciplinares de cunho teórico entre a Arte e a Matemática, a fim de subsidiar as discussões, antagonicamente preconcebidas, entre essas áreas, através de contextualizações históricas onde se nota a tangência mútua de saberes de cada área. Segundo seus estudos, ambas demonstram o conhecimento da realidade bem como a criatividade do indivíduo que as manipula. A autora cita o artista Kandinsky e o matemático Poincaré quando trata da interdisciplinaridade sob um foco livre no pensar e no agir.

Os estudos de Silva (2007) procuram demonstrar quão intrínsecas são as relações entre a Geometria e a Arte do espaço que compreende a arquitetura, pintura e escultura. Tais demonstrações partem da leitura de imagens que contextualiza e destaca o papel da geometria plana no processo cognitivo de alunos do ensino fundamental quando se discutem as forma e medidas do mundo que os cerca. Segundo a autora os procedimentos empíricos despertam no aluno o interesse necessário para o aprendizado que ela denomina como “fazer matemática”, bem como possibilita multifacetar, generalizar e conjecturar quanto aos conhecimentos geométricos.

Pautando-se nestas investigações, nosso recorte de pesquisa é voltado para o estudo das possibilidades de interação entre o ensino da Matemática – focado na geometria espacial – e as pinturas do período do Renascimento. A nossa questão de partida leva-nos ao questionamento: como a observação da geometria utilizada nas pinturas do período do Renascimento pode oferecer suporte pedagógico para o ensino da geometria espacial entre os licenciados em Matemática? Na busca por respostas para tais questionamentos, elencamos duas categorias teóricas que deram suporte à investigação empírica: interdisciplinaridade e

ensino de Matemática com foco na geometria utilizada na pintura renascentista. Tais categorias tratam dos conceitos básicos que estabelecem as bases para esta dissertação.

Trabalhamos com o material produzido por teóricos e práticos que já discutiram tais categorias, buscando entender a profundidade dessas discussões que se encontram alicerçadas nessa temática. Dessa forma, contribuir para o Sistema Educacional, oferecendo algumas possibilidades e sugestões quanto aos diversos instrumentos de ensino da Matemática e da Geometria e fazer parte do cenário de experimentos e estudos que compõem esse tema.

Para tratar da primeira categoria – pintura na Renascença – alguns teóricos oferecem suporte para tais discussões: Capra (2008), Contador (2011), Antoniazzi (2005), Livio (2009), Bourdieu & Darbel (2009), Atalay (2007) e D'Ambrosio (1996) – este último, com sua narrativa da história da Matemática – que oferecem um exame científico das artes sobre o pensamento matemático dos observadores e as rupturas paradoxais decorrentes de tais observações, quando se trata da categoria pintura na Renascença.

Quanto à segunda categoria – ensino de Matemática – Fiorentinni (2005), D'Ambrosio (2008), Silva (2009), Pereira (2010) discutem, entre outros temas, algumas possibilidades da utilização, de enfoques e de introdução de elementos artísticos nas aulas de Matemática especialmente nas abordagens geométricas.

Na terceira categoria – interdisciplinaridade - autores como: Fazenda (1994), Perrenoud (2002), Tomaz (2003) Queluz (2003) Nogueira (1998) Bonitatibus (1986) concordam que a interdisciplinaridade, com foco nas interações entre Matemática e Artes, oferece ferramentas poderosas para o ensino acadêmico da Geometria. Por associação direta, procura-se analisar, na pintura renascentista, o saber geométrico necessário para a representação tridimensional ilusória em planos bidimensionais da realidade.

Para buscar respostas à questão de pesquisa apresentada, faz-se necessária saber que os Parâmetros Curriculares Nacionais, brasileiros, (PCN, p.15) orientam o ensino⁵ da Geometria em todo o Ensino Fundamental e aconselha que sejam discutidos os temas pertinentes na Geometria Espacial no final do segundo ano do Ensino Médio. No terceiro ano o PCN orienta quanto à continuidade e aprofundamento do assunto discutindo a Geometria Analítica. Considerando que os alunos do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, representam os elementos centrais do trabalho dos licenciados em Matemática, esta pesquisa se faz importante frente ao cenário do baixo desempenho escolar na maioria das instituições públicas brasileiras de ensino (Silva, 2009; Demo, 2004; D'Ambrósio, 2008). Este problema é

⁵ Entenda-se como processo metodológico de ensino e aprendizagem

discutido pelos diversos trabalhos acadêmicos publicados em anais brasileiros (Costa, 2004; Francisco Filho, 2004; Serenato, 2008; Silva, 2007). Tão vastos quanto os estudos publicados são as opiniões dos especialistas. Tais opiniões podem ser encontradas, hora convergentes, hora antagônicas (Capra, 2008; Contador, 2011), oferecendo, desta forma, um vasto estudo sobre o desenvolvimento do processo educacional no Brasil. O Portal do Governo do Estado de São Paulo⁶, em 2010, mostrou os resultados do SARESP (Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo) e do IDESP (Índice de Desenvolvimento da Educação do Estado de São Paulo) que apontaram os índices de desenvolvimento dos alunos, e os classificaram como “bom” e “muito bom”. Os níveis dessa escala são: muito bom, bom, regular e insuficiente. Afirmam também que os alunos de 3º ano de ensino médio concluem o curso com desempenho suficiente em matemática. Porém no site do jornal de São Paulo, Diário SP, em uma matéria de Saraiva (2011), observa-se em valores quantitativos a queda do desempenho entre os anos de 2010 e 2011. Saraiva, entre outros críticos da Educação, afirma que 95% dos alunos brasileiros concluem o Ensino Médio com conhecimento insuficiente. Aponta que 5% dos alunos atingem o nível de aprendizagem adequado e que um número inexpressível chega ao nível avançado. Segundo a OCDE (Organização para o Desenvolvimento e Cooperação Econômica), de 63 países observados, o Brasil ocupa o 55º lugar em conhecimentos matemáticos. Encontram-se a frente do Brasil, países Latino-Americanos como Chile, Uruguai e México. Em 2007, em uma lista de 57 países, o Brasil ficou a frente apenas dos seguintes: Colômbia, Tunísia, Azerbaijão, Catar e Quirguistão. Neste mesmo ano a Finlândia ocupou a liderança. Em 2009, entre os 65 países analisados, mais uma vez o Brasil ocupou uma das últimas colocações, ocupando a 53ª posição no ranking da OCDE.

Uma das principais preocupações observada nos diversos congressos, seminários e encontros entre docentes de Matemática tem sido o desenvolvimento de técnicas e estratégias que sejam inovadoras e possam trazer uma nova forma de olhar a disciplina com foco na aquisição de competências e habilidades dos estudantes. Busca-se assim descobrir novas formas de olhar a Matemática que não sejam puramente os cálculos, raciocínios, símbolos e números que é a visão estereotipada, e muitas vezes pouco apreciada, pelos alunos.

Dessa forma, parte-se do pressuposto que a Matemática é observável no cotidiano dos alunos através das pinturas dos séculos XIV ao XVI.

Este trabalho está dividido em quatro capítulos seguidos pelas considerações finais.

⁶<http://www.saopaulo.sp.gov.br/spnoticias/lenoticia.php?id=210148>

No primeiro capítulo, “Interdisciplinaridade”, Queluz (2003), Bonitatibus (1986), Nogueira (1998), Fazenda (1994 e 2011), Tomaz & David (2008), Perrenoud (2002) abordam a Interdisciplinaridade nas suas condições básicas para o processo de ensino, de aprendizagem e de pesquisa. Os autores concordam que todo o novo conhecimento é pautado em outros conhecimentos prévios, que podem ou não ser similares ou apenas relacionáveis com novos conhecimentos. Sob este foco, a interdisciplinaridade é tratada como uma ação inerente ao processo de cognição do ser humano. Discorre-se desde os conhecimentos mais básicos, passando por aqueles que permitem a sobrevivência na natureza, até os conhecimentos mais abstratos e subjetivos da sociedade contemporânea. Neste capítulo observa-se ainda, a prudência ao evitar discussões teóricas e ideológicas sobre o termo interdisciplinaridade, e a preferência pelas indagações quanto às formas nas quais a interdisciplinaridade se apresenta no meio acadêmico da atualidade.

No segundo capítulo, “Ensino de Matemática/Geometria na pintura renascentista”, Atalay (2007) Francisco Filho (2004), Demo (2004), Silva (2009), D’Ambrosio (1996 e 2008), Fiorentinni (2005), Nacarato (2005), Pereira (2010), Contador (2011), Molina (1984), Almeida (2006), Livio (2009), Bourdieu & Darbel 2007 Antoniazzi (2005), Costa (2004), Zaleski Filho (2009), Serenato (2008), Capra (2008) e Silva (2007) trazem considerações e conclusões sobre o ensino da geometria no ensino fundamental. Ambos discorrem sobre as dificuldades de aprendizagem dos alunos em consequência da falta de conteúdos elementares geométricos. Encontra-se ainda, de forma sucinta, o desenvolvimento de estudos da Geometria, que tangem as contribuições realizadas com o achado dos Papiros de Moscovo e de Rhind, datados entre os anos de 2000 e 600 a. C. até as teorias de Euclides, Platão, Pitágoras e Kepler.

Nas imagens apresentadas neste capítulo procura-se demonstrar os estudos e os avanços nas técnicas da Geometria espacial, utilizadas em contextos que vão desde as pinturas rupestres às pinturas renascentistas as quais demonstram o domínio da Geometria tridimensional, nas chamadas máquinas de desenhar de Dürer.

Sob o foco da Geometria na pintura, nesse capítulo investiga-se a utilização da geometria espacial na pintura de dois ícones da pintura em perspectiva, que foram aprimorados durante o período do Renascimento: Leonardo da Vinci e Albrecht Dürer. Narra-se, de forma sucinta, alguns eventos de suas vidas. Estas podem oferecer algumas pistas dos motivos que os levaram a protagonizar a geometrização da pintura. Seus métodos, estudos e até máquinas desenvolvidas colaboraram para a aproximação entre a geometria tridimensional e a pintura.

No terceiro capítulo, “Trajetória metodológica”, demonstram-se os procedimentos metodológicos desse estudo como: objetivos, hipóteses, tipo de estudo, sujeitos da pesquisa, *lôcus* da pesquisa bem como os instrumentos utilizados para a coleta e análise dos dados, com base nos autores, nas leituras e nas teorias que aparam essa pesquisa.

No quarto capítulo, “Apresentação e discussão dos resultados: abordagem quantitativa e qualitativa” são apresentados os resultados dos procedimentos empíricos de tal investigação. Na análise quantitativa utilizou-se a comparação das proporções encontradas. Foi aplicado o teste de comparação de proporção para evidenciar os fatores que apresentam ou não discrepâncias relevantes. Todas as conclusões foram tiradas considerando o nível de significância de 5%. Na análise qualitativa, a análise de discurso (AD) permeou as falas das interpretações dos sujeitos.

Nas conclusões finais são enfatizados os pontos relevantes dessa pesquisa, pontuando as principais reflexões que abordam as possibilidades da utilização da pintura do período do Renascimento nas aulas de geometria, nos cursos de Licenciatura em Matemática. Destacam-se as reflexões desenvolvidas em torno das possibilidades de viabilização da utilização das pinturas do período do Renascimento nas aulas de geometria. Nelas, discute-se a ruptura de um paradigma há muito arraigado no meio docente de que a Matemática está dissociada da vida prática e cotidiana dos sujeitos. Reflete, ainda, quanto aos rumos do ensino de Matemática frente à baixa procura por parte dos licenciandos nessa área. Fecha-se assim, um ciclo que se inicia no ensino fundamental com um alto índice de alunos desmotivados e desinteressados que, conseqüentemente, apresentam defasagem, frente a um número inexpressivo de estudantes interessados em seguir carreira como docentes da Matemática.

CAPÍTULO I: INTERDISCIPLINARIDADE

*Logo que, numa inovação, nos mostram algo de antigo,
ficamos sossegados.*

Friedrich Nietzsche

1.1. ALGUMAS DEFINIÇÕES

A etimologia da palavra interdisciplinaridade pode ser capaz de arremeter o pensamento rumo às relações diretas ou indiretas entre as disciplinas de um grupo específico de estudos, muito embora não se encontre, ainda, uma definição única e precisa que defina tal termo. Dada a falta de definição do tema, este se torna foco de estudos e de discussões abordando este conceito. É possível dizer que a interdisciplinaridade é uma condição básica para o processo de ensino, de aprendizagem e de pesquisa. Todo o novo conhecimento é pautado em outros conhecimentos prévios que podem, ou não, serem similares ou apenas relacionados ao novo conhecimento. Sob este foco, a interdisciplinaridade é inerente ao processo de cognição do ser humano desde os conhecimentos mais básicos que lhe permitem a sobrevivência na natureza até aos conhecimentos mais abstratos e subjetivos da sociedade contemporânea. Todavia há de se atentar para a banalização do termo gerado pelo uso excessivo, como alerta Leis (2005). Para ele:

“(...) um ponto de cruzamento entre atividades (disciplinares e interdisciplinares) com lógicas diferentes. Ela tem a ver com a procura de um equilíbrio entre a análise fragmentada e a síntese simplificadora, assim como as visões marcadas pela lógica racional, instrumental e subjetiva.” (Leis, 2005, p.08)

Uma questão que aparenta perseguir os autores é a necessidade de distinguir a interdisciplinaridade enquanto ciência e enquanto existência para então passar a um nível mais aprofundado, seja ele no campo do ensino ou da pesquisa. Segundo Fazenda “(...) requer uma imersão teórica nas discussões epistemológicas mais fundamentais e atuais” (Fazenda, 1994; p. 14) devido a fatos como a complexidade da sociedade contemporânea. Há que se considerar um olhar holístico com o qual se vê o mundo e seus fenômenos, sejam naturais ou sociais. Desta forma, há que observar as diversas facetas e implicações que algumas atitudes podem desencadear na natureza, na cultura e em outros segmentos de uma determinada comunidade.

Corroborando questões pragmáticas inerentes à interdisciplinaridade, encontra-se o parecer CEB/CNB (Câmara de Educação Básica) (Colégio Nacional do Brasil) nº.15/98 das Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, instituídos através da Resolução nº 4/98 que determina, entre outros, que os currículos devem ser organizados em áreas distintas de conhecimento:

“(...) estruturadas pelos princípios pedagógicos da interdisciplinaridade, da contextualização, da identidade, da diversidade e autonomia redefinindo, de modo radical, a forma como têm sido realizadas a seleção e a organização de conteúdos e a definição de metodologias nas escolas em nosso país.” (LDBEN, 1996)

Arbitrariamente, muitas escolas vêm se mantendo inflexíveis quanto à proposta da LDBEN (Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional) quanto à interdisciplinaridade. Por diversos motivos que permeiam a falta de estrutura física do prédio, a falta de organização pedagógica entre docentes e gestores até a desinformação da comunidade na qual a Escola está inserida, a prática interdisciplinar tem sido ignorada. Yus (1998) discute, não apenas o diálogo entre professores de diferentes disciplinas e gestores da escola, mas também o conhecimento intrínseco da comunidade, cujo principal propósito é o de estabelecer “pontes entre o conhecimento vulgar e o conhecimento científico, no sentido de fazer a conexão do acadêmico com a realidade ou com os interesses dos alunos, o que reverteria numa maior funcionalidade” (p. 23). Enquanto tais conexões não se estabelecem no ambiente escolar as aulas seguem uma grade curricular que trata de temas dissociados entre as disciplinas.

1.2. DISCUSSÕES FUNDAMENTAIS DA INTERDISCIPLINARIDADE

Uma das primeiras iniciativas, nesse aspecto, foi a proposta da integração multidisciplinar. Neste modelo, o mesmo tema pode ser tratado por diversas disciplinas sob o foco de um plano integrado. Em muitos casos o processo tornou-se enfadonho e cansativo para os estudantes pois eles não eram capazes de distinguir as diferenças entre os enfoques nas quais eram discutidas as mesmas situações problematizadoras. Mesmo quando o problema discutia situações do seu cotidiano e sob várias áreas de conhecimento, se a solução de tal problema fosse beneficiar toda uma comunidade, tais discussões não despertavam o interesse dos estudantes de muitas escolas públicas do país.

É possível que este tenha sido mais um exemplo de mais um modelo bem sucedido em outros países e que, sem adaptação, não apresentou resultados a contento no Brasil. Assim como modelos velhos de diversas áreas podem ser aplicados na contemporaneidade, salvas as devidas modificações, os modelos de outros contextos culturais também devem sofrer similares adaptações.

“(...) rever o velho para torná-lo novo ou tornar novo o velho. Partindo da afirmação de que o velho sempre pode tornar-se novo, e de que em todo o novo existe algo de velho. Novo e velho – faces da mesma moeda – depende da ótica de quem a lê, da atitude disciplinar ou interdisciplinar de quem a examina.” (Fazenda, 1994, p. 82)

Nos cursos profissionalizantes e universitários, esta relação torna-se mais estreita, logo, mais perceptível, contrapondo a abrangência do termo em sua totalidade. Ao buscar a interdisciplinaridade entre áreas de estudo que, aparentemente, sejam distantes, tais relações se tornam menos evidentes. Fazenda, em um contexto específico, diz que “interdisciplinaridade é essencialmente um processo que precisa ser vivido e exercido.” (Ivani Fazenda, 1994; p. 11) Nas salas de aulas, são frequentes as tentativas bem sucedidas ou não de relacionar as disciplinas entre si. De forma antagônica a essas tentativas, encontram-se as reuniões “por área” que são amplamente praticadas e divulgadas nas redes de ensino particulares e públicas do país. Segundo Nogueira, a interdisciplinaridade é pouco praticada nas salas de aula.

“Talvez pela dicotomia existente entre a teoria e a prática, talvez pela formação dos professores que não recebem essa conceituação nas universidades ou, muito provavelmente, pelo escasso material de uso mais prático a respeito da interdisciplinaridade (...).” (Nogueira, 1998, p. 24)

Nogueira denomina como pseudo, algumas práticas interdisciplinares. Isso se deve, segundo o autor, “a falta de atenção a alguns conceitos fundamentais de aplicabilidade, operacionalização e principalmente de objetivos e conceitos.” (Nogueira, 1998; p. 08)

Na Pontifícia Universidade Católica (PUC) de São Paulo, foi criado, no ano de 1981, o Grupo de Estudo e Pesquisa em Interdisciplinaridade (GEPI). Apresentou um grupo de pesquisadores, que atua em diversas áreas do conhecimento, teve seu reconhecimento pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) em 1986. Este grupo trabalha como massa crítica nas discussões e elaboração de material que aborda a interdisciplinaridade no Brasil e tem parcerias com instituições no exterior. A fundadora do GEPI, Professora Doutora Ivani Catarina Arantes Fazenda, é um dos nomes que mais se destacam nessa área de pesquisa. Há décadas que tem apresentado diversas publicações que a tornaram uma das maiores estudiosas do assunto. Dedicar-se a questões da interdisciplinaridade há mais de 30 anos e é autora de 18 livros. Em seus trabalhos na PUC SP, entre outros, já orientou mais de 50 trabalhos de dissertações e teses que abordam tais discussões. Segundo ela, só esse, é um número considerável de material de pesquisa. Ela própria afirma a boa qualidade desses trabalhos, principalmente aqueles que apresentam dados empíricos. Fazenda estimula as discussões nas escolas e enaltece seu empenho em praticar a interdisciplinaridade. Embora várias instituições tenham projetos interdisciplinares, poucas delas têm consciência do real trabalho pedagógico que fazem. Para ela não basta relacionar os conteúdos de áreas diferentes, mas sim, tentar formar alguém a partir de tudo

que já estudou em sua vida e também de visualizar os talentos que possam estar escondidos dentro de cada ser humano (Fazenda, 2001). Para isso, explica ela, os professores devem sair do consensual e partir para questões que levem os alunos até respostas inesperadas que possam oferecer pistas dos talentos dos alunos. Fazenda diz que os professores dispostos a trabalhar com a interdisciplinaridade, discutirão com seus alunos temas que há poucos anos eram impossíveis de serem abordados em Educação, como o amor e a beleza. Fazenda (2001) diz que uma coisa quando é bonita não precisa de explicação alguma que justifique sua beleza. A beleza nos toca num sentido mais profundo. No sentido de existir.

1.3. UM TEMA AINDA PRECOCE

Em entrevista ao Educacional – Educar 2001, Fazenda critica a postura dos pais que cobram, das instituições de ensino e dos cursos preparatórios, quanto ao foco no conteúdo específico de vestibulares. Valores e objetivos a parte, ela diz que há de se preparar com o vestibular nas academias e também e com o vestibular da vida.

Como coordenadora do GEPI da PUC de São Paulo, Fazenda diz que a interdisciplinaridade pode resgatar a curiosidade intrínseca do ser humano, observada na primeira infância (entre dois e três anos de idade). Pois é nessa fase da vida que o desejo de saber, de conhecer e de descobrir é ilimitado. Segundo a coordenadora, é importante conhecer como as disciplinas foram fundamentadas e de que maneira estão sendo discutidas hoje, pois esses são os fundamentos da interdisciplinaridade. Casimiro (2001), em entrevista a Fazenda, relata os factos trazidos pela entrevistada, relativos aos anos 70, quando iniciou seus estudos. Ela lembra que houve a tentativa de acabar com as disciplinas em nome de uma “pseudo integração” disciplinar. Eliminando, dessa forma, a importância da Matemática, da Língua Portuguesa, Geografia e outras disciplinas. Essa forma de abordagem interdisciplinar não foi bem vista por muitos educadores tendo sido considerada equivocada. Souza (2005) lembra que “a aprendizagem é, sobretudo, indagar-se sobre a natureza e a variedade de aprendizagens a que estamos expostos, as variáveis e mecanismos que interferem no processo, as propostas que pensadores e teóricos encontram para explicar e incrementar.” (Souza, 2005, p. 39). Assim, ao analisar os resultados, após a aplicação de metodologias menos ortodoxas, pode-se observar positivamente factos inesperados.

Considera-se, neste ponto, mais um tema de divergências do sistema educacional brasileiro que interpreta, de forma descuidada, as considerações de projetos e de pesquisadores. Segundo Fazenda (2001), todo o material criado para o aluno é digno de

respeito, desde os mais simples aos mais elaborados. Tanto aqueles que tenham sido produzidos para alunos com problemas de déficit cognitivo quanto àqueles produzidos para os alunos com altas habilidades. Todos devem ser usados, segundo ela, de maneira certa, no momento certo e para o aluno certo.

Sobe este foco a interdisciplinaridade adquire um aspecto pragmático quando observados e respeitados alguns fatores que não se podem prever. A começar pelo número de profissionais envolvidos; com suas metodologias, o tratamento da informação administrado por cada especialista sobre uma determinada informação, seu relacionamento profissional com os educandos; a estrutura física da instituição, o apoio da equipe gestora da unidade escolar entre outros.

“Nesse processo de planejamento é importante levar em consideração que em um Projeto interdisciplinar, nunca se consegue planejar 100%, pois o caráter interdisciplinar flexibiliza os procedimentos, abre novas possibilidades a todo o momento, permite maior interação dos alunos conforme seus focos de interesse.” (Nogueira, 1998, p. 92)

Apesar de todas as possibilidades de adaptações e revisões no projeto, Nogueira (1998) demonstra prudência quanto à importância daquilo que ele chama de um planejamento total em que se preveem, ao máximo, as ações possíveis, dentro de procedimentos que podem surgir ao longo do desenvolvimento do processo. Para ele, alguns questionamentos não podem deixar de fazer parte da pauta da equipe interdisciplinar. Perguntas como: a possibilidade do envolvimento de outros professores que, por motivos adversos, não sejam simpatizantes do projeto; o envolvimento do máximo de disciplinas possíveis dentro de um só projeto de forma a torná-lo mais abrangente dentro da unidade escolar; disparadores motivacionais tanto para aqueles membros do corpo docente que estejam envolvidos quanto para os demais que ainda não foram convencidos da eficiência do projeto; possível envolvimento da comunidade no projeto e no caso positivo, como, quando e onde envolver a comunidade.

Nogueira vê a relevância da formação de professores e uso da interdisciplinaridade:

“Com certeza há de se pensar na melhoria da graduação do professor, e é possível questionar a reciclagem desses profissionais, mas é necessário também repensar as diferentes possibilidades de evitar que os produtos das pesquisas acadêmicas não se fechem entre as quatro paredes das universidades, e sejam de domínio apenas da alta elite de educadores.” (Nogueira, 1998, p. 22)

A realidade da maioria dos profissionais da Educação no Brasil é de jornada dupla e até tripla de trabalho. Tais fatores diminuem drasticamente as possibilidades de aprofundamento do tema da Interdisciplinaridade por parte dos discentes. Este professor “não

terá condições de ler e estudar, refletir sobre a teoria e depois buscar caminhos didáticos e metodológicos” (Nogueira, 1998; p.22) com uma jornada semanal exaustiva de aproximadamente cinquenta aulas por semana. Nogueira (1998) esclarece que não tem a pretensão de instituir manuais que, em suas palavras, constituam uma “receita de bolo” para sanar os problemas de aprendizagem, de interesses, de motivações e outros fatores problemas das instituições educacionais. Propõe conhecimentos conceituais seguidos de ações práticas. Segundo ele, não é uma questão de falta de vontade, dos profissionais, mas falta de recursos. E se tais profissionais não receberem instruções mais direcionadas; atividades prontas e contextualizadas; material preparado e pronto para a aplicação, pouco poderá ser feito para despertar neles atitudes interdisciplinares. Tais atitudes adquirem fundamental importância na vida acadêmica, tanto de quem ensina quanto de quem aprende, quando estas são observadas à luz da complexidade social e cultural em que se vive na atualidade. A Matemática, por exemplo, só tem razão de existir devido aos problemas humanos possibilitando-lhes uma resolução. É sabido também que quanto mais se aprofunda em uma determinada área de conhecimento mais se pode notar as várias interferências e influências de outras áreas. Algumas delas já consagradas como a astrofísica, a biotecnologia, a zootecnia, a mecatrônica, a biomecânica, e outras. Nas palavras de Japiassu (apud Nogueira) “(...) a interdisciplinaridade reivindica características de uma categoria científica, dizendo respeito à pesquisa.” (Japiassu, 1976, apud Nogueira, 1998; p. 22) Ainda sob o foco da relevância acadêmica, Nogueira descreve e discute cinco aspectos da interdisciplinaridade:

“Interdisciplinaridade heterogênea: de caráter enciclopédico, com linguagem acadêmica não oculta suas ambições: a formação profissional pessoal de resolver problemas utilizando-se do bom senso da disciplina científica.

Pseudo-interdisciplinaridade: tentativa de utilização de certos instrumentos conceituais e de análise com fins de associação epistemológica entre as disciplinas.

Interdisciplinaridade auxiliar: consiste no fato de uma disciplina tomar de empréstimo a uma outra seu método ou procedimentos

Interdisciplinaridade compósita: trata dos grandes e complexos problemas da sociedade atual, tais como fome, guerra, delinquência, poluição e outros.

Interdisciplinaridade unificadora: coerência estreita de dos domínios das disciplinas em seus vários níveis de integração teórica e dos métodos correspondentes como a biofísica e a psicolinguística.” (Japiassu, 1976 apud Nogueira, 1998, p. 23)

Verticalizando os estudos referentes aos diversos processos de fusão, paralelismo e tangência que podem surgir entre as diferentes áreas de conhecimento, Nogueira (1998) aponta transdisciplinaridade, multidisciplinaridade, pluridisciplinaridade e a interdisciplinaridade. Esta última é a categoria teórica desta investigação.

Ao aprofundar as discussões sobre a interdisciplinaridade, notam-se outros aspectos que vão além das aulas em si, com suas abordagens temáticas tangendo e adentrando outras disciplinas. Há que se pensar também na forma mais adequada de realizar a avaliação. Na coletânea de Queluz (2003), Fazenda trás um ensaio que aborda alguns aspectos da avaliação nos programas de pós-graduação que tratam do trabalho interdisciplinar. Fazenda iniciou seus trabalhos na PUC-SP no ano de 1986 pesquisando a interdisciplinaridade e desde então sua equipe organizou quatro coletâneas com trabalhos de professores de diferentes universidades brasileiras e portuguesas. Seu propósito primordial foi de repensar procedimentos de interdisciplinaridade e propor ações ousadas:

“A tarefa de rever noções analisando-as sob múltiplos enfoques poderá ser um bom começo para o estabelecimento de alguns princípios ou mesmo o equacionamento de caminhos para ações mais ousadas e ágeis.” (Fazenda, 2003, p.23)

Em suas considerações, Fazenda procura levantar algumas questões sobre interdisciplinaridade e ensaiar algumas possíveis soluções de problemas compartilhados entre os programas de pós-graduação. Suas considerações são pautadas pelas discussões realizadas em grandes centros educacionais do Canadá, Estados Unidos, França, Itália e Brasil. A autora busca discutir as questões da interdisciplinaridade distanciando-se dos paradigmas e das construções epistemológicas arraigadas no meio acadêmico especializado cuja metodologia aparenta ser unidirecional. Para ela, é natural que a interdisciplinaridade seja geradora de dúvidas, de teorias incompletas, provisórias e ambíguas (Fazenda, 2003). Estas incertezas, porém, não são indicativas de projetos ineficazes, mas sim de projetos responsáveis e promissores.

“Respeitar a diversidade e/ou a provisoriedade, de cada projeto, indivíduo ou instituição permite a construção de um conhecimento plural onde o singular tem suas oportunidades, muitas vezes escondidas ou abafadas, restringidas a ângulos política ou culturalmente “controlados”.” (Fazenda, 2003, p. 24)

Após discutir alguns aspectos da importância das produções acadêmicas relacionadas com as produções sobre a interdisciplinaridade e o papel de professores e pesquisadores, Fazenda conclui com um pequeno texto que mais se parece com um desabafo frente à falta de incentivo de alguns segmentos sociais que não notaram a importância de seu próprio trabalho e suas obrigações na difusão do conhecimento.

1.4. MATEMÁTICA E ARTE

Nos últimos anos, notam-se muitas tentativas de estimular os jovens para o hábito de estudar. Considerada por muitos alunos como cansativa e enfadonha, a Matemática tem ganhado novos processos metodológicos levando a um novo conceito de cognição matemática. Currículos modificados e adaptados têm produzido alguns avanços nas escolas. Longe do ideal pedagógico, este modesto avanço inspira a reestruturação curricular rumo a projetos interdisciplinares cada vez mais estruturados e contextualizados. Vale lembrar que a interdisciplinaridade se trata de um estudo relativamente recente no Brasil. Este ‘movimento’, como diz Fazenda, pode ser fracionado para fins didáticos e subdividido em três décadas:

“Se optarmos por um recorte epistemológico, diríamos, reduzida e simplificadamente, o seguinte: em 1970 partimos para uma *construção epistemológica da interdisciplinaridade*. Em 1980 partimos para a *explicação das contradições epistemológicas decorrentes dessa construção* e em 1990 estamos tentando *construir uma nova epistemologia, a própria da interdisciplinaridade*.” (Fazenda, 1994, p 17)

Muitos autores de livros didáticos de Matemática vêm recorrendo a essa prática há alguns anos. Seus livros chegam às salas de aula, onde professores e alunos têm contato direto ou indireto com suas obras. Nestas obras é possível encontrar problemas e conceitos matemáticos com contextualizações históricas, biológicas, geográficas, culturais e artísticas – incluindo a pintura – indicando que o princípio da interdisciplinaridade pode ser discutido sob variados focos e com diferentes concepções do ensino dito tradicional (Tomaz & David, 2008). Desta forma, tal metodologia pode ser relevante “(...) quer dentro da própria Matemática, quer com as práticas sociais ou outras áreas do conhecimento” (Tomaz & David, 2008, p 16).

Dante, em sua obra didática voltada para alunos do sexto ano (quinta série), faz uso, entre outras, da pintura do artista suíço Jean-Etienne Liard (1702- 1789) (Figura 1), intitulada *Children Blowing Bubbles*, com o propósito de desenvolver uma de suas atividades. Esta atividade específica oferece como objeto de estudo, uma pintura de 300 anos. Embora esta obra não tenha sido produzida no período do Renascimento, suas técnicas e estilo se assemelham aos procedimentos utilizados nas pinturas renascentistas. Com esta atividade o autor pretende que o estudante identifique alguns objetos com formato geométrico específico.



Figura 1. *Children Blowing Bubbles* por Jean-Etienne Liard

Os Parâmetros Curriculares Nacionais trazem orientações que levam os profissionais da Educação a uma reflexão mais cuidadosa sobre as práticas da interdisciplinaridade. Nota-se que os pensadores dos PCNs pretendem vencer a fragmentação dos saberes escolares e dos conhecimentos adquiridos pelos alunos levando-os a uma reflexão mais elaborada, produzindo, dessa forma, uma sociedade mais politizada e mais consciente das interfaces culturais e financeiras na qual o indivíduo se encontra inserido. Além das já consagradas áreas de conhecimento, os PCNs incluem em 1998 outras áreas de estudos para o Ensino Fundamental. São elas: Ética, Meio Ambiente, Saúde, Trabalho e Consumo, Pluralidade Cultural, e Orientação Sexual. No Ensino Médio das escolas públicas em que o currículo apresenta algumas tendências ao ensino propedêutico, esses e outros eixos temáticos são reduzidos a apenas três áreas, porém com grande abrangência. Essa abrangência, dentro das grandes áreas de ensino, corrobora a proposta de interdisciplinaridade sob o foco da proximidade entre as disciplinas, que são:

“Linguagem códigos e suas tecnologias (reunindo questões referentes ao ensino de Língua Portuguesa, Literatura, Língua Estrangeira; Arte, Educação Física e informática); Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias (Biologia, Física, Matemática e Química); Ciências Humanas e suas tecnologias (Filosofia, Geografia, História, e Sociologia).” (PCNs, 1998)

Sob este prisma de observação, entende-se que a Matemática, bem como outras áreas, favorece o diálogo com uma ou mais disciplinas que podem ou não indicar afinidades entre elas sem corromper o currículo nem a proposta pedagógica da escola.

“(...) a abordagem interdisciplinar dos conteúdos de ensino ajudaria a construir novos instrumentos cognitivos e novos significados extraindo da interdisciplinaridade um conteúdo constituído do cruzamento de saberes que traduziria os diálogos, as divergências, confluências e as fronteiras das diferentes disciplinas.” (Tomaz & David, 2008, p. 107)

Tais fronteiras entre disciplinas podem ser antagonicamente interpretadas como ponte e/ou elo entre as diferentes disciplinas. Isso dependerá da abordagem de cada professor em consonância com seu discurso. Dessa forma, torna-se plausível que durante uma discussão sobre Geometria, por exemplo, o professor arremeta o pensamento de seus alunos a questões antropológicas, históricas, e geográficas que contextualizem o conteúdo em pauta, utilizando-se inclusive de termos específicos das diferentes áreas. Para Machado(2002) parece cada vez mais difícil dissociar os termos e os saberes inerentes às diferentes áreas do conhecimento. Segundo ele, tanto os termos quanto os conhecimentos são notados dentro e fora da escola. A Física, Biologia e a Química, por exemplo, nunca se utilizaram tanto da estrutura da Matemática quanto hoje. Biomecânica, Termodinâmica e tantos outros, são termos comuns entre os acadêmicos. A Língua e a Matemática se entrelaçam frequentemente nos jornais, revistas, internet e outros meios de comunicação de massa. É notada a flexibilidade e a proximidade entre a Psicologia e a Sociologia (Machado, 2002).

Mesmo com interdisciplinaridade intrínseca do meio social e os esforços dos profissionais da Educação em tratá-la de forma metódica em prol da aprendizagem acadêmica, nota-se, em diversos países, uma crise de assimilação de conhecimentos pelos alunos. Tal crise é notada principalmente nos países em desenvolvimento, onde suas escolas demonstram falta de observações e de respeito às noções básicas de uma sociedade. As mesmas noções que já foram, há séculos, discutidas por gregos e romanos. Segundo Fazenda (1994) “fala-se em crise de teorias, de modelos, de paradigmas (...)”(p.14). Cabe aos cidadãos politizados e com maior poder de reflexão holística, discutir os problemas sociais, bem como suas origens, e enfrentá-los. Fala-se, por exemplo, em muitos meios de comunicação, sobre a crise de vários países do Bloco Europeu e de suas políticas de enfrentamento da crise sem atacar o cerne do problema. Porém pouco se fala da crise enfrentada pela Islândia e da forma como os poderes públicos trataram aqueles que não desempenharam, a contento, seu papel público em prol do bem comum.

“Tudo nos leva a crer que o exercício da interdisciplinaridade facilitaria o enfrentamento dessa crise do conhecimento e das ciências, porém é necessário que se compreenda a dinâmica vivida por essa crise, que se perceba a importância e os impasses a serem superados num projeto que a complete.” (Fazenda, 2011, p. 14)

Na medida em que se é capaz de aprender com os acertos, e com as falhas dos outros, também com os próprios erros e acertos, torna-se indispensável a revisão das próprias práticas. Um dito popular diz que um povo sem história é um povo sem memória. Esta premissa pode ser válida tanto para um indivíduo quanto para uma nação de indivíduos. Sem memória arrisca-se a incorrer no mesmo erro ou a se esquecer da maneira pela qual se acertou.

Fundindo-se as palavras de Fazenda ao tema base deste trabalho – Geometria e Pintura – nota-se uma tênue referencia das junções entre as disciplinas:

“O recurso utilizado – memória – tem sido fundamental, na medida em que permite desenhar um quadro já vivido, em outras cores, em outros contornos e formas, pois a memória quando desenha um quadro já vivido sempre o faz de maneira diferente.” (Fazenda, 2011, p. 83)

O conhecimento e a experiência daqueles que já viveram uma situação problematizadora, permite-lhes um olhar apurado e crítico do facto em si, que segundo Fazenda, “se não garante a precisão da objetividade, garante a riqueza da subjetividade (...).” (Fazenda, 1994, p.83)

Ainda sob o olhar de Fazenda (2011), que cita o conhecimento clássico de Sócrates na célebre frase “Conhece-te a ti mesmo”, pautam-se as bases das convicções que se discutem nesse trabalho. Na busca do autoconhecimento, há que se conhecer mais do se pode aprender em uma só vida.

CAPÍTULO II:

ENSINO DE MATEMÁTICA/GEOMETRIA NA PINTURA RENASCENTISTA

*Não há, na natureza, nada suficientemente pequeno ou insignificante que não mereça ser visto pelo olho da geometria: há sim, uma 'agradável geometria das criações da natureza'.
Difícilmente encontraremos algo que não se possa relacionar com a geometria.*

Leonardo da Vinci

Um dos temas mais explorados durante o Renascimento foi a representação tridimensional da realidade em um plano bidimensional. Este capítulo trás discussões que permeiam as contribuições e o desenvolvimento mútuos que ocorreram entre as duas áreas de conhecimento: Geometria e Pintura. Partindo das gravuras e das pinturas rupestres, passando pelo ideal harmônico grego e romano, figurado nas proporções áureas, até ao apogeu do Renascimento, são apresentadas, neste capítulo, algumas inferências geométricas à luz de pressupostos pedagógicos.

2.1. A GEOMETRIA NA HISTÓRIA

Bem como as demais áreas do conhecimento, a geometria vem recebendo contribuições de pensadores de diferentes áreas ao longo da história evolucionária da humanidade. Desde os primeiros problemas de contagem numérica de animais e produtos agrícolas, nos primórdios das transações mercadológicas, os algarismos e seus valores foram ampliados para outros setores sociais e ramificando-se para diversas áreas. Uma delas foi a geometria espacial.

As enchentes dos rios Tigre e Eufrates no vale mesopotâmico no Oriente Médio precisavam ser controladas. Entre os anos de 2000 e 600 a. C. os habitantes do local dependiam desses alagamentos anuais para realizar suas atividades agrícolas. Tais necessidades os obrigaram a desenvolver um considerável conhecimento geométrico. Evidências de tais conhecimentos (Figuras 2 e 3) são encontradas no papiro de Moscovo e no papiro de Rhind.



Figura 2. Papiro de Moscovo

No mesmo período os mesmos conhecimentos geométricos são notados entre os egípcios que também desenvolveram importantes conhecimentos geométricos. Da mesma forma que os rios mesopotâmicos, o rio Nilo, também transbordava.

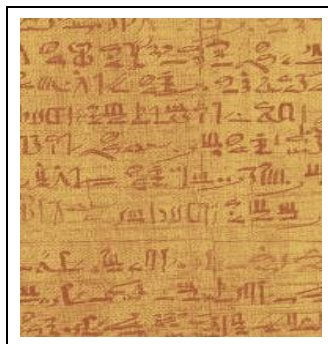


Figura 3. Papiro de Rhind

A força de suas águas destruía as marcações que delimitavam os limites dos agricultores. Ano após ano, as terras que margeavam o rio deviam ser redefinidas. Em ambos os casos, nota-se a necessidade do desenvolvimento de um conhecimento científico que fosse capaz de substituir os conflitos que geravam envolvimento físicos, pois as lutas e guerras resultavam em perda de mão de obra que seriam importantes para o cultivo das terras.

Uma vez que a população dedicava seu tempo à produção de alimentos em quantidade suficiente para sua subsistência, sobrava-lhes tempo para se dedicarem a outros afazeres como o desenvolvimento do conhecimento. Possivelmente, a construção das Pirâmides, é o resultado da evolução de tais conhecimentos (Contador, 2011)

Por algum motivo o desenvolvimento teórico e científico dos egípcios e dos mesopotâmicos passou a desacelerar. Uma nova cultura despontava. Aos poucos, a Grécia com seus pensadores passou a ser vista como o centro do conhecimento e a capital da sabedoria. De posse dos princípios empíricos adquiridos dos egípcios e dos mesopotâmicos, os gregos passaram a procurar demonstrações dedutivas, cada vez mais rigorosas, acerca do espaço. Tales, nascido em Mileto por volta de 624-548 e seu discípulo Pitágoras nascido na ilha de Samos por volta de 580-500, responsável por associar as forma geométricas com os cálculos numéricos, são os grandes nomes de sua época, cujas contribuições são citadas até hoje nos livros de Geometria. O conhecido Teorema de Pitágoras é um exemplo de tal associação. Segundo Contador (2011) o teorema já era conhecido pelos babilônicos a cerca de dois mil anos. Porém, foi “Pitágoras o primeiro homem não a criar, mas a conceituar e deduzir esse teorema (...)” (Contador, 2011, p.61). O termo geometria remonta da civilização grega que é traduzido como medida da terra.

Embora Euclides tenha recebido as honras de ser considerado o Pai da Geometria muitos outros pensadores contribuíram para o desenvolvimento dos conhecimentos geométricos. Historiadores vários encontraram importantes contribuições científicas de Platão, Perseu e Eudoxo, todos antecessores de Euclides. É possível que seu *Best Seller*, Os

Elementos, seja o responsável por este mérito. Segundo Facchini, “é provável que nenhuma obra, além da bíblia, tenha tido número maior de edição, e nenhuma obra matemática teve tanta influência quanto a de Euclides” (1997, p. 379). Esta obra é composta por treze livros. dez deles tratam das Geometrias conhecidas na época e as demais discutem algumas teorias sobre os números. De facto esta obra foi largamente utilizada na Europa até ao século XIX sendo citada até os dias atuais.

2.2. DIFICULDADES PEDAGÓGICAS SOBRE O ENSINO DA GEOMETRIA

A Geometria é um dos temas discutidos dentro das disciplinas agregadas à Matemática. As provas oficiais, da última década, têm dado maior atenção à Geometria devido a sua importância no campo da abstração dos estudantes. Entende-se que esta é uma habilidade de grande importância para a cognição de qualquer faixa etária dos estudantes. Contrariamente a tais constatações, esta área tem recebido pouca atenção no currículo de muitas escolas públicas. Estudos e observações apontam para a superficialidade com o qual o meio acadêmico tem discutido seus conceitos.

Uma pesquisa desenvolvida pelo Departamento de Matemática Programa de Iniciação Científica da UNESC (Universidade do Extremo Sul Catarinense) demonstrou esta ausência de conhecimentos em alunos do ensino fundamental. O experimento foi o seguinte: um grupo de 36 alunos distribuídos entre 5º e 8º séries (sexto a nono anos) foram submetidos a atividades de demonstração geométrica, especificamente referentes ao conceito científico do triângulo, retângulo, quadrado, trapézio, paralelogramo, losango e círculo. Tais figuras foram abordadas nos aspectos tridimensionais e bidimensionais. A doutoranda Marlene Pires Amorim e seu orientador Professor Dr. Ademir Damázio⁷ (2011) concluíram:

⁷A formação de conceitos geométricos no ensino fundamental. Marlene Pires Amorim – Orientanda. Professor Dr. Ademir Damázio (Orientador). Departamento de Matemática – Programa de Iniciação Científica. Universidade do Extremo Sul Catarinense – UNESC.
http://www.furb.br/faic/seminario/FAIC_2/Resumos%20CD/Humanas_CD/Marlene_Pires_Amorim.htm

“As características do pensamento geométrico dos alunos são basicamente relacionadas aos rudimentos da geometria plana. As significações dos conceitos geométricos estão ligadas ao cotidiano. Por exemplo, ao juntar peças os alunos “constroem” uma casa, um barco; tudo que é redondo representa um círculo. As capacidades geométricas foram demonstradas na visualização espacial; verbalização com as trocas de ideias, negociação de significados, construção e manipulação de objetos, contudo, com restrições ao manuseio da régua, dificuldade em medir e a não utilização do transferidor. Infere-se que os conceitos científicos geométricos raramente são desenvolvidos nas escolas. A exceção é a nomenclatura das figuras planas adquiridas na educação infantil e noções do conceito de área apresentadas de 5ª a 8ª série por um ou outro professor. A ausência de um trabalho com a geometria impede dos alunos terem uma visão ampla da Matemática.” (Damázio, 2011, p. 19)

Muito embora a Geometria possa ser observada na forma tridimensional no cotidiano, facilitando sua abordagem empírica, poucos profissionais da educação dedicam atenção ao tema. Os trabalhos com origami e com tangran podem oferecer um processo cognitivo mais eficiente.

Uma situação correspondente, embora com maior poder de compreensão dos estudantes, foi verificada pela Mestranda Cristina Alexandra Bárbara Caiado Teixeira da Universidade Lisboa, no ano de 2011⁸. Teixeira trabalhou com alunos de 7º ano com foco na resolução de problemas geométricos – ângulos – com os seguintes questionamentos: Como interpretam os alunos o enunciado dos problemas geométricos? Como resolvem os alunos problemas geométricos? Que dificuldades os alunos evidenciam na resolução de problemas? Como parte da conclusão, Teixeira escreve:

“(...) os alunos interpretaram os enunciados compreendendo os problemas e através das imagens geométricas anexadas complementam algum dado menos observável por eles. Por vezes, o sentido visual da imagem, de que se faz acompanhar dos problemas, poderá ser um dificultador na sua resolução (...). Os alunos têm dificuldade em expressar com clareza as justificações das suas fundamentações, impedindo a sua compreensão.” (Teixeira, 2011, p.44)

Nota-se que Teixeira relata um fator de dificuldade ao relacionar a imagem e o enunciado. Este fator apresenta-se de forma antagônica aos demais observados em outras literaturas.

⁸Cristina Alexandra Barbosa Caiado Teixeira. Resolução de problemas em contexto geométrico: o estudo de triângulos da 7º ano. Orientadora Professora Doutora Hélia Oliveira e Co-orientadora Professora Doutora Suzana Nápoles.

http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/5189/1/ulfpie039751_tm.pdf

2.3. O DESENVOLVIMENTO DA GEOMETRIA ESPACIAL

Após um longo período de improdutividade, os conhecimentos geométricos começaram a ser resgatados durante o Renascimento. Obras como a de Leonardo Fibonacci (1171 – 1240) “Practica Geometrie” (1220), abordagem nas teorias de Euclides e um análogo tridimensional do teorema de Pitágoras, que discutia a Geometria espacial, foram novamente revisitadas e exploradas pelos renascentistas. Joannes Kepler (1571 – 1630) foi o primeiro a suspeitar que os planetas descrevessem uma órbita elíptica e não circular, como dizia Copérnico (Figura 5). Para demonstrar sua teoria, Kepler tentou utilizar-se dos sólidos geométricos perfeitos (tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro e icosaedro) de Platão (Figura 4). Para ele, a forma geométrica de cada figura representava a natureza dos elementos naturais nos quais elas estavam inscritas (Figura 6). Segundo Martins (2010) cada esfera estaria inscrita num sólido que por sua vez, estaria inscrito na esfera do planeta seguinte e assim por diante.

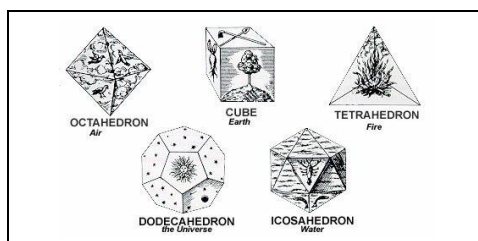


Figura 4. Sólidos geométricos

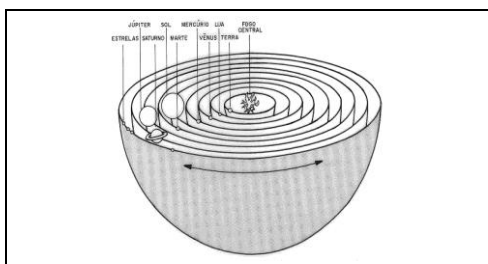


Figura 5. Órbitas elípticas

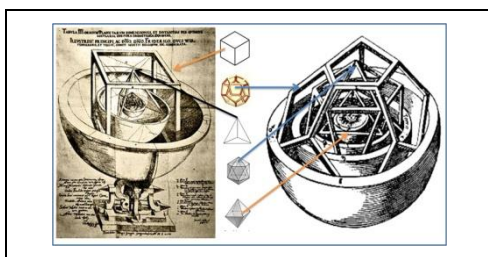


Figura 6. Natureza dos elementos

Independentemente de seus acertos e equívocos, bem como suas contribuições para as leis da física, Kepler, com seus estudos, contribuiu para um olhar associativo das leis

naturais e da Geometria durante o Renascimento. Descarte também contribuiu para a Geometria misturando-a à Álgebra. Ele transforma pontos, retas e circunferências em números e com as figuras realiza operações algébricas. Em 1669 foi possível calcular a área e o volume de qualquer figura geométrica com o desenvolvimento do cálculo diferencial desenvolvido pelo inglês Isaac Newton. Com essa contribuição os conceitos da Geometria são lançados à frente dos conceitos que, até então, só eram possíveis de apresentar soluções com fórmulas diferentes para cada tipo de figura (Contador, 2011).

2.4. A PROPORÇÃO ÁUREA E OS IDEAIS DE BELEZA: HUMANA E ARQUITETÔNICA

Inicialmente, faz-se necessário referir algumas diferenças terminológicas utilizadas na língua portuguesa falada no território português e a mesma língua falada no território brasileiro.

Os vocábulos: áurea e aura apresentam diferenças significativas na língua portuguesa falada no Brasil. Essa diferença não foi observada na língua portuguesa de Portugal. Segundo Fernandes (1993), a forma pela qual a língua portuguesa é falada e escrita no Brasil apresenta características que não são observadas na língua mãe, falada em Portugal.

“Este fato é perfeitamente aceitável, irresistível e fatal como a que transformou o persa em grego e céltico, o etrusco em latim e o romano em Frances, em italiano etc.; há de ser larga e profunda como a imensidão dos mares que separa os dois mundos (...)” (Fernandes 1993, p. 12)

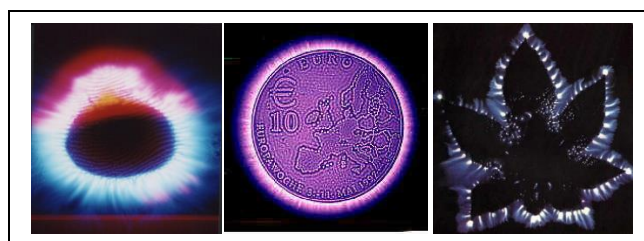
Seguem algumas definições, de Fernandes (1993), que destacam as diferenças entre os dois termos e tornam distintos, tanto os vocábulos quanto seu significado no contexto social popular bem como no meio acadêmico.

“Aura: sensação que procede a um ataque de epilepsia, histeria ou asma, donde: aura epiléptica, e asmática; Áureo: concernente a ouro; Aura: vento brando e agradável; brisa; viração alento; respiração; (...) aplauso; favor público; fama popularidade; Áureo: da cor do ouro; feito de ouro; dourado; brilhante; grandioso; magnífico; nobre; muito valioso (cron) áureo número: número de ordem de um ano no ciclo solar.” (Fernandes 1993, p. 175)

As diferenças no significado de cada um dos termos tornam-se mais claras quando contextualizadas de acordo com o foco de estudo de cada área. O termo aura é utilizado frequentemente pelos estudiosos do misticismo e sua devoção contemplativa. Sua filosofia admite a comunicação entre o homem e a divindade. Apresenta tendências em acreditar no sobrenatural, na astrologia com suas previsões do futuro através da observação da

movimentação dos astros; na quiromancia e suas práticas de adivinhações pelo exame das linhas das mãos, entre outras.

O termo aura tem sido utilizado, nos últimos anos, para descrever um halo luminoso e colorido que se torna visível, quando são fotografados quaisquer corpos. Sejam eles orgânicos ou inorgânicos. Como, por exemplo, a ponta do dedo humano; a circunferência de uma moeda ou a folha de um vegetal. Para este tipo de fotografia são necessários materiais específicos como chapa isolante, eletrodos e outros. Este procedimento é também conhecido como bioeletrografia e fotografia Kirlian. Este último termo é uma homenagem ao russo Semyon Davidovich Kirlian. O resultado final da fusão de tais processos e materiais é uma série de faixas luminescentes e coloridas que parece emanar do corpo fotografado. Alguns estudiosos dedicam-se a interpretar as cores e padrões em que essas faixas se apresentam. As imagens a seguir são origem animal, mineral e vegetal e a aura de cada um dos elementos. São, consecutivamente, da ponta de um dos dedos da mão humana, de uma moeda e de uma folha de um vegetal.



Grupo 1. Bioeletrografias

Os procedimentos específicos desta técnica, seus resultados e demais questões provenientes das faixas luminescentes não têm relevância nesta obra e não serão discutidas. Esta breve referência semântica, do vocábulo aura, tem como propósito alicerçar e pronunciar a diferença com seu parônimo, o vocábulo áurea – proporção áurea – que é uma relação métrica matemática, mensurável, utilizada com frequência pelos matemáticos e artistas do período da Renascença. Tal medida será abordada neste trabalho nos momentos pertinentes e necessários. A discussão mais cuidadosa das proporções áureas é apresentada com o propósito de enriquecer as discussões e servir como uma das ferramentas utilizadas para atingir o objetivo de discutir a questão temática dessa pesquisa. No exemplo de Livio (2009, p.16) serão utilizadas livremente as expressões: “Razão Áurea, Proporção Áurea e Proporção Divina de forma livre e todas com o mesmo sentido e valor numérico de Φ (fi) 1,6180339887...”. A obtenção desse valor numérico através da divisão entre dois lados perpendiculares de um

retângulo, e as condições que levam a classificá-lo como retângulo de ouro também estão presentes neste trabalho.

A preocupação morfossintática relacionada com os termos *aura* e *áurea*, se deve ao fato de serem parônimas. A palavra *áurea*, além de se referir a um valor mensurável no estudo da Matemática, mostra-se recorrente na geometria, principalmente quando relacionada com as Artes. Diferentemente do termo *aura* que não apresenta tais características, logo, não apresenta relevância para este trabalho.

A harmonização geométrica tem sido explorada desde os primórdios de seus estudos. Esse fato pode ser notado nos mais variados padrões ao longo da história das civilizações. Um deles é o retângulo de ouro. Também conhecida como proporção áurea, ela se faz presente na vida do ser humano há séculos. Na vida moderna suas proporções ainda são apreciadas e largamente utilizadas, embora nem sempre percebidas. Muitos cartões de créditos, por exemplo, apresentam-se nesse formato retangular com valores próximos aos da proporção áurea. Qualquer estrutura retangular cujo quociente entre o lado maior pelo lado menor, sendo eles perpendiculares entre si, for igual a 1,618 estará atendendo as proporções áureas. Quanto mais próximo desse valor, mais agradável aos sentidos visuais dos seres humanos. Não foram encontrados estudos que apontem os motivos pelos quais o cérebro humano responde com sensações agradáveis e de harmonia frente a essa proporção. Essas proporções estão presentes em muitas construções arquitetônicas desde a antiguidade. Assim como Pitágoras descobriu que a combinação de alguns sons é bastante agradável quando os ouvimos ao mesmo tempo, os gregos antigos descobriram que existia um retângulo que era muito mais agradável aos olhos do que os demais. Tratava-se do retângulo que foi denominado retângulo de ouro ou retângulo áureo. Os gregos admiravam as formas do retângulo de ouro por suas belas proporções e achavam que ele representava a lei da beleza matemática. Este foi o motivo pelo qual estas medidas foram vastamente utilizadas em sua arquitetura clássica. Uma das mais famosas construções do mundo antigo é o Partenon, também conhecido como templo das virgens, localizado na Grécia. Acredita-se que ele tenha sido erguido em homenagem à deusa Atena. Segundo a história, Péricles, o chefe político de Atenas, contratou pessoalmente o arquiteto Fídias para a projeção e para a direção da construção do Partenon (Rocha, 2001).

O substantivo Partenon é traduzido como sala da virgem. Erguido em uma montanha, denominada Acrópole, no centro da cidade de Atenas na Grécia no século V a. C., destinava-se, principalmente, ao culto a deusa Atena. Suas colunas com sulcos regulares são chamadas, pela arquitetura dórica, de colunas caneladas. A presença dos sulcos regulares é observada em

um molde cilíndrico, com uma placa quadrada no topo em que apoia as demais estruturas da cobertura. Vários outros detalhes decorativos do Partenon apresentam medidas perfeitas que se alternam entre círculos, quadrados e retângulos áureos. Estas medidas podem ser observadas em diversos segmentos e estruturas dessa construção (Rocha, 2001 p.15).

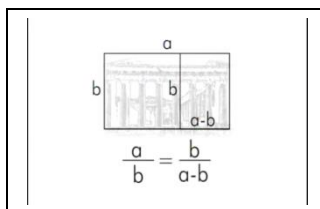


Figura 7. Medidas áureas

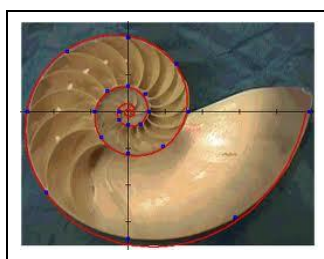


Figura 8. Nautilus

Outra maneira de discutir as proporções áureas de um retângulo de ouro é retirar o maior quadrado possível de uma dada figura retangular. Neste caso, representado por **b**. Ao retirá-lo da figura restará um retângulo menor de lados **a – b** por **b**. Observa-se que ao retirar o maior quadrado possível do retângulo (Figura 7) sempre sobra um retângulo áureo menor. Não importam suas medidas. Sempre que realiza o mesmo procedimento, consequentemente restarão retângulos áureos que tendem a convergir para dentro do retângulo. Este formato descreve o crescimento do molusco nautilus (Figura 8) cujos valores numéricos são descritos pela sequência de Fibonacci.

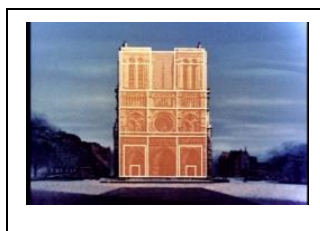


Figura 9. Donald no país da matemática

Biólogos demonstram que há milênios a natureza tem explorado essas medidas e um de seus exemplos clássicos é a concha desse molusco. Este gastrópode cuja concha, em particular, que se enrola para a direita, cresce seguindo a Proporção Áurea. Dessa forma o raio da curva da

espiral aumenta sempre na proporção de Φ (1,618). Picado (2006), em seu artigo, explica que as conchas crescem mantendo sempre a mesma forma. Alguns espécimes demonstram esse crescimento em três dimensões. Em ambos os casos seguem um modelo baseado em uma espiral equiangular, também chamada de espiral logarítmica. Para Contador (2011, p. 204) “(...) toda obra da Natureza tem lógica matemática (...)”. Uma lógica que pode ser frequentemente observada em número incontável de seres marinhos e terrestres, tanto na fauna quanto na flora.

Ao observar esses exemplares, nota-se que “a curva desenhada pela formação de cada câmara de crescimento desse animal descreve uma espiral logarítmica, cuja equação geral pode ser encontrada em livros de Matemática” (Rocha, 2001, p. 69).

Outros exemplares da vasta utilização do retângulo de ouro podem ser observados na constituição da face frontal da Catedral em estilo gótico de Notre Dame em Paris na França. Nela, vários retângulos de ouro podem ser observados em sua composição. A utilização dessas proporções pode ser o principal motivo da beleza que tem encantado gerações de turistas que a visitam. Lauro (2005) descreve as proporções invisíveis da Catedral da diocese de Chartres., Segundo ela, até mesmo na planta baixa da igreja se observa a razão áurea. Conta, ainda, que apesar do enorme peso essas estruturas se mantêm estáveis devido à geometria utilizada em tal construção. O desenho animado, longa metragem, de Walt Disney trata de diversos retângulos áureos (Figura 9) nos quais os segmentos da catedral podem ter sido concebidos.



Figura 10. Arte & Matemática

Uma sequência de três retângulos áureos sobrepostos, horizontalmente em sua longitude, forma o edifício da Organização das Nações Unidas, sede da ONU em New York. Na forma como foram utilizados os retângulos áureos, sua visualização nem sempre é fácil. Esta forma geométrica está presente também em obras mais contemporâneas e menos conhecidas como, por exemplo, na casa de Les Courbusier na Villa à Garches, França, 1927(Figura 10).

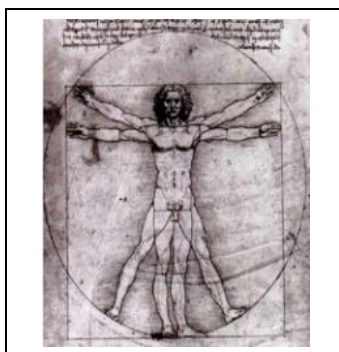


Figura 11. Homem Vitruviano

Muitos artistas, ao longo da história, têm explorado essas formas. Na Europa, durante o movimento artístico do Renascimento, cujo berço se encontra na Itália, as proporções do retângulo de ouro retomam suas forças nas artes. Uma das mais icônicas figuras do Renascimento é a conhecida figura recriada em 1492, por Leonardo Da Vinci, intitulada O Homem Vitruviano (Figura 11). Nela observa-se como o número de ouro se distribui no corpo humano. Estas proporções encontram-se de acordo com os valores que os artistas consideravam o ideal de beleza clássica. Dessa forma, uma pessoa encerrada em um retângulo áureo deve ter o umbigo exatamente sobre a linha que divide o retângulo de ouro quando se marca, nele, o maior quadrado possível.



Figura 12. Donald no País da Matemática

Embora Leonardo da Vinci não tenha se preocupado em construir um retângulo áureo ao fundo da figura, é possível comparar as proporções do Homem Vitruviano com a bailarina do filme de Disney. Os diretores do desenho animado encerraram a imagem da jovem em um retângulo áureo e o dividiu exatamente onde dele se retiraria o maior quadrado (Figura 12). Segundo os padrões que regem a beleza física humana, esta linha divisória deve passar pelo umbigo. Assim como nas esculturas gregas, as mesmas proporções podem ser observadas na cabeça, no tronco e nas pernas da silhueta.

Disney chama de linha de ouro, o segmento de reta que passa sobre o umbigo da bailarina. Este é obtido quando do retângulo de ouro se retira o maior quadrado possível. Segundo Livio (2009), tais medidas tornam-se evidentes em diversas esculturas gregas e romanas assim como a intensa busca dos gregos pela beleza e perfeita harmonia dos traços humanos. A simetria facial e a simetria corporal já eram conceitos aceitos pelos artistas e também pelos apreciadores da Arte quando se tratava do ideal de beleza humana. Assim a beleza pode ser mensurada, observada e comparada nas pinturas do período do Renascimento, onde “(...) esse conceito deixou de ficar restrito à Matemática. Agora a Razão Áurea encontrava seu caminho nas explicações dos fenômenos naturais e nas artes” (Livio, 2009, p. 183). A beleza dessas medidas foi explorada pelos gregos e romanos em diversas áreas do conhecimento, os quais pautavam suas bases sociais, filosóficas, políticas e artísticas. Seus contos, histórias, lendas e poesia exploravam as formas da Botânica, da Zoologia e da Geometria para expressar seus sentimentos.

“... Diante dos dois estava uma linda mulher, quase tão bela quanto a mais bela das deusas. Seus olhos eram azuis como o mais límpido céu e de sua boca vermelha e úmida partia um hálito fresco e perfumado. Sua pele era macia como o mais macio dos veludos e recobri-a por inteiro havia ainda uma delicada penugem, que lembrava em tudo a maciez da casca do pêssego. Seus membros, por sua vez, eram delicadamente proporcionados, tendo sido exilada deles à força, em proveito da graça. À frente do peito da encantadora criatura, Minerva colocara dois pomos que tinham o prodígio de serem, ao toque, ao mesmo tempo macios e firmes, coroando-os ainda, num requinte de perfeição, com duas delicadas protuberâncias, que lembravam duas pequenas cerejas. Suas curvas eram perfeitas. De cada flanco do corpo desciam duas linhas curvas voltadas para dentro, expandindo-se somente à altura da cintura para dar lugar a um estonteante panorama, tendo ao centro um triângulo hermético, que guardava dentro de si todos os segredos da vida e de sua procriação.” (Seganfredo, 2003, p. 162)

Sob o foco da interdisciplinaridade entre a Matemática e a arte da poesia, tornam-se visíveis, nesse trecho, as referências à poesia e a anatomia humana. Similar forma ocorre nas outras áreas como a Escultura que também explora as proporções áureas. O próprio Partenon exibe diversas figuras humanas que demonstram que seus artistas, criadores, escultores, exploraram o Número de Ouro. As figuras humanas femininas que cumprem o papel de colunas de sustentação, indispensáveis em qualquer forma arquitetônica, exibem a física dos materiais em suas vestimentas que sucumbem à força da gravidade que é tema básico da Física moderna. O ponto de apoio da cabeça de cada uma das figuras em perfeito alinhamento com a coluna vertebral, sendo esta o ponto de sustentação do corpo humano discutido nos estudos da anatomia. Uma das pernas levemente dobradas com o pé ligeiramente à frente daquele que sustenta o peso do próprio corpo tal como se observam

esculturas egípcias que traz à discussão a possibilidade de que seja esta a postura que mais favorece a boa circulação sanguínea. Enfim, são muitas as possibilidades de interações disciplinares que vão além das discussões propostas neste trabalho que pautam de forma restrita as relações entre a Geometria e a Pintura de um período especificamente renascentista.

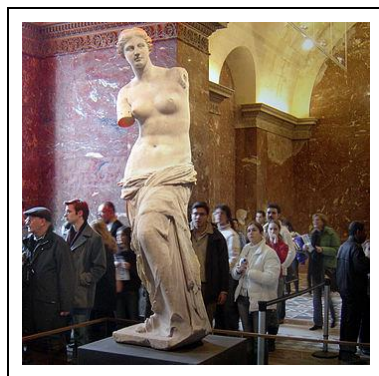


Figura 13. Vênus de Milo

As esculturas da Grécia Antiga (650-600 a.C.) são hoje denominadas escultóricas pelo fato de apresentarem um estilo próprio e original na chamada era Helenística. Esta era durou cerca de 500 anos. Em aproximadamente 100 a.C. a Grécia já se encontrava sob o domínio de Roma. Uma das esculturas mais importantes, que expressa a cultura grega, é denominada Vênus de Milo (Figura 13). Ela influenciou a arte romana que através das conquistas deixou referências na cultura do norte da África, do Oriente Próximo, Oriente Médio e Índia. Foi também a escultura que definiu muitos dos principais parâmetros da arte da Renascença. Por todo lado, a peça e também na face observa-se a presença da Proporção Áurea. acredita-se que foram os gregos, o primeiro povo a estabelecer padrões geométricos para descrever a beleza. A estátua encontrada na ilha grega de Milo em 1820, faz parte do acervo do Museu do Louvre em Paris, França, desde que foi comprada por meia dúzia de cabras, segundo conta Setti (2005) em uma matéria para a revista Super Interessante.

Em seus dois metros de altura os escultores do período helenísticos podem ter deixado as marcas da proporção áurea no mármore de Paros no qual a obra foi esculpida. Ao observar a face da Venus de Milo pode-se notar alguma semelhança com outro ícone do período do Renascimento: a Mona Lisa. Estudos demonstram que Leonardo Da Vinci foi um grande pesquisador que teve acesso aos processos numéricos das grandes obras gregas. Da Vinci sempre procurou a verdade através da experimentação e da demonstração matemática naquilo que fazia. Com a Mona Lisa parece não ter sido diferente. Nota-se que a região

iluminada de sua face encerra um retângulo áureo. De fato, muitos estudiosos concordam que a beleza e a perfeição podem ser mensuráveis quando observadas sob o foco matemático. Neste caso específico, à luz da Geometria. Nas palavras do físico britânico Lorde Kevin:

“Quando podemos mensurar e expressar em números aquilo que estamos falando, nós de fato sabemos algo a respeito do assunto; mas, quando não conseguimos mensurá-lo, quando não conseguimos expressá-lo em números, nosso conhecimento é escasso e insatisfatório.” (Kevin apud Atalay, 2007, p. 49)

Corroborando com Bourdieu (2007), a rede de televisão Discovery Channel, em uma de suas chamadas, em 2011, fez considerações quanto ao número de pessoas que frequentavam os museus nos países desenvolvidos e os comparou com a frequência em países em desenvolvimento. Os resultados demonstraram que quanto maior o nível cultural de uma nação, também é maior o número de pessoas visitando seus museus. Grande parte das grandes obras da pintura do período da Renascença encontra-se nos melhores museus do mundo. A realidade dos estudantes brasileiros parece ser distante das possibilidades financeiras de frequentar museus e ter acesso a tais obras. Pode-se constatar o fascínio que as obras dos grandes mestres da pintura exercem sobre a maioria dos espectadores. Desta forma, é possível considerar que essas obras pudessem ser trazidas para os livros didáticos da população das escolas públicas com a proposta de despertar nos alunos um olhar diferenciado para as formas geométricas presentes nessas obras.

Ao longo da História das civilizações é possível encontrar inúmeros casos em que os números são a demonstração factual dos eventos mais significativos, assim como expressa Kevin (2007). Para que observadores não letrados, de cada época, pudessem compreender as narrativas, verdadeiras ou não, foram utilizadas principalmente gravuras e pinturas.

Preocupações similares são notadas também nos dias atuais principalmente sob o foco acadêmico. As inquietações causadas pela aprendizagem da Matemática na maioria dos estudantes, desde o início de seu desenvolvimento acadêmico, têm sido tema de inesgotáveis estudos e discussões (Pereira, 2010). Situações descritas na Matemática que despertam a intolerância de uns é motivo de encantamento e êxtase para algumas mentes brilhantes que já foram produzidas pela humanidade ao longo dos séculos (D'Ambrosio, 1996). Não é do senso comum reconhecer a beleza da Matemática dita pura. Porém basta aproximar-se das técnicas da Arte para descobrir a Matemática intrínseca a ela e como consequência de tal aproximação, contextualizar a Matemática para descobrir os segredos dos grandes mestres da Arte, principalmente os mestres da Renascença. Leonnais (1965, apud Serenato, 2008) afirma, enfaticamente que entre a Matemática e a Arte existem laços inegáveis embora inexplorados.

Teoremas, postulados e conceitos matemáticos, tais como a ilusão ótica, simetria e geometria projetiva são exemplos constantes e motivos de várias experiências dos artistas dos séculos XIV, XV e XVI. Neste contexto surgiu a perspectiva linear. Este conceito matemático revolucionou as correntes artísticas, principalmente a corrente do Renascimento, desvelando novas fontes de pesquisa. Os resultados dessas pesquisas foram utilizados nos vários campos das artes. Essas duas áreas – Matemática e Arte – têm relação tão íntima que se torna impossível discutir uma dessas correntes intelectuais sem avançar, deliberadamente pela seara da outra.

Um dos estudos de Pombo (2010) trata dos trabalhos, com Matemática e Pintura, de Albrecht Dürer nascido na Alemanha, na cidade Nuremberg no dia 21 de Maio de 1471. Segundo a autora, Dürer fazia uso frequente da geometria espacial em suas pinturas e gravuras devido ao fato de que a geometria euclidiana não atendia suas expectativas artísticas. Para Dürer, os objetos pintados estabelecem relações entre si de perspectiva, sombra, profundidade e ilusão ótica a três dimensões, perfeitamente representáveis numa tela de duas dimensões. Então a Matemática, mais uma vez, resolvia os problemas da Arte. Uma das principais diferenças entre a Arte renascentista e a Arte medieval foi, justamente, o desprendimento da geometria euclidiana. A partir de então, volta-se para a uma perspectiva de três dimensões. Dürer dizia ser possível visualizar um objeto no espaço, representar a distância, o volume, a massa e os efeitos visuais. Os artistas da renascença eram influenciados pela cultura e pela filosofia greco-romana que viam na Matemática a resposta para quase todos os seus problemas. Viam-na, inclusive, como a essência da matéria, do universo e do próprio homem. Então é plausível pensar na Matemática, e especialmente na Geometria, para pintar um recorte do mundo natural cotidiano da forma mais fiel possível à realidade. Se o mundo pode ser explicado geométricamente, por que um quadro não poderia ser retratado utilizando-se os mesmos princípios matemáticos? É fácil observar os recortes retilíneos de uma plantação vista do alto de uma montanha, bem como o contorno de um rio ou de forma mais prática, os contornos de uma casa, de seus móveis e objetos. O próprio Dürer foi engenheiro, desenhista e construtor de igrejas, pontes, palácios, mosteiros, fortes, barragens, canais e até mesmo de instrumentos bélicos. No início da Renascença os artistas e os matemáticos – se é que havia diferenças claras entre eles – eram constantemente requisitados para resolver problemas do dia-a-dia e também problemas específicos e estritamente balísticos que exigiam profundos conhecimentos matemáticos. Segundo Pombo (2010) os artistas da Renascença eram melhores matemáticos do que artistas.

Em suas pinturas, Dürer apoiava-se em três princípios básicos que regiam os conhecimentos matemáticos do sistema de perspectiva, de sua época.

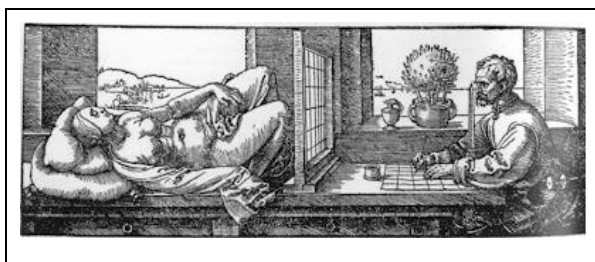


Figura 14. Cone de visao

Partindo da premissa de que o olho do observador forme o vértice de um cone de visão, e o objeto observado represente a base desse cone ou pirâmide (Figura 14), é possível, com o apoio da geometria euclidiana, traçar retas concorrentes que liguem o olho do observador e os vértices do objeto observado, de maneira que as figuras possam ser descritas dentro de um plano cartesiano. De fato, ainda hoje nos livros de artes utilizados nas escolas observa-se, em seu conteúdo, capítulos que tratam exclusivamente desta técnica. Outra também utilizada é a técnica de quadricular a figura desejada e, por meio de ligamento entre retas e curvas, transferir a figura para um sistema quadriculado maior, ou menor, do que o original. Essa técnica, Dürer chama de *costruzione legittima*. Nota-se, na figura, a forma pela qual Dürer observava a imagem real através do cristal quadriculado, moldurado, localizada entre ele e a mulher que lhe servia como modelo. Observa-se também que em sua mesa, encontra-se outro material quadriculado. Possivelmente o número de quadradros da tela vertical que separa o artista de seu modelo, seria o mesmo do material horizontal colocado à frente do desenhista. Desta forma, o artista observa e reproduz quadro a quadro a imagem fracionada à sua frente. Observa-se ainda uma haste pontiaguda utilizada chamada de fixador de vista. Este material presta-se para a orientação e direcionamento do olhar do artista. Assim ele observa de forma mais precisa possível as distâncias existentes entre as linhas, curvas, formas circulares e outros. Estes cuidados oferecem ao observador a sensação de profundidade e volume que são características primordiais na Geometria e na arte do Período da Renascença.

A técnica de quadricular figuras em duas dimensões é encontrada comumente na atualidade nos livros de Matemática e de Artes. Porém, o mérito da criação das técnicas de quadricular uma cena viva e transportar as sensações de tridimensionalidade para a bidimensionalidade na tela ou papel cabe ao alemão Albrecht Dürer. Quando se trata de

volume e formas arredondadas, a técnica se torna mais elaborada e com maior complexidade na maneira de se representar numa tela de duas dimensões. Este é o caso das formas esféricas, arredondadas, bojudas, enfim, como é o caso de objetos, animais, frutas, paisagens e a figura humana, Dürer trabalha com outra técnica, *aconstruzione abbreviatta*, que trata basicamente de um quadrado dividido em diversos quadrados menores de tal modo que os pontos de divisão conquiram para o ponto de fuga (Pombo, 2010). O fato é que os quadros, pinturas e gravuras de Dürer podem ser considerados material didático para aqueles que desejarem aprender Matemática num sistema de planos cartesianos e também para artistas que desejarem aprender a desenhar e pintar. Alguns professores, sejam eles das Artes ou da Geometria, utilizam-se de tais técnicas para realizar seus trabalhos junto dos alunos. Em algumas obras didáticas o tema *Razão e Proporção* estão associados a figuras aumentadas ou diminuídas de um original. Alguns autores sugerem que os estudantes realizem algumas atividades que permitam ao aluno observar e reproduzir um quadro para compararem e retocarem a obra depois de acabada. Esta metodologia aplica-se frequentemente nas discussões sobre semelhança de triângulos. Na disciplina de Geografia, estas relações matemáticas são exploradas quando se discutem as escalas dos mapas. Quanto às aulas de Arte o processo pode ser abordado na construção e elaboração de formas mais complexas. É o caso do artista plástico e Professor Douglas. Em suas aulas, o professor orienta quanto à maneira prática de manusear as imagens através de procedimentos simples e rápidos, por exemplo, como preparar a figura para ser ampliada, traçando sobre ela uma grelha simétrica com retas perpendiculares.

Outra abordagem da proporcionalidade matemática que pode ser discutida a partir das pinturas do Renascimento são as homotetias. Este processo permite reduzir, ampliar e inverter formas geométricas a partir de um ponto fixo causando a sensação visual de profundidade nas obras artísticas. Ziegler e Pincolini (2008) tratam de quatro homotetias: homotetia que amplia figura, homotetia que reduz figura, homotetia de razão e homotetia que inverte a orientação. Para as autoras este tópico da Geometria se faz importante para a construção de mapas, plantas e na representação de objetos. Através desta técnica os elementos representados preservam, com fidelidade, suas características originais tornando-as semelhantes.

Em seu blog, Douglas também discute os processos de xilogravura de Dürer. Com o apoio da coleção intitulada: Artes de Fazer Arte de Haddad (2013), os iniciantes em desenho observam vários aspectos da perspectiva geométrica na ampliação ou na redução de imagens tridimensionais e comparam-nas com as técnicas de Dürer. Em sua obra, Haddad (2013)

discute perspectiva intuitiva e técnicas da representação de imagens que originalmente estão em três dimensões e a forma como podem ser representadas em duas dimensões com a utilização de luz e sombra. Ambos os autores, Douglas e Denise, embora ensinando Arte, não desprezam a Matemática e indicam cálculos comuns pra se obter um o resultado desejado na reconstrução da figura.

O período do Renascimento marca dois momentos históricos e antropológicos muito importantes: o primeiro é a visão de mundo do homem que passa gradativamente, do Teocentrismo para o Antropocentrismo. Essa valorização do ser humano inevitavelmente leva ao segundo momento que é o redescobrimento das artes e da filosofia grega que corroboravam com a descoberta e aplicação das ciências, desse mesmo período (Contador, 2011).

Leonardo Fibonacci (1170 – 1250), filho de um proeminente comerciante italiano chamado Bonacci (Fi = filho, Fibonacci), viajava a muitos lugares para comprar toda a espécie de produtos. Deparou-se um dia com a forma Hindu-Arábica de realizar cálculos. Muito diferente da forma utilizada pelos Europeus que como os romanos utilizavam letras. Foi ele quem escreveu e ensinou como grafar e utilizar os novos numerais para calcular. No mesmo manuscrito, Fibonacci ofereceu uma coleção de problemas. Entre eles um que tratava da reprodução de coelhos (TV Cultura). Por volta do ano de 1200, Fibonacci expôs o seguinte problema: “Sabe-se que os coelhos procriam uma vez por mês. Do momento de seu nascimento passando por sua fase fértil até o nascimento de seus próprios filhotes, decorrem dois meses. Desta forma, um mês para seu amadurecimento físico e sexual e mais um mês de gestação de seus filhotes no interior da fêmea. É necessário admitir algumas hipóteses: que nenhum deles morra durante o processo; que o nascimento ocorra em pares sedo um de cada gênero e ignorar as implicações consanguíneas. Quantos coelhos se encontrarão ao final de 9 meses? Seguindo o mesmo raciocínio lógico, quantos coelhos seriam contados no final de 12 meses?”. Ao considerar que a minoria da população medieval não tinha acesso a leitura e escrita, é possível que Fibonacci tenha ilustrado tal situação.

No nono mês, entre coelhos adultos, coelhos em fase de procriação, coelhos jovens, coelhos em desenvolvimento e filhotes, contam-se 34. Seguindo-se a mesma linha de raciocínio ou de mesmo cálculo, no final de doze meses contam-se 144 coelhos.

Nesta sequência de reprodução, Fibonacci traz o primeiro contato com os numerais que, mais tarde, seria conhecida pelo seu próprio nome. Estes numerais, quando divididos, o posterior pelo anterior, convergem na direção do Número de Ouro Φ ($\phi = 1,6180339887...$).

Almeida mostra uma forma prática de associar os números da sequência de Fibonacci com o retângulo de ouro: alguns exemplos dos números de Fibonacci são: 3, 5, 8, 13, 21, 34 e 55. Tomando um retângulo de base 55 cm e 34 de altura, retira-se desse retângulo um quadrado de 34 por 34 cm. Assim obtém-se, da figura que sobra depois de retirado o quadrado, outro retângulo nas proporções áureas de medidas 34 cm por 21. Ao repetir o procedimento e retirar um quadrado de 21 cm deste último retângulo, a figura geométrica que sobra também é um retângulo áureo de medidas 21 por 13 cm e assim por diante. A Razão Áurea trás, aos olhos humanos, a sensação de harmonia e equilíbrio. Segundo Almeida (2006) tais sensações de *belo* podem ser observadas nas diversas expressões naturais, como no corpo humano, na botânica, em espécies de animais, na música e nas obras de arte. O autor acredita que os pintores renascentistas conheciam essas proporções e que a maioria das escolas de arte do Renascimento tenha feito dessa proporção, conteúdo básico da beleza.

Somado às aplicações estéticas da sequência de Fibonacci despontava um olhar tridimensional que substituiria a bidimensionalidade das obras anteriores.

Algumas das principais características do período histórico denominado Renascimento são: rigor científico, racionalidade, ideal humanista e reutilização das artes greco-romana (Almeida, 2006). Dada a natureza das pinturas renascentistas que, desligando-se das pinturas medievais que retratavam, basicamente, temas religiosos, no Renascimento pintava-se o homem em seu meio cotidiano, em que os personagens e objetos deveriam parecer o mais real possível. Então alguns conceitos da Geometria Euclidiana pareciam incompatíveis, por exemplo: se duas retas paralelas nunca se encontram, então como explicar que as retas paralelas de uma pintura renascentista se encontravam num ponto de fuga de uma gravura? Ou como uma mesa quadrada era pintada de forma retangular ou trapezoidal? Embora alguns conceitos como profundidade num plano bidimensional e tridimensionalidade já tivessem sido esboçados na Idade Média, foi com os trabalhos dos renascentistas que esses conceitos atingiram o grau máximo da beleza e do hedonismo. Embora Rafael Sanzio da região de Urbino na Itália (1483 – 1520) não seja conhecido por suas contribuições matemáticas, sua mais conhecida obra *A escola de Atenas* está repleta de representações de elementos matemáticos e de figuras humanas ligadas à Matemática. Trabalhando com similares conceitos geométricos, Leonardo da Vinci, Michelangelo di Ludovico Buonarroti Simoni, e Rafael deixaram grandes contribuições para a humanidade. Estes três nomes, segundo Vassari, formaram as bases do Renascimento. Porém Michelangelo foi aquele que teve a vida mais curta entre eles, morrendo com 37 anos de idade. Mesmo sendo muito jovem,

seus talentos lhe conferiram prestígio, fama e a confiança dos maiores nomes da Igreja Católica de seu tempo. Além dos conhecimentos que possuía como pintor Michelangelo também tinha conhecimentos sobre arquitetura. Esses dois conhecimentos possibilitaram a harmonização entre a obra “A escola de Atenas” e a sala, em cuja parede, a obra foi pintada. Este feito do pintor demonstra o domínio do conceito de espaço que é típico do domínio dos matemáticos. O teto abobadado, da então biblioteca, exige arcos de sustentação nas paredes para aguentar o peso da estrutura. Rafael faz destes arcos as molduras para suas pinturas. Tanto para Parnasus, na meia lua da esquerda, como para A Escola de Atenas na meia lua da direita (Almeida, 2006)(Figura 15).



Figura 15. A escola de Atenas

Embora Rafael tenha criado um mundo utópico em que vários gênios de várias épocas convivem lado a lado, paradoxalmente, o pintor foi incisivo nos elementos geométricos. Alguns dos objetos que compõem a cena de pintura são claramente geométricos e matemáticos.

Sem a investigação científica da ótica na composição da luz, a observação empírica da perspectiva, da geometria e de diversos outros ramos das ciências, o Renascimento não teria trazido à tona os conhecimentos gregos, romanos e egípcios há muito perdidos. Durante a idade média, as imagens assim como as ciências eram imprecisas e pautadas no misticismo. Muitos dos conhecimentos antigos foram perdidos em batalhas territoriais e religiosas enquanto outros foram esquecidos ou reprimidos. Porém muitos:

“...textos antigos foram preservados no Império Bizantino juntamente com o conhecimento do grego clássico. E assim os humanistas italianos seguidamente viajaram para o Oriente, onde adquiriram centenas de manuscritos clássicos e os levaram a Florença. Também estabeleceram uma cátedra de grego no *Studium Generale*, como a Universidade de Florença era chamada, e atraíram eminentes estudiosos gregos para ajudá-los a ler e interpretar os textos antigos.” (Capra, 2008, p. 154)

Dessa forma o Renascimento tornou-se um marco na história do conhecimento. A matemática ramificada na Geometria, assim como as demais ciências sofreu significativos avanços que impulsionaram o desenvolvimento da representação artística na expressividade da pintura. Então “quando olhamos para uma tela renascentista não estamos vendo as características métricas exatas dos objetos e espaço(...)” (Almeida, 2006, p. 44). O que vemos na tela é a imitação daquilo que os olhos humanos são capazes de enxergar. Diferentemente das pinturas e mosaicos produzidos na Idade Média, a pintura em perspectiva criada no Renascimento e as formas geométricas aplicadas a elas enganam e fascinam a visão humana. Vastamente utilizada nas artes e na arquitetura desde os tempos gregos até à contemporaneidade, o Retângulo Áureo e sua Proporção de Ouro teve seu apogeu nas pinturas do Renascimento. Conhecido por alguns entusiastas como um presente de Deus para a humanidade, as proporções do Retângulo de Ouro são largamente encontradas na natureza.

Um dos precursores a utilizar-se da Geometria e das proporções áureas em suas pinturas foi Giotto di Bondone ao desprender-se do simbolismo medieval e dar os primeiros passos rumo ao realismo renascentista. Muitas técnicas de pintura do período grego e romano foram perdidas após a tomada de Roma pelos bárbaros. As pinturas do período Medieval limitavam-se, então, à bidimensionalidade em seus trabalhos. Esta foi uma época em que a igreja católica era uma das poucas instituições com poder financeiro capaz de pagar pelo trabalho artístico dos pintores. Estes, então, submetiam-se retratar em suas pinturas, as cenas ditadas pelo cristianismo e seus propósitos. As pinturas deste período apresentam caráter de serviço divino em que o propósito básico era demonstrar uma mensagem visual a uma população que não sabia ler nem escrever. Não havia preocupação com a perspectiva, a luz ou a sombra, nas telas. A deformação das figuras retratando algumas em tamanhos desproporcionais tinha cunho religioso que tendia a enaltecer alguns personagens em detrimento de outros. Muitas pinturas desse período não apresentam autoria, uma vez que os valores cristãos da época diziam que era mais importante a obra e seu propósito do que seu autor (Atalay, 2007).

Um dos trabalhos de Giotto que expressa esse salto na representação geométrica e artística é encontrado em sua pintura intitulada *O anjo Aparecendo a Santa Ana* de 1305. Nela, nota-se o avanço de Giotto para derivar de um espaço agregado, bidimensional, e compor outro espaço, tridimensional (Almeida, 2006). É possível observar que sua preocupação detinha-se basicamente na cena mais próxima do espectador ignorando o ponto de fuga das linhas horizontais. Com a geometria euclidiana e suas leis não era possível admitir

que se ajustasse o foco de visão do espectador para ver, por exemplos, retas paralelas entre si, encontrando-se no ponto de fuga de uma pintura. Duzentos anos mais tarde, nos trabalhos de outro artista, essas preocupações não denotavam problemas. Em 1503, Dürer demonstra tais preocupações em sua pintura chamada Nascimento de Cristo. Neste trabalho, o artista apresenta as primeiras noções de profundidade nas pinturas. Na Universidade de Lisboa no site Matemática e Pintura, num trabalho de Olga Pombo, encontram-se razões para a mudança na conceção da pintura em que os objetos a serem pintados estabeleciam relações que não podiam ser resolvidas com a Geometria Euclidiana.

“A representação decenas a três dimensões nas duas dimensões de uma tela constituía um problema que só foi ultrapassado com a noção de perspectiva. E aqui, mais uma vez, foi necessária a ajuda da Matemática. Uma das principais diferenças entre a arte medieval e a arte renascentista é precisamente a introdução da terceira dimensão que permite ver a cena no espaço, representar a distância, o volume, a massa e os efeitos visuais.” (Pombo, 2012, p.03)

Os artistas que pintariam depois de Giotto, durante a Renascença, estiveram sobre forte influência da filosofia grega. Esta filosofia, que pensava a Matemática como ciência, explicava as leis do universo.

“É porque o Universo pode ser explicado geometricamente que Dürer pode apoiar a pintura de uma paisagem, por exemplo, o desenho das casas e a delimitação dos terrenos, em conteúdos matemáticos.” (Pombo, 2012, p.03)

Houve ainda uma terceira razão que levou à transformação da pintura medieval de natureza, religiosa, com colorido de natureza chapada sem a preocupação com meios tons, sombras, luzes e a deformação das figuras vivas, em direção aos moldes perfeccionistas da Renascença que foi a demanda por engenheiros e arquitetos. Frequentemente os artistas eram solicitados para resolver problemas relacionados ao cotidiano da população que viveu no final do período Medieval e aurora do Renascimento. Estes artistas eram obrigados a estabelecer íntima ligação com a Matemática para realizar suas atividades financeiras. Assim, os problemas relacionados à construção civil, por exemplo, eram encaminhados para os pintores e os demais artistas que atuavam nas outras áreas da arte. Nas palavras de Pombo:

“É o caso de Dürer que desenhou e construiu igrejas, palácios, mosteiros, pontes, fortes, barragens, canais e até instrumentos de guerra. Os artistas eram também chamados a resolver problemas balísticos que envolviam o movimento de bolas de canhão, tarefa que necessitava de profundos conhecimentos de Matemática. Não é pois exagero dizer que o artista da renascença era o melhor praticante de Matemática, aquele que mais necessitava de Matemática para o exercício das suas diversas actividades.” (Pombo, 2012, p.06)

Nota-se que o apoio mútuo entre a geometria e pintura tem oferecido importantes contribuições científicas nos campos teóricos e empíricos. Ana Rita Silva da Universidade de Lisboa, aluna de Olga Pombo na disciplina de Seminário Temático nos anos de 2000 e 2001, observa que foi justamente a abordagem descritiva do mundo real, observado nas pinturas, que levou Dürer e muitos outros pintores da Renascença, a ancorar-se nos postulados matemáticos e geométricos (Silva, 2001). Desta forma corrobora-se assim a possibilidade da aplicação de uma Matemática útil e atraente dentro das escolas, sem tirar dela o rigor científico.

2.5. A MATEMÁTICA NA PINTURA DO RENASCIMENTO

Muitas especulações têm sido feitas quanto à utilização, ou não, da Proporção Áurea nas pinturas do período renascentista. É fato que tais proporções foram vastamente utilizadas por diversos artistas em diferentes períodos históricos. Tanto na pintura quanto em outras áreas do conhecimento, esses valores são demonstrados em muitas literaturas.

2.5.1. A matemática na arte de Leonardo da Vinci

Muitas especulações são feitas quanto à utilização da Proporção Áurea nas pinturas de da Vinci. É fato que tais proporções foram vastamente utilizadas durante a Renascença e períodos predecessores. Tanto na Pintura quanto em outras áreas do conhecimento, esses valores são demonstrados em muitas literaturas.

O artigo de Santos & Fonseca (2011) “As contribuições de Leonardo da Vinci para o ensino da matemática na contemporaneidade” aponta para uma proposta de concretizar as contribuições deste pintor para a Matemática escolar. Os autores contribuem para a visualização da geometria utilizada em algumas das pinturas de Leonardo da Vinci. Segundo estes, Leonardo da Vinci tinha uma maneira diferenciada de olhar o mundo e uma relação peculiar com o olho e com a forma como o ser humano processa as informações visuais. Dessa forma, Leonardo “envolvia-se não só com Matemática, mas com engenharia, mecânica, enfim, com tudo o que visualizava, tentando encontrar respostas para as mais profundas questões” (Santos e Fonseca, 2011, p.4).

Quando Leonardo da Vinci ilustrou a obra *Divina Proporcione* do Frei Luca Pacioli, produziu a representação das mais belas figuras chamadas, hoje, de sólidos geométricos. Sua perspectiva aprimorada e cuidados com a incidência da luz nos corpos geométricos

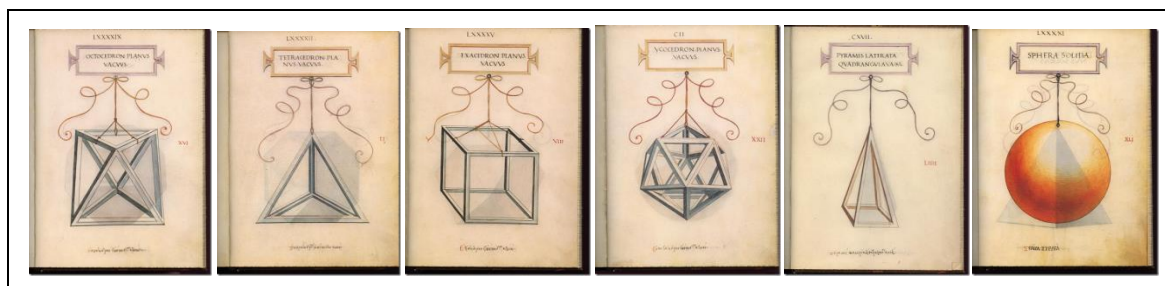
evidenciam a beleza da matemática em si. Leonardo da Vinci dedicou-se de tal forma a essas criações que desenhou vários sólidos, tanto no formato regular, onde se evidencia a composição de suas faces, como no formato vazado onde se notam as arestas e os vértices de cada elemento. Segundo Capra (2008), os estudos matemáticos de Leonardo não foram, de facto, explorados. Enquanto o material anatômico produzido por Leonardo tem sido referenciado até os dias atuais pelos especialistas dessa área, a matemática produzida por este gênio não tem recebido a atenção merecida. A matemática intuitiva que Leonardo utilizava em suas pinturas “prenunciavam ramos da matemática que só seriam desenvolvidos séculos depois” (Capra, 2008, p. 203). Por exemplo, os triângulos, trapézios, ângulos que ele era capaz de abstrair enquanto esboçava uma teoria de funções ou cálculo integral.

“Os diagramas matemáticos e as anotações de Leonardo estão dispersos em seus cadernos de notas. Muitos deles ainda não foram totalmente avaliados. Enquanto temos livros esclarecedores de médicos sobre seus estudos anatômicos e análises detalhadas de seus desenhos botânicos feitos por botânicos, um volume abrangente sobre seus trabalhos matemáticos feito por um matemático profissional ainda precisa ser escrito.” (Capra, 2008, p. 203 - 204)

O fato de Leonardo da Vinci ter sido criado no campo e não morar com os pais legítimos lhe trouxe algumas privações como ter recebido apenas educação rudimentar. As bases matemáticas, da época, pautavam-se na geometria e na álgebra. Encontram-se relatos de gafes algébricos cometidos por ele. Porém, a Geometria considerada fundamental pelos artistas da Renascença, indispensável para a perspectiva era plenamente dominada pelo olhar apurado de Leonardo. Segundo Capra as bases da perspectiva representava “o sustentáculo matemático da pintura” (2008, p. 204). Seu domínio técnico torna-se visível ao observar os poliedros feitos por ele representando o dodecaedro retangular e o Dodecaedro vazado que, mais tarde foram enviados a Pacioli.

A representação tridimensional das figuras poliédricas demonstram as reais possibilidades da fusão entre a Arte e a Matemática, Pintura e Geometria, bidimensionalidade real e tridimensionalidade ótica entre outras. Leonardo da Vinci ilustra sua visão estética pautando-se na geometria de Euclides e de Platão. Conta-se que sua dedicação à geometria foi tão grande que ele deixou de lado a pintura, retomando-a anos mais tarde. Não se sabe se Leonardo construiu tais elementos em algum material para então representá-las em seus desenhos ou se esses elementos são fruto de sua hábil imaginação. O fato é que a beleza e a harmonia matemática, captadas e expressas por ele, vêm sendo admiradas e copiadas ao longo dos séculos (Capra, 2008).

Contemporâneo a Leonardo, o Alemão Albrecht Dürer (1471 – 1528), escritor, matemático, pintor, ilustrador e teórico de arte fez algumas demonstrações e planificações de poliedros. Seus trabalhos nesta área, se comparados aos trabalhos de Leonardo, não passavam de meras linhas convergentes que ao serem devidamente recortadas, em papel, de modo a serem encaixadas, resultavam no dodecaedro em questão. Longe de desmerecer os conhecimentos matemáticos e geométricos, Dürer reclama da pouca importância, dada pelos artistas, à Geometria. Segundo ele, os artistas são ignorantes em geometria, “sem a qual ninguém pode ser ou se tornar um artista completo” (Dürer, apud Livio, 2009, p.162). Intencionalmente, ou não, Leonardo contemplava as expectativas primorosas de Dürer. A perspectiva geométrica de Leonardo corroborou as recomendações de seu contemporâneo alemão. Tal perspectiva pode ser observada em alguns exemplares como: o tetraedro, o cubo, o octaedro, o icosaedro e a pirâmide quadrangular e até na esfera.



Grupo 2. Sólidos Platônicos

A partir desses trabalhos, encontram-se hoje, muitos outros semelhantes e adaptados. Há também variações e combinações igualmente ricas em conceitos geométricos e algébricos. Um dos exemplos é a fusão da milenar tradição oriental do origami com a descoberta ocidental dos sólidos geométrico realizada por Platão, a cerca de 400 a.C. na Grécia Antiga. Combinados, esses dois conceitos podem produzir efeitos notáveis no campo artístico e arremeter ao empirismo de ângulos, frações, retas, faces, planos e outros. Nas imagens anteriores (Grupo 2) é possível observar a planificação (sólidos regulares) dos sólidos platônicos ilustrados por Leonardo.

A Matemática de Leonardo, especificamente sua geometria, pode ser observada em suas mais conhecidas pinturas realizadas por volta do ano de 1480. Estudiosos demonstram, com ou sem pauta científica, as possibilidades da utilização da Proporção Áurea e da sequência de Fibonacci em diversos quadros pintados pelo Mestre da Vinci. A Geometria que possibilitou a imortalidade das obras de grandes mestres, em várias áreas do Renascimento, já vêm sendo exploradas há milênios. Nota-se que este padrão se repete em diversas partes do

planeta como: geometria megalítica; geometria hindu; geometria egípcia; geometria árabe; geometria maia; geometria romana; geometria ocidental; geometria hermética (maçônica); geometria sagrada ou merkaba e outras. A erudição de Leonardo, possivelmente lhe deu acesso a esses conhecimentos. De forma natural ou intencional, o facto é que algumas formas geométricas são vistas repetidamente em seus trabalhos. Poucos estudiosos duvidam da utilização da Matemática em suas obras. Um dos poucos que negam a existência da Matemática na Arte de Leonardo é o catedrático de História da Arte, Martin Kemp, Professor emérito da Universidade de Oxford. Kemp (2006) chega a negar o uso de qualquer fórmula matemática nas obras do florentino. Para tal conclusão, Kemp analisou o quadro *A Última Ceia*.

Durante as construções arquitetônicas romanas as cidades fundadas por Augustus (Gaius Iulius Caesar Octavianus Augustus primeiro Imperador romano 20-40 d.C.), apresentavam esta formação em seu urbanismo. Cespón (2011) comenta que embora muitos personagens e muitos traços apresentem o estilo de Leonardo da Vinci, não foi possível chegar a nenhuma conclusão quanto à autoria desta obra. O autor considera ainda a possibilidade de que os personagens sejam os familiares e o próprio Duque de Milão, Ludovico Sforza. Família que acolheu Leonardo da Vinci entre 1482 a 1499.

Livio (2009) trata de uma sequência de encontros entre os grandes mestres da Pintura e da Matemática do Renascimento. O autor fala de um encontro específico entre o pintor Jacopo de Barbari com o pintor Abrecht Dürer. Ao tratar da importância da Matemática para a arte, Barbari mostrou a Dürer duas figuras: uma masculina e uma feminina, “construídas com métodos geométricos, e a experiência incentivou Dürer a investigar o movimento e as proporções humanas” (Livio, 2009, p. 161). Ao considerar o provável encontro de Dürer com o próprio Pacioli, em Bolonha, e tendo em conta que Pacioli trabalhou com Leonardo, é possível entender a rede de encontros e cruzamentos de informações que resultaram das medições geométricas nas faces masculinas e femininas de Leonardo da Vinci.

Segundo Capra (2008), *A Última Ceia* de Leonardo ficou muito famosa por toda a Europa assim que fora concluída. Esta versão da Santa Ceia foi copiada inúmeras vezes desde então. Ao pintar *A Última Ceia* na parede do refeitório, Leonardo procurou integrar o no fresco ao próprio ambiente.

“Demonstrando seu domínio da geometria, Leonardo concebeu uma série de paradoxos visuais para criar uma requintada ilusão – uma perspectiva complexa que faz a sala onde estava *A Última Ceia* parecer uma extensão do próprio refeitório, no qual os monges faziam suas refeições.” (Capra, 2008, p.112)

Foi enquanto trabalhava neste fresco que Leonardo conheceu aquele que seria um grande amigo e colaborador em seus conhecimentos matemáticos. Eram muitos os eventos sociais, nos quais Leonardo se fazia presença notória. Num deles, em 1496, foi apresentado ao “o monge franciscano e bem conhecido matemático Luca Pacioli” (Capra, 2008, p.113), que estava a trabalhar em Milão, após ter conquistado grande respeito pelo seu compendio intitulado *Sumário de aritmética, geometria de proporção e proporcionalidade*. A admiração do artista Leonardo pelo matemático Pacioli e por seus estudos sobre a teoria dos conjuntos resultou, mais tarde, no livro *De Divina Proportione*.

O físico turco Bulent Atalay em seu livro *A Matemática e a Mona Lisa* (2007), trata da confluência da Arte com a Matemática. Nesta obra, o autor, estabelece relações entre essas duas áreas e discute a Arte por meio da Ciência e a Ciência por meio da Arte. Ele toma as obras de Leonardo da Vinci como referência de seus estudos e a Mona Lisa em seus preceitos geométricos e matemáticos como pano de fundo. O autor estabelece relações entre a pintura e as proporções áureas e entre a pintura e a sequência de Fibonacci (espiral de Fibonacci). Neste caso, a geometria Euclidiana, que também foi constante na vida de Leonardo, é apresentada no trabalho de Atalay.

A pouca escolaridade de Leonardo, quando comparada ao seu grau de conhecimento, o levou a utilizar-se de métodos fortemente empíricos em suas abordagens. Ele chegava a criticar outros intelectuais com seus métodos puramente introspectivos na busca da verdade científica, desprezando muitas vezes “a experimentação e a matemática” (Atalay, 2007, p.49), embora algumas evidências possam ser notadas, quando se admite que as proporções de Φ foram, de facto, utilizadas na composição de La Gioconda. Os vários retângulos áureos observados em diversas partes da obra levam especialistas a discordarem da possibilidade de julgar a beleza de uma obra pela utilização, ou não, de valores numéricos em sua composição. Porém os valores numéricos oferecidos pelo retângulo de ouro mostram-se convincentes de que os números foram utilizados na composição. Essa comparação tornam as discussões sobre a beleza na arte e a beleza na geometria, antagonicamente, refutáveis e corroboráveis uma com a outra. A Matemática discute mais do que números e abstrações, assim como a Arte retrada mais do que a beleza e as cores.

“E existem aspectos quantificáveis nas artes do desenho e da pintura, especificamente no que se refere a perspectiva, proporção simetria e configuração com os quais o artista (consciente ou inconsciente) dá forma à obra. Introduzir números numa pintura não significa transformar o processo em pintura mecânica.” (Atalay, 2007, p.50)

De fato, encontram-se relatos de que Leonardo pedia a seus assistentes que pintassem determinadas áreas de seus esboços com determinadas cores. Para isso ele numerava tanto as cores quanto as tintas. Em seguida, ao retornar de seus compromissos e eventos e ao retomar seus trabalhos, Leonardo aplicava suas técnicas de luz, sombra e demais técnicas incluindo sua teca pessoal que ele chamou de *sfumato*. Michelangelo também numerava regiões de suas obras para seus alunos enquanto ele se dedicava ao acabamento de suas obras.

Neste trabalho buscam-se as possibilidades de interação entre Geometria e Pintura com o propósito de estimular o ensino e a aprendizagem da Matemática. Encontram-se tantos “entusiastas irrestritos quanto os detratores taxativos” (Atalay, 2007, p.50), que encontram geometria onde não existe e negam os conceitos matemáticos onde eles estão claros. Ambos os grupos vasculham a história em busca de provas que sejam irrefutáveis e que corroborem suas convicções. Professores e alunos podem encontrar uma vasta gama de possibilidades pedagógicas e metodológicas no produto, ou no refugio, dessas duas linhas distintas de discussões. Tais discussões podem ser encontradas tanto em momentos divergentes quanto em momentos convergentes de ideias, concepções e conclusões. Em ambos os casos é possível utilizar-se material produzido, para a construção, produção e aprimoramento do conhecimento acadêmico.

2.5.2. A matemática na arte de Albrecht Dürer

Dürer é considerado como o introdutor da representação gráfica em três dimensões, na forma metódica. Importante e influente artista alemão, nunca teve problemas para encontrar trabalho entre os nobres e entre o clero. Filho de Albrecht Dürer, Húngaro radicado na Alemanha, que lhe dera o mesmo nome, e de Bárbara Holper. Tanto seu pai quanto seu avô foram ourives. Seus primeiros esboços e desenhos foram das peças que seu pai trabalhava em joias. Dürer, o filho, destacou-se em diversas áreas de conhecimento, foi matemático, físico, botânico, zoólogo, desenhista e pintor. Foi um dos poucos artistas que se dedicou a várias formas da tipografia. Atentou de forma especial para um estudo criterioso da Geometria das versais romanas (traçado das letras romanas). Em uma de suas viagens a Itália pôde observar a beleza e funcionalidade da escrita romana (Grupo 3). Dürer notou algumas particularidades das versais, como: o efeito tridimensional das letras quando cunhadas em lapides; a disposição de luz e sombra incidindo nas letras conforme os raios do sol se alteravam ao longo do dia e a maneira com que cada uma das letras se destacava com maior ou menor

quantidade de luz. Com pesar, Dürer notou a falta da beleza das mesmas inscrições quando transferidas para outros materiais como gesso, pergaminho e outros.



Grupo 3. Versais Romanas

Albrecht Dürer “nasceu em 21 de maio de 1471 na Cidade Livre Imperial de Nürnberg, filho de um artífice joalheiro” (Livio, 2009, p. 161). Em sua juventude, assim como fez da Vinci, superou seu mestre, com habilidades em xilografia. Dürer, então, deixou seu professor de pintura e de desenho, Michael Wolgemut e partiu em viagem, pela primeira vez, durante os quatro próximos anos de sua vida. Foram muitas as informações adquiridas em tal viagem, assim como foi valioso o acesso aos conhecimentos obtidos pelo jovem intelectual. Foi durante a breve epopeia que Dürer “se convenceu de que a matemática, ‘a mais precisa, lógica e graficamente construtiva das ciências’ tinha que ser um importante ingrediente da arte” (Livio, 2009, p. 161). Durante os quatro anos em que Dürer esteve em viagem, em busca de conhecimentos artísticos e matemáticos, conheceu um expressivo número dos grandes nomes do Renascimento italiano. Foi nesta época que Dürer e o matemático Luca Pacioli se conheceram. Por volta de 1495, o artista que até então havia voltado seu maior interesse para as artes, passou a dedicar muito tempo aos estudos matemáticos. Leu *Os Elementos de Euclides* (330 a.C. – 260 a.C.), “as obras de Pacioli sobre matemática e arte (...) arquitetura, proporção e perspectiva do arquiteto romano Vitruvius” (Século I a.C.) (Livio, 2009, p. 162) que contribuíram para seus tratados escritos e para suas pinturas. Em 1525 publicou quatro obras que receberam o título de *Tratado sobre medida com compasso e régua*. No primeiro deles, além de citar a falta de conhecimento geométrico dos artistas (citado anteriormente), Dürer apresenta detalhes da construção de uma espiral logarítmica com pauta no Razão Áurea. No segundo, discorre sobre a construção de polígonos. No terceiro descreve a construção geométrica das letras romanas, e com exatidão numérica descreve as versais utilizando linhas retas e arcos circulares. No quarto livro, fala sobre os sólidos platônicos e uma teoria sobre perspectiva e sobre as sombras. (Livio, 2009, p. 162). Entre os anos de 1507 a 1511, produziu suas pinturas e xilogravuras mais conhecidas de sua carreira. As influências geométricas e matemáticas que recebera são notadas em vários trabalhos. Na gravura *Adão e*

Eva, 1507, Dürer aplica suas técnicas de perspectiva, seus conhecimentos anatômicos e explora a fauna e a flora. Mesmo com essa exuberância de traços não geométricos ele desenha, pendurado no ramo da mão direita de Adão, uma placa quadrilátera exibindo seus cuidados geométricos com a perspectiva. Seus estudos geométricos auxiliaram muitos outros estudiosos em áreas como: Artes, Arquitetura e Matemática, entre outras.

Durante este período seus estudos foram voltados à geometria cônica, conhecida também como perspectiva cônica. Tais estudos focaram-se também na observação da maneira como os olhos humanos enviam informações de luz ao cérebro, e para esses estudos Dürer desenvolveu a grelha geométrica. Esta pode ser comparada, nos dias atuais, com a forma como os iniciantes de Artes do desenho utilizam-se o papel quadriculado e reproduzem desenhos em proporções quadro a quadro.

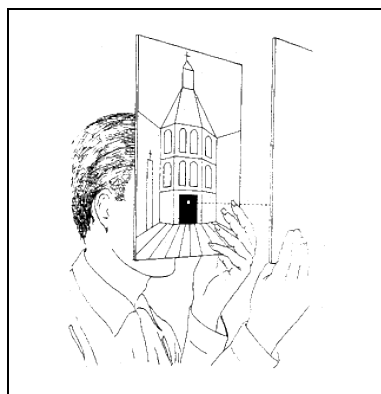


Figura 16. Retas no espelho

A grelha geométrica de Dürer passou a ser utilizada para reproduções, tanto das linhas simples das bases da geometria Euclidiana como das linhas mais complexas como, por exemplo, as feições e emoções humanas. Os procedimentos são sempre similares no manuseio de réguas e esquadros aumentando o valor de cada semirreta, curva ou arco. Embora pequenas alterações, equivocadas ou não nas proporções, possam resultar em imagens diferentes, o processo demonstra-se satisfatório. É possível que os esboços de Dürer tenham sido submetidos a algum processo ótico de perspectiva cônica, em que as imagens eram submetidas a alguns ajustes geométricos. Embora os espelhos no período do Renascimento fossem muito raros e de valor bastante elevados, é possível que os grandes mestres tenham tido acesso a este material, devido à sua proximidade com os governantes de seus países. O experimento se dá ao traçar linhas retas cônicas, no próprio espelho, com um ponto de fuga comum a todos os segmentos de retas. Tais segmentos partem das laterais do espelho e convergem em um ponto que pode, ou não, ser o centro dele. Um esboço de uma cena

geométrica qualquer, recebe um furo e é posicionada em frente ao espelho (Figura 16). O observador olhava pelo furo feito no esboço e podia sobrepor as linhas de seu desenho com os segmentos de retas do espelho. Desta forma o artista podia valer-se da geometria cônica para corrigir sua obra antes de passar para o processo de pintura ou acabamento. Com tais cuidados o artista era capaz de calcular a profundidade tridimensional da ilusão ótica pretendida. As novas técnicas de representação da realidade adquiriam novos rumos a partir desses estudos. Assim como na contemporaneidade, durante a Renascença e final da Idade Média, o fascínio do homem pela representação lógica, coerente e proporcional crescia e se tornava mais crítica. Havia a necessidade do desenvolvimento de dispositivos que facilitassem e aperfeiçoassem os trabalhos artísticos.

A Matemática e a Geometria demonstraram ser a solução desses problemas. O artigo do Doutorando pelo PPg [Programa de Pós- Graduação] em Multimeios, departamento de Cinema – DECINE – Unicamp, Bráulio de Britto Neves (2010), intitulado *Imagens-câmera, máquinas lógicas e retóricas documentárias*, trás contribuições significativas, para essa dissertação, ao discutir a importância, dada pelos renascentistas, na representação fiel do real através da utilização de conceitos geométricos que levam a uma sensação visual tridimensional. O autor discute as possibilidades de ganhos significativos na construção daquilo que ele chamou de *maquinas de imagens* e na necessidade humana de associar a retórica às imagens. Suas discussões permeiam as imagens do Renascimento e da contemporaneidade com as facilidades das câmeras, microfones, scanners, computadores e outros. Nota-se a importância da fusão entre as várias ciências, especialmente a Arte e a Matemática, tendo importância política decisória desde os tempos remotos das civilizações até ao tempo presente na arte da retórica. Quando Dürer desenvolveu sua máquina, é possível que sua principal preocupação fosse a de retratar com fidelidade as características físicas e talvez emocionais de seus modelos. Porém os estudos de Neves (2010) podem revelar outras possibilidades.

Embora Dürer tenha alcançado reconhecimento histórico de suas técnicas de desenho e pintura em perspectiva, outro estudioso já havia escrito detalhadamente sobre o tema. Um notável arquiteto italiano chamado Léon Battista Alberti (1404 – 1472) sistematizou a forma de representar figuras planas de objetos em três dimensões em sua obra denominada *De re Aedificatória*. Roberto Silva de Oliveira da Universidade Federal da Bahia, Faculdade de Arquitetura e Urbanismo, em sua dissertação *A cidade e o pensamento político de Leon Battista Alberti no De Re Aedificatória* oferece uma visão geométrica tridimensionalizada da

representação da arquitetura no Renascimento. Essa visão é recorrente nas pinturas desse período histórico em que artistas e matemáticos buscavam a fidelidade na representação do real, nas palavras de Schopenhauer: “O mundo é a minha representação” (2005, I, §13, p.43, apud Oliveira, 2010, p. 71). O tratado de Alberti que influenciou a Geometria e a Pintura ao longo da história foi escrito em 1452, porém só foi publicado após sua morte.

“Léon Battista Alberti (1404 – 1472) foi o primeiro a fornecer uma descrição formal de um sistema de perspectiva, conhecido com *costruzione legittima*, o método é baseado em um pavimento quadriculado em perspectiva. Utilizando o sistema de Alberti, os artistas podiam colocar uma grade ou retícula sobre a planta do objeto e transferir as linhas do objeto para uma retícula similar em perspectiva.” (Oliveira, 2010, p. 52)

Segundo Maia (2011), a primeira versão da máquina de desenhar era mais indicada para a realização de esboços e para aqueles que não estavam certos de seu ofício. A segunda versão atendia as necessidades do detalhamento de retratos e de objetos complexos.

As influências intelectuais, as confluências de ideias das diversas searas do conhecimento e pragmatismo que se instalou em meados do século XV, foram fundamentais para o desenvolvimento das ciências do Renascimento. Artistas como Albrecht Dürer (1471 – 1528), Leonardo da Vinci (1454 – 1519), Michelangelo Buonarroti (1475 – 1564) Rafael Sanzio (1483 – 1520) e outros que se destacaram em outras áreas, com influências diretas ou indiretas da Matemática, em particular da Geometria. Todo o complexo vínculo de conceitos, ideias, hipóteses e os próprios sentimentos heurísticos que permeavam os pensamentos dos intelectuais renascentistas, convergiam em ideias que seriam conhecidas, na contemporaneidade, por vocábulos como: interdisciplinaridade, transdisciplinaridade, multidisciplinaridade, pluridisciplinaridade e, nos termos de Nogueira (1998), até mesmo uma pseudo interdisciplinaridade.

Muito embora possam ser encontradas nesta dissertação, referências sobre a falta de provas factuais de que Leonardo tenha realizado experimentos ao produzir os sólidos geométricos, algumas evidências podem refutar tal hipótese. Maia (2011) traz, em seu artigo, uma pista sobre as influências que as máquinas de desenhar, os estudos de Dürer tiveram sobre as obras de Leonardo. Desta forma, pesquisadores admitem que Leonardo tenha utilizado algum dispositivo para a ilustração da obra *Divina Proportione* do matemático Lucca Pacioli. “(...) não há indícios gráficos que indiquem a implementação de um método de projeção, mas sim, por outro lado, indícios dos defeitos dos próprios sólidos de madeira que terão hipoteticamente servido como modelo” (Maia, 2011, p. 02).

Entre todas as máquinas desenvolvidas por Dürer, o Sportello é aquela que mais remete o pensamento para a natureza demonstrativa de suas metodologias didáticas ao ensinar a arte do desenho através da Ótica e da Geometria. Nesta máquina, notam-se dois homens trabalhando em uníssono para a produção de uma imagem diretamente relacionada com os princípios da geometria linear (Maia, 2011).

Ainda não está totalmente esclarecido se tais máquinas foram construídas, ou tão pouco se elas tinham aplicação didática. Há algumas hipóteses que levam a pensar que as gravuras e xilogravuras seriam uma forma de demonstrar a maneira como o aluno deveria proceder.

“Neste dispositivo os raios visuais irão ser materializados por um fio amovível e orientável em qualquer direção desejada a partir de um ilhó fixo na parede. Tal como podemos observar na gravura (...), o desenho é meticulosamente produzido pelo trabalho articulado de dois operadores: Um que vai definindo os pontos ‘observados’, outro que estabelece as suas coordenadas num plano perpendicular (imaginário) de intersecção estrategicamente colocado.” (Maia, 2011, p. 03)

Em suas considerações e estudos, Maia (2011) discorre sobre outras máquinas de desenhar que eram capazes de revelar os objetos sob outros prismas de visão cônica, em perspectiva. Entre eles, um a que Dürer se refere, exclusivamente, é à prática de desenho de relógios solares. É possível que esta dedicação de Dürer a um tipo tão específico de desenho se justifique pela dificuldade encontrada pelos marinheiros da época em utilizar o relógio solar. Enquanto este instrumento era vastamente utilizado e confiável, no continente, ou terra firme, no mar era quase inútil devido às oscilações produzidas pelas águas dos oceanos.

De entre as elaboradas máquinas de desenhar em perspectiva, Maia (2011) destaca uma gravura produzida em 1682. Segundo ele, esta imponente obra de Engenharia artística e Matemática, atendia satisfatoriamente aos propósitos dos menos afortunados. Assim como na Música a partitura serve para permitir a leitura e execução de notas musicais obedecendo cegamente, ou não, a um determinado padrão de sinais, a máquina serve para traduzir a perspectiva de Vignola, que obrigava os operadores a olhar ponto a ponto a imagem como um todo. Embora este procedimento pudesse exigir grande despêndio de tempo dos operadores, “(...) este dispositivo grande, maciço e pesado, manifesta e celebra a enorme confiança que nesta época era depositada na tecnologia, como um meio de ‘captura’ da realidade visível” (Maia, 2011, p. 12). Ainda, segundo o autor, esta máquina representa um grande avanço tecnológico na área da Geometria aplicada e a considera uma consagração tecnológica dos princípios geométricos da perspectiva linear. Maia (2011) observa a semelhança desta com o *sportello* de Dürer e apresenta os detalhes de sua operação:

“Com o ‘perspectógrafo’ de Vignola, o desenho, à semelhança do *sportello* de Dürer, é conseguido pelo trabalho articulado de dois operadores. O primeiro, o “observador”, usando como referência a graduação das duas travessas perpendiculares, dita as coordenadas verticais e horizontais de cada ponto observado, ao passo que o segundo, o “desenhador”, regista a informação, usando como referência uma quadrícula equivalente previamente representada na folha de desenho. Embora a gravura não o evidencie, o indivíduo que manobra a máquina teria de encostar a cara à mira, de forma a garantir uma observação constante e sempre a partir do mesmo ponto. O “desenhador”, embora o vejamos junto à máquina numa atitude suspensa, poderia, de facto, estar em qualquer lugar, desde que pudesse escutar as indicações do primeiro. O “observador” disponibiliza o olho, mas não tem acesso visual ao desenho, ao passo que o segundo executa manualmente o desenho, mas não tem acesso visual ao modelo, pelo menos do mesmo ponto de vista do primeiro.” (Maia, 2011, p. 12)

Outro dispositivo de desenho que é encontrado na história das representações de imagens, data de 384 – 322, por Aristóteles. Ele observou imagens invertidas refletidas nas folhas de uma árvore durante um eclipse solar semioculto. Outros cientistas, ao longo dos séculos, também fizeram observações similares chegando a descrever alguns tratados detalhados sobre este fenômeno natural. Leonardo da Vinci foi um desses observadores. Grandes câmaras escuras passaram então a ser utilizadas para a reprodução de imagens.

Quando o fenômeno ótico atravessa o orifício da caixa de madeira produz uma imagem invertida na tela quadriculada que era marcada pelo artista dentro da estrutura. Embora dispendioso, este processo se mostrou eficaz e perdurou durante anos até o advento da câmera moderna de captura de imagem.

Munido de vasta experiência pictórica e matemática adquiridas em suas viagens e suas experiências profissionais, Dürer lança-se em trabalhos monumentais, por exemplo, a pintura em óleo sobre madeira intitulada *Adoração da Santíssima Trindade* (1511), com grande número de personagens históricos religiosos do antigo testamento reunidos em duas formas geométricas, de fácil reconhecimento, que harmoniza ângulos retos, quadrado e circunferência, da mesma forma que fizera Rafael nos frescos de Stanze do Vaticano. Os conhecimentos de Dürer pautados pela Geometria aplicada à Pintura permitiram-lhe produzir pinturas e gravuras que elevaram seu nome no clero, na nobreza e também admirados pelos camponeses. Em sua xilogravura intitulada *São Gerônimo em seu estúdio*, de 1514, nota-se o domínio técnico geométrico do artista nas linhas retas paralelas com um ponto de fuga por toda a obra.

Seus cuidados com a Geometria Euclidiana, reflectida na perspectiva dos corpos circulares também podem ser notados no chapéu pendurado na parede; no arco da janela e nas capas dos livros abaixo dela; na estrutura que aparenta ser uma abóbora pendurada no teto; na

ampulheta ao lado do chapéu e em diversos outros componentes da obra. Embora a obra chamada *São Gerônimo em seu estúdio*, possa ser uma boa representação das técnicas geométricas de Dürer, aquela que mais prende o espectador à Geometria, e à Matemática em si, é a obra intitulada *Melancolia I*. Foi produzida em 1514 e mede 239 x 168 mm e encontra-se hoje em Paris na Bibliothèque Nationale. Segundo Andréia de Freitas Rodrigues, aluna da Universidade Federal de Juiz de Fora, no Brasil, o quadro tem sido fonte de pesquisa para estudiosos de áreas como a filosofia, medicina, arte, história e outras. Em sua dissertação, Rodrigues discute questões que abordam a “relação complexa e ativa aos acontecimentos da história circundante, pensando em sua análise iconográfica como um instrumento de reconstrução do indivíduo, do ambiente da história geral” (Rodrigues, 2009, p. 38). Nota-se, na obra, uma exuberância de elementos geométricos e matemáticos a ponto de ser possível torná-la tema de proximidade entre os pintores do Renascimento e os elementos geométricos. Embora não se trate de uma pintura mas de uma xilogravura, Dürer deixa claro suas intenções matemáticas e geométricas por toda a sua obra. Mesmo que se observe que:

“...todos os elementos da obra possuem significados simbólicos atribuídos conscientemente pelo artista e constroem um espaço plástico denso, fortemente marcado pelo neoplatonismo, a religiosidade medieval e a revolução da fé promovida pelo luteranismo.” (Rodrigues, 2009, p. 40)

Rodrigues (2009) presume que o sino localizado acima da cabeça da *Melancolia* representa a Aritmética e a Música. O arco-íris, ao fundo, é representado por um semi círculo perfeito, dentro do qual se nota o ponto de fuga representado por um cometa, que simboliza a Astronomia, e o arco que traz o nome da própria obra. Na escada, contam-se sete degraus. Desde o mais alto, em que somente uma pequena parte aparece atrás da parede da construção, até ao mais baixo que também é quase completamente ocultado pelo poliedro, cada um deles tem sua representação dentro dos conhecimentos físicos e químicos. Segundo Rodrigues, esta é “outra característica comum do simbolismo alquímico, onde cada degrau representa um dos sete metais e cada um dos corpos celestes associados (Rodrigues, 2009, p.77). Ainda nas palavras de Rodrigues, O grande poliedro que ocupa a região central da xilogravura faz:

“...referência à geometria descritiva cuja função principal era a construção matemática e perspectiva das figuras de faces múltiplas. Sendo o quadrado representação da terra e o círculo uma imagem do céu, o octógono é considerado como uma figura capaz de unir ambos.” (Rodrigues, 2009, p.77)

A esfera, presença frequente na pintura do Renascimento também é utilizada por Dürer nesta e em outras obras. Suas propriedades geométricas, assim como os demais elementos da Geometria, permitem vastas discussões como: área e volume; calota e segmento

esférico; fuso e cunha; equação da esfera; ponto médio; raio; diâmetro e outros conceitos e postulados. Tanto o compasso, nas mãos do anjo, quanto o quadrado mágico esculpido, em alto relevo na parede, logo acima de sua asa, constituem referências diretas à Geometria e a Matemática, consecutivamente.

Segundo Flores (2007) em seu trabalho *Teoria e representação geométrica na obra de Albrecht Dürer: um ensino de matemática para pintores e artesão*, publicado pela Revista Iberoamericana de Educación Matemática: Unión, Dürer tinha dois públicos bastante distintos entre seus leitores: os artistas e os matemáticos. Ela conta que suas traduções da terminologia geométrica do período do Renascimento Europeu, especificamente o italiano, se pautava por palavras de fácil compreensão e que se aproximavam de imagens reais do leitor. O próprio formato com qual o público contemporâneo se habituou a observar as figuras de um texto, tem influência direta de Dürer. Para Flores (2007, p. 09), “(...) Diferentes dos textos do final do século XV, em que as figuras apareciam na margem, Dürer as incorpora no meio da página, entre os textos, fazendo o leitor interagir entre a imagem e o escrito, pontualmente”. Partindo dessa premissa, a questão das figuras pode ser considerada didaticamente importante para a aprendizagem dos saberes matemáticos (Flores, 2007, p. 10). Então, torna-se possível admitir um novo pensamento que busque novos processos cognitivos visando maior valorização do empirismo e uma possível ruptura com alguns paradigmas da Educação.

CAPÍTULO III: METODOLOGIA

*Não há, na natureza, nada suficientemente pequeno ou insignificante que não mereça ser visto pelo olho da geometria: há sim, uma 'agradável geometria das criações da natureza'.
Difícilmente encontraremos algo que não se possa relacionar com a geometria*

Leonardo da Vinci

3.1. OBJETIVOS

3.1.1. Geral

Analisar o papel da Geometria utilizada nas pinturas do período do Renascimento e as possibilidades de utilizá-las como instrumento pedagógico de ensino para os alunos do Curso de Licenciatura em Matemática.

3.1.2. Específicos

A partir do objetivo geral de estudo, apresentam-se os objetivos específicos para desenvolver os estudos:

- Conhecer teorias que convergem na prática da interdisciplinaridade nos saberes matemáticos;
- Mapear a geometria espacial em pinturas do período da Renascença;
- Analisar os conhecimentos dos estudantes, do curso de Licenciatura em Matemática, quanto às relações da Geometria com a pintura do período do Renascimento.
- Discutir as possibilidades da utilização dos procedimentos geométricos utilizados nas pinturas no período do Renascimento nas aulas de Matemática.

3.2. HIPÓTESES

- Os estudantes do curso de Licenciatura em Matemática desconhecem as relações geométricas existentes entre as pinturas renascentistas e geometria espacial.

3.3. TIPO DE ESTUDO

Para coletar os dados necessários a esta investigação, de caráter qualitativo exploratório, foram exploradas bibliografias de autores que discutem a Matemática desenvolvida no período do Renascimento e que fora utilizada de forma gráfica nas pinturas do citado período histórico. Dado o momento desse estudo optou-se, a priori, pelo instrumento qualitativo exploratório, de investigação, por dois motivos: primeiro, por se tratarem de procedimentos didáticos particulares como geradores de um resultado observado dentro de fenômenos sociais de uma região específica de um estado brasileiro também

específico; segundo por ser uma exigência acadêmica. De acordo com Brandão, (2002), trata-se de selecionar os instrumentos de pesquisa em consonância com os problemas que se deseja investigar.

Consciente do risco de se parecer dúbio e confuso quanto aos métodos quantitativo, qualitativo, ou ainda, um estudo de caso, recorreu-se a Bourdieu (1992 apud Brandão 2002): quanto a escolha de um ‘método’ por não ser capaz de trabalhar com outro e não por uma exigência do problema a investigar. Logo, sem a intenção de parecer arrogante e assumindo a condição de aprendiz, pretendeu-se utilizar estratégias e ferramentas que melhor se enquadrassem nas exigências da investigação do problema. A forma na qual foram apresentados os resultados, desses estudos, pautaram-se em relatórios descritivos dos procedimentos realizados em cada instituição particular de ensino. Faz-se necessário, também, a divisão em capítulos que discutiram cada um dos objetivos específicos.

Pautando-se nas palavras de D’Ambrosio (1996) este estudo apresenta características de um estudo de caso uma vez que se foca uma comunidade específica do Vale do Paraíba, no estado de São Paulo Brasil. Neste caso, a busca foi por observar as ferramentas e o desempenho de professores e de estudantes, consecutivamente, inseridos na complexidade de um contexto de ensino aprendizagem, onde, segundo Ludke & André (1986), uma unidade pode contribuir para os estudos de sistema maior e mais amplo de um caso generalizado.

3.3.1. Método escolhido: estudo de caso

Um estudo de caso busca possibilidades de respostas para questões específicas e pode também propor soluções.

Um caso específico, geralmente, está relacionado com um tema maior e mais complexo de um problema. A observação *in lócus*, entrevistas e questionários direcionados aos indivíduos ligados direta ou indiretamente ao problema, são ferramentas importantes para compor o raciocínio crítico e argumentativo durante a pesquisa em si. De acordo com Yin um estudo de caso ancora-se na “[...] capacidade de lidar com uma completa variedade de evidências – documentos, artefatos, entrevistas e observações” (Yin, 1989, p. 19), nas quais estão pautadas as discussões dessa dissertação de caráter qualiquantitativos de pesquisa, que direcionou seus estudos para a geometria espacial da pintura renascentista e suas interações com o ensino acadêmico em cidades do Vale do Paraíba – SP.

3.4. LOCUS DA PESQUISA

A presente pesquisa foi realizada na cidade São José dos Campos pertencente à Mesorregião do Vale do Paraíba Paulista e é sede da Região Metropolitana do Vale do Paraíba e Litoral Norte (Figura 17).

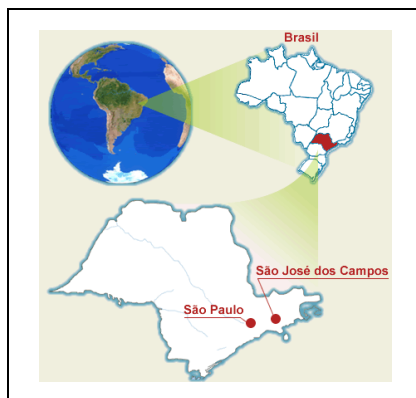


Figura 17. Vale do Paraíba paulista

Localizada a 646 metros de altitude e, aproximadamente, 94 km no Leste da capital, São Paulo. Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) a cidade conta com 673. 255 habitantes (senso 2013) e tem uma área de 1.099.409 Km². Ocupa a 28ª posição entre as maiores cidades do país; 7ª posição entre as maiores cidades do estado de São Paulo e a 2ª posição entre as maiores cidade do interior do país. Tornou-se cidade por volta de 1864 e teve seu primeiro destaque em 1935 quando foi transformada em Estância hidromineral para tratamento de tuberculose. Na década de 40 passou a ser conhecida pela implementação do polo industrial da região. Na década de 50, a implantação do Centro de Técnico de Aeronáutica (CTA) e a construção da Rodovia Presidente Dutra, importante rodovia federal, que liga as cidades de São Paulo e Rio de Janeiro, trouxe ainda mais oportunidades de crescimento para a cidade e toda a região. Hoje conta com grandes montadoras automobilísticas, importantes universidades particulares, uma Unidade Federal (UNIFESP) e com o Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA) além da presença de grandes centros de consumo como shoppings e representantes de grandes redes de supermercados e abriga o aeroporto internacional Professor Urbano Ernesto Stumpt. O município conta com escolas das redes municipal, estadual, particular. Quanto à rede municipal, é responsável pelo atendimento de cerca de 60 (Sessenta) mil alunos distribuídos nas 149 (cento e quarenta e nove) escolas de Ensino Infantil, Fundamental e Educação de Jovens e Adultos (EJA). A rede

estadual de escolas públicas conta com 78 (setenta e oito) escolas dos Ensinos Fundamental e Médio, das quais 04 (quatro) são rurais. São cerca de 62.280 alunos.

Decidiu-se por universidades com cursos de Licenciatura em Matemática pelo fato de serem esses os próximos professores dos alunos de Ensino Médio e Ensino Fundamental, nos quais se encontram os mais baixos índices de aprendizagem.

Os resultados da Prova Brasil/Saeb (Sistema de Avaliação da Educação Básica) mostram que, em 2011, apenas 10,3% dos alunos de ensino médio atenderam as expectativas de aprendizagem em Matemáticas. “Não é de estranhar que o rendimento esteja cada vez mais baixo, em todos os níveis” (D, Ambrósio, 2010, p 59).

A escolha pela Universidade do Vale do Paraíba (UNIVAP) na cidade de São José dos Campos e pela Universidade de Taubaté (UNITAU) na cidade de Taubaté, se deu pelo fato de serem umas das poucas instituições do Vale do Paraíba que ainda mantêm abertos os cursos de formadores de professores de Matemática.

3.4.1. Sujeitos da pesquisa

Colaboraram com este estudo, através de entrevista, 5 (cinco) professores que representam uma amostra do universo docente. Também foram aplicados questionários a 56 (cinquenta e seis) alunos que, embora represente uma amostra, configuram aproximadamente 85% dos estudantes dessas instituições.

Uma vez que a procura pelo curso tem diminuído, o número de profissionais formados em Matemática é proporcionalmente menor. Os critérios para a escolha dos professores participantes foram: o interesse pedagógico em conhecer o caráter associativo entre as duas áreas em questão; o desejo pessoal no acompanhamento dessa pesquisa e a disponibilidade de participar em caráter colaborativo.

Os alunos envolvidos foram estimulados pelos professores e coordenadores a apoiar a pesquisa devido ao seu caráter inédito, dentro das universidades, e a oportunidade de fazer parte de um procedimento que lhes seria útil em seu futuro acadêmico e profissional.

3.5. INSTRUMENTOS DE PESQUISA

Os dados dessa investigação foram obtidos através de questionários e entrevistas semiestruturados.

3.5.1. Questionários

Os questionários são instrumentos de investigação muito utilizados nas várias áreas do conhecimento. Essa forma de coleta de informações se mostra muito eficaz porque possibilita o acesso às informações necessárias para uma investigação empírica. Trata-se de “um conjunto de questões sistematicamente articuladas” (Severino, 2007, p. 125). Entre suas aplicações acadêmicas e mercadológicas, Parasuraman (1991) afirma que um questionário compreende uma série de questões que foram pensadas para produzir respostas relacionadas a um problema que gerou a investigação. Ainda que o questionário não apresente, claramente, as respostas e soluções, ele pode apontar para uma possibilidade de solução da situação que gerou a investigação. Segundo Parasuraman (1991) não há um padrão na elaboração de questionários desde que suas perguntas e reflexões não se apresentem como tendenciosas. Afinal, uma pesquisa procura refletir as características de um grande número de pessoas, de uma maneira rápida, eficiente e econômica (Laville e Dianne, 1999).

O questionário utilizado em nossa dissertação foi elaborado por Paiva (2002) para delinear o cenário atual da utilização das tecnologias de informação e comunicação pelos docentes portugueses e é utilizado por diversos pesquisadores para realização de suas pesquisas. Seu questionário tem sido adaptado às diferentes populações estudadas, com variados objetivos de pesquisa. Então, considerando este questionário de levantamentos, ponderou-se sua utilização como instrumento de investigação empírica e aplicado com foco no contexto do ensino e da aprendizagem nos cursos de Licenciatura em Matemática nas cidades de São José dos Campos e de Taubaté, no Estado de São Paulo. Na busca pelas respostas aos questionamentos dessa investigação, houve a necessidade de modificações nos questionários, com adaptações pertinentes à realidade da educação brasileira de nível superior. Com base na revisão da literatura, utilizada nesta dissertação, foi necessária a readequação da linguagem utilizada no questionário original para uma linguagem específica do curso de Licenciatura em Matemática.

3.5.1.1. Adaptação dos questionários

Antes das adaptações e aplicações dos questionários foi solicitado, por correio eletrônico, junto à autora, Jacinta Paiva (Apêndice I), a devida autorização para utilização e modificações para fins aplicáveis nessa dissertação.

O questionário que foi dirigido aos alunos do curso de Licenciatura em Matemática busca investigar se eles têm algum conhecimento quanto às relações entre geometria e

pintura, bem como onde o aluno obteve tais informações. Este questionário é composto por 18 questões fechadas e três questões semiabertas, totalizando 21 questões para os alunos (Apêndice II).

Quadro 1. Descrição das variáveis do questionário adaptado aplicado aos discentes.

A1	Gênero.
A2	Idade.
A3	Instituição e modelo que você cursou seu Ensino Médio.
A4	Se já iniciou e parou ou concluiu outro curso universitário.
A5	Motivo da escolha do curso universitário.
A6	Assinalar opções nas quais a Matemática está presente e desconsiderar as questões financeiras e monetárias que as envolvessem.
A7	Definição de um bom professor de Matemática.
A8	O contato cotidiano com os professores e suas futuras práticas profissionais.
A9	Opinião pessoal quanto a contextualização histórica e as relações da Matemática com a Arte observados nos conceitos geométricos utilizados nas pinturas do período da Renascença e a potencialização dos seus interesses pela Matemática.
A10	Observação das relações entre a Matemática e a Arte e as possibilidades de prejuízo no aprofundamento dos estudos dos conteúdos matemáticos exigidos no curso no qual está matriculado.
A11	A correlação entre as disciplinas – Matemática e Arte – à luz do contexto histórico do período renascentista e as possibilidades de despertar sua curiosidade.
A12	Importância das relações entre: Geometria e pinturas Renascentistas.
A13	Possíveis implicações pedagógicas caso o professor discuta as relações entre a Geometria e as pinturas renascentistas.
A14	Se a falta de conhecimento entre as relações da Matemática, e suas utilizações nas Artes, poderiam caracterizar um indicador de despreço dos matemáticos pelas Artes.
A15	Quanto as modalidades artísticas relacionadas, assinalar aquelas que mais despertam interesse e quais se dedicaria, ou já se dedica.
A16	Se considera que haja algum tipo de resistência pré-conceitual dos estudantes e dos professores das exatas com as artes.
A17	Se já teve alguma aula em que o professor utilizou pinturas renascentistas durante suas aulas de Geometria.
A18	No caso de resposta positiva, como o professor exibiu a pintura.
A19	Se já teve acesso a algum material como: livro, revista, vídeo e outros que tratasse das relações entre Geometria e pintura.
A20	Se já teve acesso a algum material como: livro, revista, vídeo e outros que tratasse das relações entre Matemática e Arte.
A21	Se gostaria de ter aulas que discutissem as relações entre as pinturas do Período do Renascimento no ensino da Geometria.

3.5.2. Entrevista

Decidiu-se utilizar como instrumento de pesquisa uma entrevista semiestruturada na coleta dos dados com os professores dos cursos de Licenciatura em Matemática. Tal instrumento de pesquisa permite que o entrevistado exponha suas ideias e valores ao mesmo tempo em que elabora suas reflexões. O procedimento foi realizado de maneira informal partindo de um esquema básico de entrevista, não aplicado rigidamente, consentindo, assim, adaptações necessárias. Tal estratégia favorece a coleta imediata das informações desejadas (Lüdke; André, 1986).

Ao pensar na entrevista semiestruturada é necessário que entrevistador esteja atento para que as respostas e considerações mantenham as características do entrevistado. Segundo Barbosa (1998) uma entrevista apresenta pontos fortes e pontos fracos. Segundo o autor, um ponto fraco é a possibilidade de a entrevista apresentar características tanto do entrevistador quanto do entrevistado. Para atenuar tais características é necessário treinamento. Afinal, o que interessa são as considerações e hipóteses do entrevistado que se apoiam em seus próprios conhecimentos empíricos e suas próprias teorias. Ainda sobre os cuidados a serem tomados pelo entrevistador, Trivinõs (1987) diz que os dados coletados do informante podem surgir de maneira espontânea partindo das experiências do entrevistado.

Com esse recurso metodológico buscou-se observar os conhecimentos prévios dos professores dos Cursos de Licenciatura em Matemática quanto à geometria utilizada na pintura do período do Renascimento. Observou-se, ainda, se havia a possibilidade de incluir, em sua instituição, uma nova metodologia de ensino da geometria utilizando-se dos princípios geométricos aplicados pelos artistas renascentistas e se haveria resistência por parte dos colegas de trabalho, de sua unidade, na utilização de tal estratégia de ensino.

Por possibilitar a expressão do pensamento dos entrevistados, de seus discursos e permitir ao pesquisador a compreensão do pensamento, as questões adotadas nesse procedimento tornam-se adequadas. Os questionamentos que constituíram as entrevistas referiam-se à: identificação pessoal e profissional dos professores, bem como seus conhecimentos relacionados com a geometria utilizada na pintura do Renascimento e suas interações com o ensino acadêmico; oferta de capacitações para utilização de novas propostas didáticas; importância da interação do professor com as metodologias de ensino da geometria utilizando pinturas renascentistas. Foi elaborado um guião de entrevista utilizado durante o procedimento de coleta dos discursos (Apêndice III).

Quadro 2. Descrição das categorias de entrevista aplicada aos professores do curso de Licenciatura em Matemática

C1	Identificação do Entrevistado: idade, gênero, tempo de formação e tempo de função.
C2	Conhecimentos acerca das técnicas matemáticas utilizadas na pintura.
C3	Disponibilidade da interdisciplinaridade entre as áreas: Arte e a Matemática para os professores:
C4	Material bibliográfico e/ou virtual de Matemática no contexto das Artes sob o foco educativo
C5	Importância da interação dos professores de Matemática com as Pinturas do período do Renascimento Considerações que o entrevistado julgar relevantes.

Inicialmente procedeu-se à apresentação pessoal e profissional de ambas as partes, seguida da solicitação para gravação da entrevista, garantindo o anonimato da Instituição e do entrevistado, como sugere Szymanski (apud Pinto, 2010, p. 59) “fornecendo dados sobre sua própria pessoa, sua instituição de origem e qual o tema de sua pesquisa”.

Após esta etapa inicial, seguiu-se um período de aquecimento, objetivando estabelecer um tom mais informal, um clima de empatia, de confiabilidade, pois, segundo Rosa e Arnoldi (apud Pinto, 2010, p. 60), só assim “ocorrerá fidelidade e sinceridade nas respostas”.

Os entrevistados foram estimulados a falar livremente enquanto o entrevistador permaneceu em silêncio e atento às considerações do entrevistado, assim como sugere Bourdieu & Darbel (1996). Nos momentos em que o assunto foi, involuntariamente, desviado para outras áreas de conhecimento do entrevistado, uma nova questão foi apresentada pelo entrevistador a fim de redirecionar o entrevistado ao foco da entrevista.

Depois de realizadas as entrevistas com os professores das duas Universidades colaboradoras, suas respostas foram digitadas e, tanto suas identidades quanto as instituições de ensino as quais representam, mantidas no anonimato como sugere Gibbs (2009). Os entrevistados foram identificados apenas pela letra “P” de professor, seguido do número 1 (um), para o primeiro entrevistado, 2 (dois) para o segundo entrevistado e assim sucessivamente.

Durante a digitação das entrevistas foram retirados eventuais vícios de linguagem; repetições de palavras; gírias; expressões regionais entre outros caracteres que são desnecessárias em uma transcrição de entrevista. Houve, porém, o cuidado com a legitimidade do pensamento do entrevistado, assim como alerta Bourdieu & Darbel (1996).

3.6. PROCEDIMENTOS DA PESQUISA

Os procedimentos da pesquisa iniciaram-se com os primeiros contatos com todas as universidades da Região. Duas delas informaram que o curso de Licenciatura em Matemática havia se encerrado devido baixo número de interessados; uma delas não respondeu a nenhuma das tentativas de contato e duas responderam prontamente e mostraram disponibilidade em participar desta pesquisa. Atendendo aos princípios básicos da resolução Nº196, de 10 de outubro de 1996, do Ministério da Saúde – Conselho Nacional de Saúde, que ampara os seres humanos nas questões éticas de uma pesquisa, foram tomados os devidos cuidados quanto aos esclarecimentos dos envolvidos.

Na sequência, um e-mail foi enviado aos responsáveis de cada instituição contendo especificações da pesquisa quanto ao projeto de pesquisa: a metodologia a ser empregada; os objetivos da pesquisa; a problemática e os indivíduos envolvidos. Após ao recebimento das autorizações para a realização do presente estudo, foram feitos os agendamentos de datas e horários para realização dos trabalhos (Apêndice V).

Os questionários dirigidos aos alunos foram entregues aos coordenadores do Curso de licenciatura em Matemática para análise. Os alunos demoraram cerca de 35 (trinta e cinco) minutos para responderem ao questionário enquanto cada entrevista levou de cerca de 50 (cinquenta) minutos.

3.7. ANÁLISE DOS DADOS

3.7.1. Instrumento de análise dos dados quantitativos

A uniformização das questões neste questionário facilitaram a compilação e análise dos dados proporcionando maior precisão e confiabilidade aos resultados. Para Laville & Dionne (1999) esse procedimento garante que cada indivíduo acompanhe a ordem das questões e das opções de respostas preservando as características individuais de cada participante.

Os colaboradores desta etapa de nossa pesquisa somaram 56 (cinquenta e seis) alunos do curso de Licenciatura em Matemática, somando-se as duas Universidades. Cada aluno respondeu 21 (vinte e uma) questões. A multiplicação do número de questões com o número de alunos totalizou 1176 (mil cento e setenta e seis) respostas. Este valor foi considerado suficiente para um trabalho quantitativo na análise dos dados obtidos, por ser adequado a esta

proposta de investigação. Para Richardson (2010) a aplicação de um questionário, com questões relacionadas entre si, possibilita a caracterização de um grupo de indivíduos além de facilitar a organização das respostas no momento de compilação para obtenção do resultado final.

As alternativas em cada questão não apresentavam respostas certas ou erradas, mas, alternativas que melhor representassem a realidade de cada aluno. Informar os participantes quanto a este fato foi de crucial importância para deixá-los mais relaxados. Com essa condição emocional dos alunos foi possível a obtenção de respostas mais claras, responsáveis e sinceras.

Quanto à análise dos dados da pesquisa foi constituída uma base de informações coletadas a partir dos questionários dos alunos, posteriormente tratada no *software* SPSS (Statistical Package for the Social Sciences) versão 13.0. A partir da descrição dos perfis, conhecimentos e opiniões dos alunos foram calculadas as frequências simples e relativas de suas respostas. Para Dante (2011) a frequência simples é o número de repetições de um valor individual ou de uma classe de valores de uma variável. Quanto à frequência relativa, Paiva (2013) define com o quociente entre a frequência absoluta e número total observado.

3.7.2. Instrumento de análise dos dados qualitativos

Para a análise dos dados qualitativos obtidos através das entrevistas, foi utilizada a prática da Análise de Discurso (AD), a fim de analisar as construções ideológicas presentes nos discursos dos professores dos cursos de Licenciatura em Matemática nas Instituições de Ensino Superior do Vale do Paraíba no estado de São Paulo, BR.

Nesta etapa desta pesquisa houve o cuidado de valorizar o discurso sob a orientação de Hart (2007) que chama a atenção para os cuidados com as questões qualitativas de uma pesquisa. Segundo o autor as respostas são influenciadas, não só pelos conhecimentos, mas também pela valorização que tem de um universo de conhecimentos.

Na busca pela compreensão da AD, houve a necessidade de conhecer o significado de cada uma das duas palavras separadamente e o significado de ambas quando expressas em conjunto. Sendo assim a busca pelos termos nos dicionários da Língua Portuguesa, falada no Brasil, foi indispensável. Segundo Magno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa (1995), análise significa: exame minucioso e detalhado de uma coisa, em cada uma de suas partes, para que se conheça sua natureza ou constituição. No Dicionário Brasileiro Globo (1993), análise é definida por: decomposição de um todo em seus elementos; exame minucioso de

cada uma das partes de um todo; processo por meio do qual se sabe dos efeitos às causas; a álgebra; estudo crítico de uma obra, entre outras. Quanto ao termo discurso os dicionários consultados trazem: Magno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa (1995) – 1. Raciocínio; prática; oração; espaço de tempo; conjunto de frases pronunciadas em público ou escritas, para serem lidas em público; arrazoando. 2. Tudo quanto se transmite, através de palavra em declamação completa. A composição necessária para que seja exposto o pensamento. Dicionário Brasileiro Globo (1993): conjunto de frases pronunciadas em público ou escritas, para serem lidas em público; arrazoando; oração. Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa (2007) encontra-se: Discurso: 1. Método de pensamento voltado para a compreensão ou explicação de qualquer fenômeno de natureza complexa, formulado inicialmente pela filosofia e largamente empregado pela ciência, que consiste em reduzir uma realidade intrincada, de difíceis apreensões globais, em seus elementos ou componentes básicos e simples. 2. Exame, processo ou método com que se descreve, caracteriza e compreende algo (um texto, uma obra de arte etc.), para proporcionar uma avaliação crítica do mesmo. 3. Estudo pormenorizado de cada parte de um todo, para conhecer melhor sua natureza, suas funções, relações, causas etc. 4. Separação de um todo em seus elementos ou partes componentes.

Na página InfoEscola encontra-se uma definição da AD que vai ao encontro dos propósitos desta dissertação por tratar de uma análise estética do discurso. Nesse modelo de análise o indivíduo é interpelado através de sua sensibilidade por meio de imagens que estejam ligadas a um contexto. Cada pessoa aguça seus sentidos e define sua sensibilidade a partir daquilo que lhe é mais importante. Desta forma o discurso estético pode ter o mesmo potencial ideológico que o discurso escrito ou verbalizado.

Para Gomes (2000) o discurso não é apenas um instrumento que facilita a observação de fenômeno estudado. Com o propósito de analisar cuidadosamente o conjunto de ideias e conceito apresentados pelos professores do curso de Licenciatura em Matemática de universidades particulares de São José dos Campos e Taubaté, São Paulo, utilizou-se o método da Análise do Discurso (AD).

Dentre os diversos conceitos de discurso pode-se estabelecer a existência de um conjunto de ideias declaradas verbalmente, ditas a fim de esclarecer um ponto de vista ou um conceito. Para o filósofo francês Paul Ricoeur discurso é “uma tentativa incessantemente renovada para exprimir integralmente o pensável e o dizível de nossa experiência” (Ricoeur, 1978, p. 79).

Então, o discurso pode também ser visto como uma série de enunciados com determinados significados que expõe, de maneira formal, um modo de pensar e de agir em determinadas circunstâncias.

“[...] certamente os discursos são feitos de signos; mas o que fazem é mais que utilizar esses signos para designar coisas. É esse mais que os torna irreduzíveis à língua e ao ato da fala. É esse “mais” que é preciso fazer aparecer e que é preciso descrever.” (Foucault, 1986, p. 56).

O discurso está intimamente conectado às práticas sociais e os valores daquele que o profere. Pode ser visto como uma extensão de sua filosofia de vida, de existência e de valores morais. Muitos motivos levam o locutor a um determinado discurso: seus conhecimentos históricos; suas convicções; suas dúvidas, enfim. Trata-se das interpretações dos sinais que cada indivíduo vê, interpreta e elabora em busca de um conceito que o satisfaça.

“O primeiro motivo condena a análise histórica do discurso a ser busca e repetição de uma origem que escapa a toda determinação histórica; o outro a destina ser interpretação ou escuta de um já dito que seria, ao mesmo tempo um não-dito.” (Foucault, 1969, p. 28).

Segundo Maingueneau (2001) as interpretações discursivas podem variar devido a sua complexidade e a maneira que as ideias interagem entre si, compondo, assim uma nova formação discursiva, bem como novos discursos. A interpretação das palavras merece destaque especial, uma vez que elas não apresentam um único sentido podendo variar de acordo com a linguagem física e entonação apresentada pelo interlocutor. O mesmo movimento de ideias, conceitos e discursos também é discutido por Pinto (2010) ao falar sobre a mudança de sentido das palavras e sobre a transformação que os vocábulos vêm sofrendo ao longo da História.

O estudo sobre o significado dos termos análise e discurso, bem como do conceito da Análise do Discurso foi de grande importância nesta fase desta pesquisa. À luz de tais conhecimentos, os temas recorrentes e importantes para esta pesquisa foram categorizados e analisados com a maior fidelidade possível a partir dos discursos dos entrevistados. Esse procedimento de análise demonstra-se importante por se tratar da “análise dos modos pelos quais os seres humanos experimentam o mundo” (Hart, 2007, p. 16).

Ao discorrer sobre discurso, Szymansky (2001) diz que as ideias e conceitos verbalizados durante uma entrevista é uma das formas com as quais o indivíduo vê o mundo e transmite aos outros a sua forma de vê-lo. Consequentemente esse fenômeno ocorre também entre entrevistador e entrevistado em um momento de grande interação entre ambos, “na qual estão em jogo as percepções do outro e de si, expectativas, sentimentos, preconceitos,

interpretações e constituição de sentido para os protagonistas entrevistador/es e entrevistado/s” (Szymansky, 2001, p. 195). Segundo a autora, o indivíduo que entrevista processa uma série de informações e conhecimentos para buscar informações úteis para seu tema, ao mesmo tempo em que cria uma relação de confiança e credibilidade frente ao discurso do entrevistado. Dessa forma, aquele que responde as perguntas não está sendo avaliado ou testado, mas passa a ser um membro ativo da pesquisa.

“A concordância em participar, como “informante”, de uma pesquisa, já é indicador também de uma intencionalidade por parte do entrevistado – pelo menos a de ser ouvido, acreditado e considerado, o que caracteriza o caráter ativo de sua participação enquanto desenvolvimento de modos de influenciar o/a interlocutor/a.” (Szymansky, 2001, p. 195).

A opção por esta técnica ocorreu devido ao fato dela não estar limitada a busca de dados informativos, mas, também porque essa prática abre possibilidades de eventuais interpretações provenientes, dos discursos dos entrevistados. Podem-se observar os sentimentos expressos nos gestos, no olhar e até o silêncio dos interlocutores há que ser considerado (Orlandi, 2009). A luz de uma visão mais racional pode-se pensar no discurso como “um conjunto de enunciados, na medida em que se apoiem na mesma formação discursiva; ele é constituído de um número limitado de enunciados, para os quais podemos definir um conjunto de condições de existência (...)” (Foucault, 1960, p. 135-136).

A partir das noções adquiridas sobre a Análise do Discurso, foi possível considerar em nossa pesquisa fatores como: *corpus*; formações discursivas; condições de produção do discurso e silêncio.

Examinando, cuidadosamente, o discurso dos entrevistados foi possível identificar os termos mais usados, os quais estruturaram o *corpus* desta pesquisa.

Ao que se pode notar, a formação discursiva surge de uma ideologia já existente no hall de conhecimento de um indivíduo. No momento em que tais conhecimentos são acessados e discursados ele ganha um novo aspecto adaptado e melhorado em relação ao que antes havia sido pensado. Para Orlandi (1988) é através da formação discursiva que se estabelece o verdadeiro saber o qual pode ser processado a partir de um conjunto de ideologias que são revistas e julgadas pelo próprio indivíduo que as classifica para serem reformuladas ou excluídas.

Dessa forma todo discurso tem fundamento ideológico em outros discursos preexistentes, o interdiscurso, que produz efeitos em novos discursos. Para Orlandi (1942) a formação discursiva é fluida e supera fronteiras enquanto é formada nas contradições, tanto daquilo que se fala quanto daquilo que não se fala.

Sanches, Antonio Messa. Contemplando a Matemática: a geometria espacial da pintura renascentista e suas interações com o ensino acadêmico.

Analisar o discurso dos entrevistados fundamentou o desenvolvimento desta etapa desta pesquisa, onde os resultados obtidos foram estruturados a partir de entrevistas semiestruturadas estabelecidas pelo guião de entrevistas.

CAPÍTULO IV: APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

*Você nunca sabe que resultados virão de sua ação.
Mas se você não fizer nada, não existirão resultados.*

Mahatma Gandhi

4.1. ABORDAGEM QUANTITATIVA

4.1.1. Metodologia

As tabelas e gráficos que se seguem foram construídos a partir da análise dos dados de uma planilha eletrônica do Microsoft Excel o qual foi exportado para o software SPSS onde foi realizada a análise. Na avaliação do perfil do aluno, do motivo da escolha do aluno pelo curso, da percepção dos alunos acerca das áreas em que a Matemática está presente, da percepção dos alunos acerca da qualidade do professor, dos benefícios profissionais obtidos através do contato com os professores e da percepção dos alunos acerca da relação entre a Matemática e a Arte. Foram calculadas as frequências percentuais e construídas as respectivas distribuições de frequências.

4.1.2. Resultados – alunos

Foram avaliados 56 estudantes do curso superior em Licenciatura em Matemática de duas faculdades do Vale do Paraíba no estado de São Paulo. Na tabela 1 temos a distribuição dos alunos segundo o sexo, faixa etária, modelo de estudo cursado durante o ensino médio e a situação acerca de outros cursos universitários. Através dela verifica-se que 55,4% (31 casos) dos alunos avaliados são do sexo masculino e 44,6% (25 casos) são do sexo feminino.

Quanto a faixa etária, 23,6% (13 casos) dos alunos possuem idade menor que 21 anos, 36,4% (20 casos) estão na faixa etária de 21 a 30 anos, 27,3% (15 casos) entre 31 a 40 anos e 12,7% (7 casos) possuem idade acima de 40 anos. Além disso, observa-se que o aluno mais novo possui 17 anos e o mais velho possui 52 anos. Em média os alunos possuem idade de 29 anos com o desvio padrão de 9 anos.

Em relação ao modelo cursado durante o ensino médio, 66,1% (37 casos) estudou na escola pública (regular), 28,6% (16 casos) na escola particular (regular), 3,6% (2 casos) no EJA da escola pública e 1,7% (1 caso) em outro modelo.

Acerca da realização de outro curso superior, 51,8% (29 casos) está realizando o primeiro curso superior e 48,2% (27 casos) afirmaram que já fizeram outro curso o qual concluiu ou desistiu.

Tabela 1. Distribuição dos alunos segundo o sexo, faixa etária, modelo cursado durante o ensino médio e a situação acerca de outros cursos universitários

Fator avaliado	n	%
A1 – Sexo		
Masculino	31	55,4
Feminino	25	44,6
A2 – Faixa etária		
< 21 anos	13	23,6
21 a 30 anos	20	36,4
31 a 40 anos	15	27,3
Acima de 40 anos	7	12,7
Mínimo		17
Máximo		52
Média±Desvio padrão		29±9
A3 – Instituição e modelo que você cursou seu Ensino Médio		
Escola pública (regular)	37	66,1
Escola particular (regular)	16	28,6
EJA de escola pública	2	3,6
Outros	1	1,7
A4 – Você já iniciou e parou ou concluiu outro curso universitário		
Não	29	51,8
Sim	27	48,2

Na tabela 2 temos a distribuição do motivo da escolha do aluno pelo curso e a percepção acerca das áreas em que a matemática está presente. Através dela verifica-se que o motivo mais citado para a escolha do curso de Matemática foi a afinidade com a área das exatas (49,5%, 47 casos) seguido da identificação com a profissão (36,8%, 35 casos), custo acessível do curso (9,5%, 9 casos) e outros motivos (4,2%, 4 casos).

Quanto às áreas em que a matemática está presente, as mais citadas pelos alunos foram: construção civil (8,1%, 56 casos), pintura (8,0%, 55 casos) e navegação (7,8%, 54 casos). Além disso, as menos citadas foram: Zoologia – invertebrados (2,8%, 20 casos), Zoologia – vertebrados (3,8%, 26 casos), Teatro (3,9%, 27 casos).

Tabela 2. Distribuição do motivo da escolha do aluno pelo curso e a percepção acerca das áreas em que a matemática está presente.

Fator avaliado	n	%
A5 – Por que escolheu esse curso universitário?		
Afinidade com as exatas	47	49,5
Identificação com a profissão	35	36,8
Custos acessíveis do curso	9	9,5
Outros	4	4,2
A6 – Nas opções abaixo assinale aqueles em a Matemática está presente		
Construção Civil	56	8,1
Pintura	55	8,0
Navegação	54	7,8
Arquitetura	53	7,7
Música	52	7,5
Escultura	50	7,2
Topografia	46	6,7
Espaço Sideral	44	6,4
Fotografia	41	5,9
Dança	37	5,4
Arte da guerra	37	5,4
Cinema	32	4,6
Botânica	32	4,6
Poesia	29	4,2
Teatro	27	3,9
Zoologia – vertebrados	26	3,8
Zoologia – invertebrados	20	2,8

Na tabela 3 temos a distribuição da percepção dos alunos acerca da qualidade do professor e benefícios profissionais obtidos através do contato com os professores.

Um professor pode ser considerado bom para alunos que, anos mais tarde, se darão conta de que não aprenderam nada. Da mesma forma, outros professores podem ser considerados maldosos e ruins por alunos que o considerarão bom por ter aprendido. Então, trata-se de ter ou não uma filosofia de vida (D'Ambrosio, 1996). Para considerar e classificar o trabalho de um docente existe alguns procedimentos que lançam luz a tal questionamento. D'Ambrosio, (1996, p. 84) afirma que há muitas pesquisas sobre esse tema e sintetiza “as qualidades de um professor em três categorias: 1. emocional/afetiva; 2. política; 3. conhecimentos”. Através da tabela três verifica-se que, na percepção dos alunos, o que define um bom professor é a busca por associações diferenciadas e contextualizadas do assunto ensinado (64,1%, 41 casos) seguido da prioridade de ensinar em detrimento ao ensino (20,3%, 13 casos) e a focalização de suas discussões nas teorias, conceitos e postulados (7,8%, 5 casos).

Quanto à influência do contato com os professores nas futuras práticas profissionais, 65,6% (40 casos) dos alunos, disseram que este contato ajuda a pensar nas suas futuras práticas profissionais. Dizem que pensam em reproduzir suas boas práticas pedagógicas e metodológicas. 16,4% (10 casos) não concordam que este contato ajude pensar nas futuras práticas e que a realidade universitária está muito distante da futura prática profissional. 13,1% (8 casos) disseram que o contato com os professores ajuda nas questões que tangem sua conduta ética e moral.

Tabela 3. Percepção dos alunos acerca da qualidade do professor e benefícios profissionais obtidos através do contato com os professores.

Fator avaliado	n	%
A7 – O que define um bom professor de Matemática		
Aquele que busca associações diferenciadas e contextualizadas	41	64,1
Aquele que prioriza a forma de ensinar em detrimento do ensino em si	13	20,3
Aquele que focaliza suas discussões nas teorias conceitos e postulados	5	7,8
Outros	5	7,8
A8 – O contato cotidiano com seus professores te ajuda a pensar nas suas futuras práticas profissionais		
Sim. Penso em reproduzir suas boas práticas pedagógicas e metodológicas	40	65,6
Não. A realidade universitária está muito distante de minha futura prática profissional	10	16,4
Sim nas questões que tangem sua conduta ética e moral	8	13,1
Outros	3	4,9

Na tabela 4 temos a percepção dos alunos acerca da relação entre a Matemática e a Arte. Através dela verifica-se que 62,5% (3,5 casos) dos alunos consideram que a contextualização histórica e as relações da Matemática com a Arte observados nos conceitos geométricos utilizados nas pinturas do período da Renascença pode potencializar seus interesses pela Matemática e que possuem vaga noção dessas relações e querem saber mais. Além disso, 25,0% (14 casos) afirmaram que acreditam nessa potencialidade dos seus interesses a partir da contextualização história e que tem conhecimento sobre esta relação, porém, querem saber mais sobre elas. Ainda, 7,1% (4 casos) disseram que essas disciplinas não apresentam relações significativas e 5,4% (3 casos) afirmou ter vaga noção dessas relações mas não tem interesse.

Quanto a observar as relações entre a Matemática e a Arte ser prejudicial ao aprofundamento dos estudos nos conteúdos matemáticos exigidos no curso em que está matriculado, 78,6% (44 casos) dos alunos disse que não acreditam nesta relação e que tais observações entre a matemática e a arte ajudarão a ver a matemática em sua forma humanizada. Ainda, 12,5% (7 casos) disseram que essas observações podem ser realizadas somente em momentos específicos do curso e 1,8% (1 caso) disse que o conteúdo matemático é vasto e as discussões não podem perder o foco.

Acerca do despertar da curiosidade a partir da correlação entre as disciplinas de matemática e arte à luz do contexto histórico do período renascentista, 85,4% (47 casos) dos alunos disse que sim, a contextualização ajuda a lembrar das contribuições acadêmicas enquanto que 7,3% (4 casos) negaram que exista este despertar da curiosidade pois não se identifica com a área das artes.

Em relação à importância das relações entre Geometria e pinturas Renascentistas, 67,9% (38 casos) disseram-se muito interessados e que pretendem utilizar tais conhecimentos em seus trabalhos, 16,1% (9 casos) disseram que é pouco importante e que o interesse deles é a exata, 8,9% (5 casos) afirmaram que não consideram ser importante tal relação pois neste momentos o mais importante para eles é o conteúdo específico.

Acerca das consequências se durante as aulas o professor discutisse as relações entre a Geometria e as pinturas renascentistas, 79,7% (47 casos) dos alunos disseram que passaria a construir relações que apoiariam minhas práticas profissionais, 8,4% (5 casos) afirmaram que poderia mudar de curso e migrar para as artes e 11,9% (7 casos) disseram que teriam outras atitudes.

Quando questionados se a falta de conhecimento entre as relações da Matemática e suas utilizações nas Artes pode caracterizar um indicador de despreço dos matemáticos pelas Artes, 57,2% (32 casos) disseram que não existe esta possibilidade e que em geral quem gosta de Matemática também aprecia Artes, entretanto, 23,2% (13 casos) disseram que essa caracterização é possível e que, em geral, quem gosta de Matemática não aprecia as Artes. Ainda, 19,6% (11 casos) afirma possuir outra opinião acerca desta questão.

A Matemática e a Arte são inerentes uma da outra. Assim, o próprio cotidiano encarrega-se de tais demonstrações aos olhos dos matemáticos mais atentos. A música, sempre presente no cotidiano moderno; a arquitetura das cidades; a própria natureza define o belo e o não belo até mesmo aos olhos do mais frio dos matemáticos (Contador, 2011).

Em relação às modalidades artísticas que mais despertam interesse por parte dos alunos os mais citados foram: música (tocar instrumento) (19,7%, 37 casos), desenho (16,0%, 30 casos) e dança (13,8%, 26 casos). Além disso, as menos citadas foram: poesia (5,3%, 10 casos), escultura (5,9%, 11 casos) e música (cantar) (10,6%, 20 casos).

Acerca da resistência pré-conceitual dos estudantes e dos professores das exatas com as artes, 48,2% (27 casos) dos alunos disseram que existe um pouco de pré-conceito, 23,2% (13 casos) não acham que exista tal pré-conceito, 17,9% (10 casos) afirmaram que existe e 10,7% (6 casos) falaram que existe bastante pré-conceito. A história da humanidade revela que o “bom gosto” foi determinado por uma elite cultural que nem sempre está presente nos processos pedagógicos nas salas de aula (Pereira, 2010). A imposição midiática pode trazer desconforto a alguns membros sociais que, assim como os elitistas, desenvolveram o gosto pelas artes clássicas. Quando se trata dos jovens, que ainda encontram-se em formação de caráter, este tipo de preconceito pode ser considerado danoso.

“A construção da ideia do belo submete-se, então, a uma série muito mais complexa e abrangente de medições. Os sistemas simbólicos se interpenetram e muitos fatores conspiram para a rigorosa distinção entre cultura erudita, de massa e popular.” (Pereira, 2010, p. 14)

Quanto a ocorrência de aulas em que o professor utilizou pintura renascentista durante as aulas de geometria, 87,5% (49 casos) deles afirmaram que nunca tiveram tal aula e apenas 12,5% (7 casos) disseram que já passaram por tal experiência. Ainda, dos que passaram pela experiência de aulas com exibição de pintura renascentista, 40,0% (4 casos) afirmaram que a pintura foi mostrada em Data Show, 30,0% (3 casos) utilizou livros, revistas, recorte ou cartaz, 20,0% (2 casos) utilizaram DVD e 0,0% (1 caso) utilizou retroprojektor. Além disso, 41,1% (23 casos) dos alunos nunca teve acesso a materiais como: livro, revista, vídeo e outros que tratasse das relações entre Geometria e pintura, enquanto que 58,9% (33 casos) já teve acesso a estes tipos de materiais. Quanto a material como: livro, revista, vídeo e outros que tratasse das relações entre Matemática e Arte, 27,8% (15 casos) nunca tiveram acesso a este tipo de material e 72,2% (39 casos) já trabalharam com material com este teor.

Quanto a querer ter aula que discutissem as relações entre as pinturas do Período do Renascimento no ensino da Geometria, 16,4% (9 casos) não acham importante e 83,6% (46 casos) consideram bastante importante terem estes tipos de aula. A pintura como uma das formas de imagens, e a pintura do período do Renascimento, pode levar a tal relevância no resultado da pesquisa devido a fatos que remontam a história da humanidade. O próprio processo de crenças religiosas demonstra a importância das imagens em seus cultos de

adorações. Pereira (2010, p.18) afirma que uma criança, por exemplo, ao exercitar o ato de desenhar “parte de imagens mentais e as transforma na linguagem artística do desenho”. Assim sendo “a criança pensa e tem que transformar o pensamento em determinada forma gráfica”. Com o passar dos anos, sua visão aprimorada requer maior percepção da imagem representada, tendendo para a utilização das técnicas tridimensionais oferecidas pela geometria.

“A percepção que o sujeito tem do mundo não é neutra ou passiva, mas a relação do sujeito com sua cultura. Essa relação se constrói nos conteúdos significados na cultura. É a cultura, criação coletiva, que dá sentido às imagens que o sujeito vê ou cria.” (Pereira, 2010, p. 19)

É nesse contexto que Bourdieu (2007) discorre sobre o aumento das visitas aos museus, quanto mais culta é a sociedade.

Tabela 4. Percepção dos alunos acerca da relação entre a matemática e a arte.

Fator avaliado	n	%
A9 - A contextualização histórica e as relações da Matemática com a Arte observados nos conceitos geométricos utilizados nas pinturas do período da Renascença pode potencializar seus interesses pela Matemática?		
Sim. Tenho vaga noção dessas relações e quero saber mais	35	62,5
Sim. Tenho conhecimentos, mas quero saber mais sobre essas relações	14	25,0
Não. Essas disciplinas não apresentam relações significativas	4	7,1
Não. Tenho vaga noção dessas relações, mas não tenho interesse	3	5,4
A10 - Observar as relações entre a Matemática e a Arte pode prejudicar o seu aprofundamento nos estudos dos conteúdos matemáticos exigidos no curso em que você está matriculado?		
Não. Tais observações me ajudarão a ver a Matemática em sua forma humanizada	44	78,6
Essas podem ser realizadas somente em momentos específicos do curso	7	12,5
Sim. O conteúdo matemático é vasto e as discussões não podem perder o foco	1	1,8
Outros	4	7,1
A11 - A correlação entre as disciplinas – Matemática e Arte – à luz do contexto histórico do período renascentista desperta sua curiosidade		
Sim. A contextualização me ajuda a lembrar das contribuições acadêmicas	47	85,4
Não porque não me identifico com a área das Artes	4	7,3

Outros	4	7,3
A12 – Qual a importância das relações entre: Geometria e pinturas Renascentistas		
Muito interesse. Pretendo utilizar tais conhecimentos em meus trabalhos	38	67,9
Pouca importância. Meu interesse são as exatas	9	16,1
Nenhuma. Nesse momento o mais importante para mim é o conteúdo específico	5	8,9
Outros	4	7,1
A13 - Quais as possíveis consequências se, durante as aulas, seu professor discutir as relações entre a Geometria e as pinturas renascentistas?		
Eu passaria a construir relações que apoiariam minhas práticas profissionais	47	79,7
Eu poderia mudar de curso e migrar para as artes	5	8,4
Outros	7	11,9
A14 - A falta de conhecimento entre as relações da Matemática e suas utilizações nas Artes pode caracterizar um indicador de despreço dos matemáticos pelas Artes?		
Não. Em geral quem gosta de matemática também aprecia as artes	32	57,2
Sim. Em geral quem gosta de Matemática não aprecia as Artes	13	23,2
Outros	11	19,6
A15 – Das modalidades artísticas abaixo relacionadas assinale aquelas que mais despertam seu interesse e que você se dedicaria, ou já se dedica. Assinale quantas quiser		
Música (tocar instrumento)	37	19,7
Desenho	30	16,0
Dança	26	13,8
Teatro	23	12,2
Pintura	22	11,7
Música (cantar)	20	10,6
Escultura	11	5,9
Poesia	10	5,3
Nenhuma dessas atividades me atraem	9	4,8
A16 – Você considera que haja algum tipo de resistência pré-conceitual dos estudantes e dos professores das exatas com as artes?		
Um pouco	27	48,2
Não	13	23,2
Sim	10	17,9
Bastante	6	10,7
A17 – Você já teve alguma aula em que o professor utilizou pinturas renascentistas durante suas aulas de Geometria?		
Não	49	87,5

Sim	7	12,5
A18 – Se sua resposta foi sim, como seu professor exibiu a pintura?		
Data show	4	40,0
Utilizou-se de livro, revista, recorte, cartaz	3	30,0
DVD	2	20,0
Retroprojektor	1	10,0
A19 – Você já teve acesso a algum material como: livro, revista, vídeo e outros que tratasse das relações entre Geometria e pintura?		
Não	23	41,1
Sim	33	58,9
A20 – Você já teve acesso a algum material como: livro, revista, vídeo e outros que tratasse das relações entre Matemática e Arte?		
Não	15	27,8
Sim	39	72,2
A21 – Você gostaria de ter aulas que discutissem as relações entre as pinturas do Período do Renascimento no ensino da Geometria?		
Não porque não acho importante	9	16,4
Sim, acho importante	46	83,6

4.1.3. Resultados – professores

Temos a distribuição da percepção dos professores acerca da prática e influência da Arte na Matemática. Através dela verifica-se que 100% (5 casos) dos docentes afirmaram que: a contextualização histórica da Matemática pode despertar interesse entre os estudantes de Matemática; levar o aluno a observar as relações entre a Matemática e a Arte não prejudica o aprofundamento nos estudos dos conteúdos matemáticos exigidos no curso em que o aluno está matriculado; a pintura do período do Renascimento pode contribuir para o ensino da Geometria; a falta de conhecimento entre as relações da Matemática e suas utilizações nas Artes não caracteriza um indicador de despreço dos matemáticos pelas Artes; durante as capacitações de professores não são abordadas as inter-relações entre pintura e Geometria; já teve acesso a algum material como: livro, revista, vídeo e outros que tratasse das relações entre Geometria e pintura; já teve acesso a algum material como: livro, revista, vídeo e outros que tratasse das relações entre Matemática e Arte; e considera importante a integração das pinturas do Período do Renascimento no ensino da Geometria.

A opinião dos docentes corrobora com Tomaz & David (2008) quando apontam a importância da observação das pinturas como agente facilitador da geometria. Sejam essas observações desde as mais complexas às mais simples como, “destacar uma a uma as

informações da ficha que indicam a obra e fazer a leitura matemática ‘correta’ das dimensões do quadro [...] e distinguir unidades de medida” (Tomaz & David, 2008, p. 106).

Quanto a importância das relações entre a Geometria com as pinturas renascentistas para seus alunos, 40,0% (2 casos) dos docentes disseram que não há importância alguma, 40,0% (2 casos) disseram que existe pouca importância devido ao grau de conhecimento em que eles se encontram e 20% (1 caso) deu outra interpretação para esta importância.

Em relação ao tempo semanal dedicando a pesquisa de novas formas de ensinar geometria ou outros temas matemáticos, 50,0% (2 casos) disseram que passam 2 horas, 25,0% (1 caso) passa 4 horas e 25,0% (1 caso) passar 5 horas semanais nestes tipos de pesquisa.

Quando questionados sobre as possíveis consequências quando se estimula o aluno a observar, as relações entre a Geometria e as pinturas renascentistas, 80,0% (4 casos) dos docentes afirmaram que o aluno poderia passar a construir relações que o estimulasse a aprofundar-se nessa pesquisa e 20,0% (1 caso) disse que o aluno poderia mudar de curso. Ainda, quanto ao prejuízo na formação dos acadêmicos ao direcionar parte do seu tempo de estudo, dos conteúdos específicos matemáticos, para um olhar de caráter contemplativo e de observação da Matemática que possa ter sido utilizada na realização da pintura observada, a maioria dos docentes disseram que não haveria prejuízo e sim ganhos na utilização de novas metodologias de ensino (60,0%). Além disso, 20,0% (1 caso) disse que o aluno poderia perder o foco acadêmico e 20,0% (1 caso) disse que o aluno terminaria o curso de Matemática com pouco conhecimento na área.

Uma vez que a geometria, inserida na Matemática, seja desdobrada em outras áreas do conhecimento, nota-se a íntima relação entre a pintura e várias outras áreas das ciências exatas como mostra uma epígrafe de Atalay quando cita Leonardo da Vinci:

“A primeira intenção do pintor é fazer que uma superfície plana exiba um corpo como se ele tivesse sido moldado e separado dali [...] Esse feito [...] é produto da luz e sombra[...]. a perspectiva, no que se refere a pintura, divide-se em três partes [...] a primeira é a diminuição no tamanho dos corpos nas várias distâncias; a segunda lida com a cor progressivamente minguinte desses corpos; e a terceira cuida da nitidez das formas e dos limites que os corpos exibem nas várias distâncias.” (Atalay, 2007, p. 141)

Acerca da existência de algum tipo de resistência pré-conceitual dos estudantes e dos professores das Exatas com as Artes, 40,0% (2 casos) dos professores disseram que não acreditam nesta existência, 40,0% (2 casos) disseram que existe e 20,0% (1 caso) dos docentes avaliado disse que existe mas é pouco. Além disso, 60,0% (3 casos) deles afirmaram que utiliza ou já utilizou pinturas renascentistas durante suas aulas de Geometria. Ainda, a

forma mais frequente para a utilização destas pinturas é a internet (50,0%) seguida do Datashow (25,0%) e DVD (25,0%).

Em relação ao método didático diferenciado que utiliza junto aos alunos, 40,0% (2 casos) disseram que utiliza alguns recursos das Artes incluindo a pintura, 40,0% (2 casos) utilizam exemplos e Materiais do cotidiano e 20,0% (1 caso) utiliza apenas exemplos do livro. Ainda, a maioria dos professores citaram como dificuldade para introduzir a pintura renascentista em suas aulas de Geometria a falta de recursos áudio visuais como: data show, retroprojektor, equipamento de som, TV, aparelho de DVD (60%, 3 casos).

Nesse contexto, há que se repensar as práticas pedagógicas devido às facilidades oferecidas pela rede global de internet. Segundo Levy (1993) há uma forte tendência na digitalização de materiais. Desta forma, um conteúdo que poderia ser considerado exclusivo de uma determinada área do conhecimento, pode ser analisado sob diversos outros focos, diferentemente do que vinha acontecendo há décadas:

“As diferentes categorias profissionais envolvidas enfrentavam os problemas de apresentação e contextualização de acordo com tradições próprias, com a especificidade de seus suportes materiais. Os tratamentos físicos dos dados textuais, icônicos ou sonoros tinham cada qual suas próprias particularidades.” (Levy, 1993, p. 102)

A opinião dos docentes, demonstradas nessa tabela, vai ao encontro do pensamento de Contador (2011) que trata da inerência da Matemática, da Arte e da própria vida umas às outras. No prefácio encontra-se um desafio de descrever um ser humano, uma flor, uma árvore ou animal sem a utilização de nenhum conceito matemático, ou passar um só dia sem que lhe venha à mente, ou aos sentidos, um trecho musical ou figura geométrica ou realizar uma conta qualquer. Segundo ele, o próprio corpo humano é matemático, quando cita o Homem Vitruviano inserido na Proporção Áurea: “Segundo as tradições antigas, o umbigo divide o corpo humano de acordo com ela, ou seja, o resultado da divisão da altura total pela altura do umbigo deve ser o número de ouro.” (Contador, 2011; p. 222)

4.2. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS ATRAVÉS DO INSTRUMENTO QUALITATIVO

Trabalhamos aqui com as Formações Discursivas (FD), procurando alocar os discursos a partir dos sentidos que emergem da fala dos professores. As entrevistas foram realizadas em dias previamente agendados. Desta forma utilizamos o gravador como recurso e

assim, estabelecendo uma relação cordial como recomenda Szymanski (2010). Em momento posterior as entrevistas foram transcritas para procedermos à análise do corpus do discurso.

As Formações Discursivas (FD) que compõem a dissertação representam o produto dos discursos dos 05 (cinco) professores universitários entrevistados. A produção de discurso foi agrupada em 06 (seis) Formações Discursivas (FD): Identificação pessoal e profissional do professor; Conhecimento acerca das técnicas matemáticas/geométricas utilizadas na pintura; Disponibilidade da interdisciplinaridade entre as áreas: Arte e a Matemática para os professores; Material bibliográfico e/ou virtual de Matemática no contexto das Artes sob o foco educativo; Importância da interação dos professores de Matemática com as Pinturas do período do Renascimento e Considerações que o entrevistado julgar relevantes.

4.2.1. Identificação pessoal e profissional dos professores

A partir das entrevistas realizadas com cinco professores universitários que atuam na formação de professores de Matemática, foi possível traçar um breve perfil dos sujeitos desta pesquisa, agrupando questões sobre gênero, idade, tempo total de magistério, tempo de magistério nesta escola e maior grau de titulação, contribuindo indiscutivelmente para análise mais determinada de quem são esses sujeitos na Formação Discursiva (FD) perfil dos professores.

Os professores entrevistados apareceram representados pela letra P (maiúscula) seguida de um número arábico.

Quadro 3. Distribuição tabular do perfil dos professores entrevistados da pesquisa.

Identificação pessoal e profissional dos professores					
Identificação do professor	Gênero	Idade	Tempo total de magistério	Tempo de magistério nesta escola	Maior grau de titulação
P1	Masculino	41	20	13	Doutorando
P2	Feminino	31	01	01	Doutoranda
P3	Masculino	34	05	02	Doutorando
P4	Masculino	27	2,5	2,5	Mestre
P5	Masculino	50	12	07	Doutorado

Fonte: Entrevistas realizadas (2014)

Na tabela 5 temos a distribuição do perfil dos professores avaliados. Através dela observa-se que 60,0% (3 casos) dos professores são do sexo masculino e 40,0% (2 casos) do sexo feminino. Quanto a idade, 20% (1 caso) dos docentes possui idade menor que 45 anos e 80% (4 casos) estão na faixa etária de 45 ou mais anos. Além disso, verifica-se que o professor mais novo possui 36 anos e o mais velho tem 69 anos. A média de idade encontrada para os docentes foi de 50,2 anos com desvio padrão de 12,2 anos. Acerca do maior grau de

titulação, a maioria dos docentes possui Pós-doutorado (60,0%, 3 casos) e, ainda, 80% (4 casos) possui menos de 20 anos de formação profissional mas 60,0% (3 casos) ministra aula há 20 anos ou mais.

Tabela 5. Distribuição do perfil dos professores avaliados.

Fator avaliado	n	%
Gênero		
Masculino	3	60,0
Feminino	2	40,0
Idade		
Menos de 45 anos	1	20,0
45 ou mais	4	80,0
Mínimo		36
Máximo		69
Média±desvio padrão		50,2±12,2
Maior grau de titulação		
Mestrado	1	20,0
Doutorado	1	20,0
Pós-Doutorado	3	60,0
Tempo de formação profissional		
Menos de 20 anos	4	80,0
20 anos ou mais	1	20,0
Mínimo		10
Máximo		24
Média±desvio padrão		14,8±5,8
Há quanto tempo você ministra aulas		
Menos de 20 anos	2	40,0
20 anos ou mais	3	60,0
Mínimo		10
Máximo		35
Média±desvio padrão		21,0±11,4

Nota-se que a maioria dos entrevistados é do sexo masculino com grau mínimo de formação em mestrado, demonstrando alto nível de competência técnica, embora três deles apresentem pouco tempo de experiência no magistério e efetivo exercício com discentes. Mesmo considerando a distância entre o mais novo e o mais velho dos entrevistados, nota-se que são todos relativamente jovens.

4.2.2. Formação Discursiva (FD) - Conhecimento acerca das técnicas matemáticas utilizadas na pintura.

Entenda-se a sigla ED como Excertos de Depoimentos que representa fragmentos de depoimentos discursados que são analisados a partir dos contextos de sua produção. Orlandi, (2005).

Na FD relacionada aos conhecimentos acerca das técnicas matemáticas utilizadas na pintura, foram agrupados os depoimentos dos professores referentes à visão que cada um tem em relação a geometria empregada nas pinturas do período do Renascimento. O objetivo de tal questionamento foi investigar os conhecimentos e forma de utilização pedagógica que cada profissional traz consigo quanto à interdisciplinaridade entre a geometria e a pintura

Por meio da AD do *corpus* referente a esta FD, verificou-se que os professores conhecem as relações interdisciplinares entre as áreas, embora não as pratique. O professor P2 chega a mencionar [...] o espaço, com certeza, visão de 3D e 2D e simetria. Nota-se o nível de conhecimento do professor que antecede um tema citado nessa dissertação, porém não abordado nos questionamentos da entrevista. O professor P3 fala da utilização da regra de ouro e da sequência de Fibonacci (1170 – 1250), que ele se esquece do nome, que também são temas discutidos nessa dissertação e que também não são abordadas na entrevista: [...] Eu sei que havia técnicas de geometria, aliás desde a Grécia antiga com a regra de ouro. Sei que a pintura usa o conceito de ponto de fuga; perspectiva [...]. O professor P4 observa as técnicas geométricas utilizadas por sua noiva, que é artista plástica, durante o processo de esboço até a finalização em suas pinturas.

Quadro 4. Apresentação de ED dos professores, agrupados na FD “conhecimento acerca das técnicas matemáticas utilizadas na pintura”.

Conhecimento acerca das técnicas matemáticas utilizadas na pintura.	
P1	[...] trabalhos com figuras no aspecto tridimensional desenvolvidos; [...] área de grande atuação, [...] por ser áreas de inspirações diferentes.
P2	[...] é ver o espaço, com certeza, visão de 3D e 2D e simetria. Acho que direta e indiretamente o pintor teria que ter esse conhecimento para conseguir fazer uma distinção.
P3	[...] desde a Grécia antiga com a regra de ouro. Sei que a pintura usa o conceito de ponto de fuga; perspectiva; sei eles usavam aquela proporção que desce em espiral...
P4	[...] Ela usa a geometria no esboço do desenho em formas geométricas e depois ela só “desliza” para o plano real. Mas a parte geométrica ela tem tudo. Depois com o tempo ela nem usa. Mas para o ensino ela começa com o esboço geométrico, que muitas vezes não aparenta que é, mas depois com a prática se torna bem prático e se torna real.
P5	[...] Como que os artistas daquela época usavam e retratavam isso nas obras. Nas pinturas; na arquitetura...

Fonte: Entrevistas realizadas (2014)

Nota-se o espectro de conhecimentos desses professores, que, mesmo sem relações estreitas com a Arte esboçam preceitos similares àqueles que já vêm sendo delineados desde a Idade Média, observados no desenvolvimento da perspectiva através da pintura.

“(...) arte de representar num plano – o quadro – cenas reais em três dimensões. Arquitetos e artistas do século XV definiram as regras clássicas da perspectiva. (...) a arte da perspectiva representa as primícias de uma disciplina matemática fecunda, a *geometria projectiva*.” (Catardière, 2004, p. 54)

Os conceitos intrínsecos dos professores entrevistados corroboram com Weisz e Sanchez (2009) em suas considerações ao discutir os conhecimentos e as práticas dos professores mesmo quando eles não têm consciência de tais processos. Entre outros, as autoras analisam (...) a concepção que o professor tem, e que se expressa em seus atos, de como deve ser o ensino (Weisz & Sanchez, 2009. P. 55). Embora as autoras tratem da alfabetização de crianças é possível estabelecer, aqui, relações com o que elas chamam de “estímulo – resposta”.

4.2.3. Formação Discursiva (FD) - Disponibilidade da interdisciplinaridade entre as áreas: Arte e a Matemática para os professores.

Com as respostas dos professores em se tratando dos aspectos que podem facilitar e/ou dificultarem o contato pedagógico entre as duas áreas, busca-se conhecer o conceito que cada professor formador tem a respeito da interdisciplinaridade e suas reais formas de abordagem metodológicas, conforme apresentam nos ED das entrevistas demonstradas no quadro 4.3.3. Segundo Tardif (2008) o professor é “alguém que deve conhecer sua matéria, sua disciplina e seu programa, além de possuir certos conhecimentos relativos às ciências da educação e à pedagogia e desenvolver um saber prático baseado em sua experiência cotidiana com os alunos” (Tardif, 2008, p. 39).

Quadro 5. Apresentação de ED dos professores, agrupados na FD “disponibilidade da interdisciplinaridade entre as áreas: Arte e a Matemática para os professores”

Disponibilidade da interdisciplinaridade entre as áreas: Arte e a Matemática para os professores	
P1	[...] Nenhum material que trabalhe especificamente com isso.
P2	[...]Acho que não é muito corriqueiro, ou, não é muito comum. Em geral, infelizmente existe uma divisão.
P3	Eu acho que, principalmente em geometria, no ensino Fundamental, pode haver uma grande sobreposição entre a Arte e a Matemática.[...] eu me lembro de ter usado mosaicos gregos e romanos para discorrer sobre esse assunto.
P4	[...] os alunos não gostam de Matemática. [...] a Arte trás esse gosto nas pessoas, principalmente nas crianças, com desenhos, trazer geometria através da Arte seria uma maneira de motivar e trazer o gosto da Matemática para o ensino para as crianças.
P5	Eu não conheço nenhum que seja formalmente aplicado.

Fonte: Entrevistas realizadas (2014)

Embora todos os professores tenham reconhecido a importância interdisciplinar e tenham manifestado interesse em saber mais a respeito de tais interações, somente o professor P3 relatou ter feito utilização direta de arte grega e romana nas aulas de geometria do sexto ano (quinta série). Os conceitos desses profissionais vão ao encontro das orientações dos PCNs quando, este, trata da interdisciplinaridade:

“A interdisciplinaridade questiona a segmentação entre os diferentes campos de conhecimento produzidos por uma abordagem que não leva em conta a inter-relação e a influência entre eles – questiona a visão compartimentada (disciplinar) da realidade sobre a qual a escola, tal como é conhecida, historicamente se constituiu. Refere-se, portanto, a uma relação entre disciplinas.” (Brasil, 1997, p. 40)

Quanto à disponibilidade de material os entrevistados admitem que o acesso seja fácil embora falte uma abordagem direta e, quando existe, falta clareza na metodologia.

Ao estabelecer relações interdisciplinares entre a geometria e a pintura – Matemática e Arte – torna-se possível observar o quanto os entrevistados podem oferecer aos seus alunos, quando eles próprios, protagonizam tais relações interdisciplinares, através de suas experiências, expectativas e até suas distrações culturais. Weisz e Sanchez (2009) discorrem sobre os conhecimentos acadêmicos trazidos por alunos à sala de aula e foca na falta ou ausência de tais conhecimentos por parte de alunos desprivilegiados socialmente. Dessa forma o professor torna-se o elo imediato entre conteúdo e cultura – estímulo e resposta – entre o professor, dito, culto e “[...] aquelas que mais precisam da ajuda da escola porque tem menos conhecimento construído sobre os conteúdos escolares” (Weisz e Sanchez, 2009, p. 19). Tal concepção vai ao encontro dos resultados da pesquisa de Bourdieu & Darbel (2007).

4.2.4. Formação Discursiva (FD) – Material bibliográfico e/ou virtual de Matemática (geometria) no contexto das Artes sob o foco educativo

Nessa questão o objetivo foi investigar a opinião dos professores quanto a importância ou não da interação dos profissionais da educação com as técnicas geométricas utilizadas pelos pintores do período do Renascimento com foco na disponibilidade de material pedagógico que esteja disponível. Todos desconhecem a existência de tal material, com exceção do professor P4, que conhece apenas um livro que relaciona as cores para tons de cinza, porém alerta para o fato de não ser um livro de com foco na Matemática.

Quadro 6. Apresentação de ED dos professores, agrupados na FD “Disponibilidade da interdisciplinaridade entre as áreas: Arte e a Matemática para os professores”.

Oferta de material interdisciplinar que seja específico entre as duas áreas de conhecimento.	
P1	[...] E sabes que se tu fases uma leitura de uma pintura tem que ter um conhecimento específico. [...] E a geometria seria uma base para esse conhecimento. Mostrando para o aluno, também, que os pintores tinham esse conhecimento geométrico, embora não fosse exposto, eles tinham essa prática geométrica que hoje não é observado
P2	Eu não conheço. Eu até fiquei curiosa, e já ouvi falar que existe mesmo uma linha direta...
P3	O único material que me vem a cabeça seria os livros... [...] Fora isso, não me recordo.
P4	Bem: eu não sei o nome do livro e conheço só ele. É uma discussão entre as cores na arte para um tom em cinza.
P5	Eu não conheço nenhum que seja formalmente aplicado; como que a Arte... eu conheço um pouco do material de alguns colégios

Fonte: Entrevistas realizadas (2014)

Nota-se na fala do professor P1 sua preocupação com os conhecimentos específicos, que se deve ter, ao realizar a leitura de uma obra. A tentativa, descuidada de critérios, quando se busca materiais e fundamentos para um encontro interdisciplinar pode levar a banalização do processo, como alerta Pujou.

“Simplificar o conteúdo conceitual para torná-lo inteligível aos alunos costuma, muitas vezes, ocasionar uma fragmentação em que cada aspecto constitui um acontecimento isolado, autônomo, a partir do qual fica difícil perceber a relação com os outros, com os quais se relaciona.” (Pujou, 2002, p. 131)

Todavia, quando demonstradas, por exemplo, o processo de construção de linhas retas que convergem em um ponto de fuga, geometricamente traçadas, causando a sensação visual de profundidade em três dimensões, a partir de uma folha de papel em branco, a curiosidade dos alunos é estimulada (Pereira, 2010). Quando, devidamente explorados, tais “gostos” podem estimular o aprendizado matemático ancorado pelo prazer preconcebido pela

Arte, citado pelo professor P4: [...] a Arte trás esse gosto nas pessoas, principalmente nas crianças, com desenhos, trazer geometria através da Arte seria uma maneira de motivar e trazer o gosto da Matemática para o ensino para as crianças. A partir de conceitos já estabelecidos na infância seria possível desenvolver temas complexos dentro da arquitetura, engenharia e da própria Matemática, em si, como demonstra Contador (2011) ao referir-se a obra do pintor italiano renascentista Rafael Sânzio (1483 – 1520), intitulada Casamento da virgem, onde se notam conceitos geométricos, que embora aparentem certo antagonismo, nas palavras do autor, são largamente utilizados em diversos segmentos do conhecimento social e acadêmico.

“O casamento da virgem, de Rafael, é um excelente exemplo do uso da Proporção Áurea e da simetria na pintura, não simetria no sentido de figuras iguais em relação a um eixo ou a um plano, mas em relação ao quadrado que da forma a Terra, e ao círculo que dá forma ao céu.” (Contador, 2011. p. 126)

De maneira generalizada, os entrevistados fugiram ao foco da questão, porém, não sem antes deixar valiosas opiniões para essa investigação. Uma delas é o fato de saber que tal material é possível.

4.2.5. Formação Discursiva (FD) – Importância da interação dos professores de Matemática com as pinturas do período do Renascimento

De forma unânime os entrevistados acreditam ser importante tal interação e pautam sua fala na extensão cultural do profissional da educação tendo como foco os recursos pedagógicos que podem ser ampliados pela interdisciplinaridade. Assim cada comentário vai ao encontro do objetivo relacionado a essa questão, que tem pauta na relevância, ou não, na contextualização histórica e artística do conhecimento das técnicas geométricas utilizadas no cotidiano do homem renascentista.

Devido às especificidades na correlação entre tais conhecimentos o professor P1 fala da dificuldade em encontrar profissionais capacitados para realizar tal junção disciplinar. O professor P2 lembra quanto à importância da leitura do aluno e ao incentivo pelo conhecimento de novas técnicas. Os Professores P3 e P5 relatam tal importância não apenas demonstrada no período Renascimento, “[...] mas eu acho muito importante um professor de Matemática buscar vários recursos, extras, para ensinar Matemática”, “Independente do período, mas você está destacando aqui o Renascimento, talvez, acredito que seja esse que mais...”. O professor P4 cita as várias áreas de conhecimento que Leonardo da Vinci se utilizava na criação de suas pinturas.

Quadro 7. Apresentação de ED dos professores, agrupados na FD “Disponibilidade da interdisciplinaridade entre as áreas: Arte e a Matemática para os professores”.

A importância ou não da interação dos professores com as técnicas geométricas utilizadas pelos pintores do período do Renascimento.	
P1	Eu acho que é uma forma de capacitação, também, a ser desenvolvida. Porém é difícil encontrar um profissional que tenha essa habilidade nessas duas áreas, que possa criar uma base matemática para o pintor e uma base da pintura renascentista para o matemático.
P2	[...] acho que dá pra ver um pouco de artes e “viajar” um pouco. Chegar em outras técnicas que tocam a Matemática. As vezes a gente pensa que uma área não tem nada a ver com a outra, e eu acho que vale sim.
P3	Acho que é muito importante. Não sei se, necessariamente, do Renascimento, mas eu acho muito importante um professor de Matemática buscar vários recursos, extras, para ensinar Matemática. Justamente porque torna o aprendizado, da criança, mais significativo.
P4	É muito importante. Como Leonardo da Vinci, na época do Renascimento, se vocês forem ver os rascunhos, seus cadernos de rascunhos, bem no começo você vai ver a parte de geometria. Mostrando que ela é importante.
P5	[...] se somar isso é fantástico. Independente do período, mas você está destacando aqui o Renascimento, talvez, acredito que seja esse que mais...

Fonte: Entrevistas realizadas (2014)

No discurso dos professores entrevistados nessa dissertação nota-se o nível de esclarecimento desses profissionais da educação em relação ao nível daqueles entrevistados por Nogueira (1998) onde nota-se a confusão e insegurança ao tratar da interdisciplinaridade. O autor destaca o termo “*pseudo - interdisciplinaridade*” para discutir a simplismo com o qual a proposta interdisciplinar fora tratado. Entre outros, cita o comentário de um professor de Matemática que diz: “[...]é complicado falar sobre AIDS quando estou ministrando o conteúdo referente a equações dos 2º grau...” (Nogueira, 1998, p. 29). As dificuldades desse e de tantos outros professores da época refletia a imaturidade com o qual os projetos interdisciplinares eram tratados, onde:

“... algumas atividades realizadas por ordem de ‘decreto’ em que a coordenação pedagógica e/ou direção elegem em seus gabinetes um tema ‘norteador’, o qual deverá ser trabalhado pelos professores que não receberão nenhum tipo de orientação ou tiveram nenhum tipo de participação na escolha da temática.” (Nogueira, 1998, p.32)

Nota-se, na fala dos entrevistados, a clareza, firmeza e tranquilidade já descrita por Fazenda (1988) quando discute a atitude de mudança e rompimento de velhos paradigmas frente a alegria da renovação.

“...desafio perante o novo, desafio em redimensionar o velho – atitude de envolvimento e comprometimento com os e com as pessoas neles envolvidos, atitude, pois, de compromisso em construir sempre da melhor forma possível atitude de responsabilidade, mas, sobretudo, da alegria, de renovação, de encontro, enfim de vida.” (Fazenda, 1995, p.82)

Sanches, Antonio Messa. Contemplando a Matemática: a geometria espacial da pintura renascentista e suas interações com o ensino acadêmico.

A formação continuada dos professores somada a novos currículos universitários foi fator importante no esclarecimento quanto a interdisciplinaridade e pode ser notada nas EDs dos entrevistados:

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Querem que vos ensine o modo de chegar à ciência verdadeira? Aquilo que se sabe, saber que se sabe; aquilo que não se sabe, saber que não se sabe; na verdade é este o saber.

Confúcio

Durante o processo de finalização de qualquer trabalho é possível constatar que no momento de finalizar é que se está mais apto para começar.

As discussões acerca do ensino de Matemática têm-se difundido nos últimos anos. Um dos motivos que geram tais discussões, no Brasil, por exemplo, é baixo rendimento dos alunos da maioria das escolas, principalmente nas escolas públicas, como já foi discutido no início dessa dissertação. Das diversas tentativas de criação de novas metodologias de ensino e de estímulo aos estudantes com propósito de aprender Matemática, verifica-se que a maioria delas é direcionada para o ensino da Matemática lúdica, presente nos anos iniciais do ensino fundamental. Buscar e discutir novas metodologias direcionadas a uma clientela de estudantes mais maduros foi um dos fatores motivadores dessa pesquisa.

Com cuidado para não banalizar, tão pouco tornar medíocres, os métodos de ensino da Geometria contextualizados na história, pautado no período do Renascimento, esse trabalho oferece uma possibilidade de despertar um olhar humanizado e artístico relacionado aos números. As considerações feitas por alunos, professores e coordenadores do curso superior de matemática, são motivadores para procedimentos aprofundados sob a forma empírica das possibilidades discutidas nessa dissertação. Oxalá muitos outros pesquisadores se aventurem por tais veredas e que esse trabalho possa contribuir como fonte de corroboração ou contestação de novas metodologias.

As discussões realizadas oferecem um aporte para reflexões entre professores e demais profissionais da educação que se preocupam com o quadro de baixo rendimento dos alunos na Matemática.

Essa investigação foi realizada com alunos do curso superior de Licenciatura em Matemática bem como seus professores e coordenadores, no ano de 2012 nas cidades de São Jose dos Campos e Taubaté. Situadas no Vale do Paraíba no estado de Paulo, Brasil. As universidades colaboradoras foram a Universidade do Vale do Paraíba (UNIVAP), na cidade de São José dos Campos e Universidade de Taubaté (UNITAU) localizada na cidade de Taubaté.

Os resultados dessa pesquisa corroboraram, involuntariamente, outros, que demonstram que a Matemática é a disciplina menos atrativa entre estudantes dos ensinos fundamental e médio, ao demonstrar que tal indisposição já se torna realidade, também, entre os acadêmicos. Alguns autores alertam para o risco de um colapso no final de uma espiral em que se exigem cada vez menos conhecimentos matemáticos de alunos e consequentemente menos empenho dos professores que foram habilitados com conhecimentos mínimos em detrimento de da evasão dos licenciandos em matemática. Se em um momento da história do ensino da matemática houve um sentimento de medo, entre os alunos, por não saber matemática, hoje nota-se o descaso pela disciplina uma vez que, é de conhecimento dos alunos, o sistema proporciona a promoção automática em convivência com a progressão continuada adotada nas escolas públicas do Brasil.

A coleta dos dados dos professores e dos alunos se deu por meio de questionários com questões fechadas, enquanto que com os coordenadores foi realizada uma entrevista com questões abertas que foram respondidas de maneira menos formalizadas e mais descontraídas sem prejuízo a seriedade do tema, tão pouco prejudicar a idoneidade dos profissionais e das instituições que eles representam. Tanto nos questionários quanto nas entrevistas foi possível observar que, em sua maioria, existe o anseio de conhecer mais a respeito das interações entre a Matemática e Arte, especificamente entre a geometria e a pintura. A carência de material específico com uma proposta didática na abordagem do tema foi um constante na opinião da maioria dos envolvidos. Embora se possa encontrar um número relativamente grande de obras que abordam o tema dessa dissertação, falta, na opinião dos envolvidos, um material claro e com a ação direta e facilitadora que possa levar, tanto professores quanto alunos, a uma observação multidisciplinar de uma pintura que fora matemática e geometricamente projetada.

A pesquisa demonstra que uma grande parte dos alunos entrevistados é capaz de ver a Matemática e a Geometria existente na pintura. Isso pode representar um fator positivo se adotada a metodologia da utilização de pinturas para a contextualização da geometria embora a maioria tenha escolhido o curso pela afinidade com as exatas e não pela identificação com a profissão. Nota-se que mesmo com tal diferença, os acadêmicos entendem a importância das práticas pedagógicas diferenciadas dos professores que levam ao bom desempenho dos alunos. Ao confrontar a quantidade de entrevistados que não tiveram aulas de Matemática com abordagens artísticas com aqueles que entendem que esta relação colabora com a aprendizagem, faz-se necessária uma reflexão cuidadosa quanto a novos investimentos

pedagógicos pautados nesta metodologia. Aja vistas que a maioria deles manifestou interesse em saber mais sobre o assunto.

Ao observar as opiniões dos professores e coordenadores, através dos questionários e das entrevistas, nota-se a disponibilidade desses profissionais em experimentar um novo recurso pedagógico, quando não, uma nova metodologia. Os três segmentos pesquisados – alunos, professores e coordenadores – somados ao material bibliográfico que fundamenta essa pesquisa, levam a considerar a possibilidade real de articulações disciplinares nos currículos escolares fundamental, médio e superior. O professor deve ter material pedagógico claro e eficiente que leve seus alunos a cognição matemática sob os aspectos mais diversificados quanto possível.

Mesmo com os diversos estudos da atualidade, notam-se alguns aspectos dogmáticos que perturbam o a epistemologia educacional. Sob este foco, há que se pensar em um dos aspectos pragmáticos, mais significativos para a sociedade, em que somente a ação do homem, quando motivada pela inteligência e pelas compensações pode alcançar os limites da condição humana.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abdounur, O. J. (2003). *Matemática e música: o pensamento analógico na construção de significados* (3ª ed.). São Paulo: Escrituras Editora, coleção ensaios transversais.
- Almeida, M. L. F. (2006). *Matemática e arte; uma relação tão delicada. Dissertação de mestrado*. São Paulo: Fundação Osvaldo Cruz.
- Amorim, M. P. (2011). *A formação de conceitos geométricos no ensino fundamental*. Santa Catarina: Departamento de Matemática, Programa de Iniciação Científica. Universidade do Extremo Sul Catarinense (UNESC).
- Antoniazzi, H. M. (2005). *Matemática e arte: uma associação possível*. Dissertação. Educação em ciências e matemática, 138 p. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul: Porto Alegre.
- TV Cultura. (2001). *Arte e Matemática. Cultura, marcas*. DVD, Duração 76 minutos aproximados. Brasil, São Paulo: All região, NTSC full screen. Documentário – arte e matemática.
- Atalay, B. (2007). *A matemática e Mona Lisa: a confluência da arte com a ciência* (Vilela, M. trad.). São Paulo: Mercuryo.
- Bitler, N. *O estudo de Leonardo da Vinci da luz e óptica: uma síntese de campus em “A última ceia”*. Universidade Stanford. Califórnia. USA. Disponível em: <http://translate.google.com.br/translate?hl=pt-BR&sl=en&u=http://ojs.stanford.edu/ojs/index.php/intersect/article/downloadSuppFile/239/41&prev=/search%3Fq%3Dkemp%2Be%2Bleonardo%2Bda%2Bvinci%2B2006%26biw%3D1440%26bih%3D719>
- Bonitatibus, S. G. (1989). *Educação comparada: conceito, evolução, métodos*. São Paulo, SP: EPU.
- Bourdieu, P. (1996). *A economia das trocas linguísticas*. São Paulo: EDUSP.
- Bourdieu, P., & Dartbel, A. (2007). *O amor pela arte: os museus de arte na Europa e seu público*. Tradução: Guilherme João de Freitas Teixeira (2ª ed.). São Paulo: Editora da Universidade de São Paul, Porto Alegre.
- Brandão, Z. (2002). *Pesquisa em educação: conversa com pós-graduandos*. São Paulo, SP: Loyola.
- Capra, F. (2008). *A ciência de Leonardo da Vinci: um mergulho profundo na mente do grande gênio da Renascença* (Costa, B. trad.). São Paulo: Cultrix.
- Catardièrre, P. de L. (2004). *História das ciências: da antiguidade aos nossos dias*. Matemática Astronomia v.1. Lisboa: Edição Texto e Grafia.

Sanches, Antonio Messa. Contemplando a Matemática: a geometria espacial da pintura renascentista e suas interações com o ensino acadêmico.

Cespón, J. L. G. (2011). *Tríptica da Vinci: geometria Del Renascimento*. Universidade de Vigo, Espanha. Acesso em 24 de julho de 2011. Disponível em: <http://www.triptico-davinci.com/category/hemeroteca>

Contador, P. R. M. (2011). *A matemática na arte e na vida* (2ª ed.). São Paulo: Editora Livraria da Física.

Costa, C. O. de A. (2004). A perspectiva no olhar: ciência e arte do Renascimento. *Dissertação Curso de mestrado profissional em ensino de Matemática*, 214 p. São Paulo: Pontifícia, Universidade Católica de São Paulo.

D'Ambrosio, U. (1996). *Educação matemática: da teoria à prática*. Campinas, SP: Papirus.

D'Ambrosio, U. (2002). *Revista novaescola*, março de 2002, p. 20.

D'Ambrosio, U. (2008). *Uma história concisa da matemática no Brasil*. Petrópolis, RJ: Vozes.

Dante, L. R. (2005). *Tudo é matemática*. São Paulo: Ática.

Demo, P. (2004). *Aprendizagem no Brasil: ainda muito por fazer*. Porto Alegre: Mediação.

Eco, U. (2009). *Como se faz uma tese* (14ª ed.). Tradução Gilson Cezar Cardoso de Sousa. São Paulo: Editora Perspectiva S.A.

Facchini, V. (1997). *Matemática volume único* (2ª ed.). São Paulo, SP: Editora Saraiva.

Fairclough, N. (2001). *Discurso e mudança social*. Brasília: Editora Universidade de Brasília.

Fazenda, I. C. A. (1994). *Interdisciplinaridade: história, teoria e pesquisa* (18ª ed.). Campinas, SP: Papirus.

Fazenda, I. C. A. (1995). *Interdisciplinaridade um projeto em parceria* (3ª ed.). São Paulo: Loiola.

Fernandes, F., Luft, C. P., & Guimarães, F. M. (1993). *Dicionário Brasileiro Globo* (32ª ed.). São Paulo: Globo.

Ferreira, A. G. (2008). *O sentido da educação comparada: uma compreensão sobre a construção de uma identidade*. Santana: Porto Alegre. Disponível em: <http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/faced/article/viewFile/2764/2111>

Francisco Filho, G. (2004). *A educação brasileira no contexto histórico* (2ª ed.). Campinas, SP: Editora Alínea.

Fiorentinni, D., & Nacarato, A. M. (2005). *Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática: investigando a teoria a partir da prática*. São Paulo: Musa Editora. Campinas, SP: GEPFPM-PRAPEM-FE/UNICAMP.

Flores, C. (2007). Teoria e representação geométrica na obra de Albrecht Dürer: um ensino de matemática para pintores e artesão. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación*

Matemática, nº 11, p. 179-188. Disponível em: http://www.fisem.org/www/union/revistas/2007/11/Union_011_016.pdf

Foucault, M. (2005). *Arqueologia do saber* (7ª ed.). Rio de Janeiro: Forense universitária.

Freire, P. (1996). *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa* (Coleção Leitura). São Paulo: Paz e Terra

Geraldo, I. F. (1995). *A monografia na universidade*. (14ª ed.). Campinas, SP: Papirus.

Gibbs, G. (2009). *Análise de Dados Qualitativos*. Porto Alegre: Artmed.

Gomes, A. et al. (2000). *Organizações em transição – contributo da Psicologia do Trabalho e das Organizações*. Coimbra: Imprensa da Universidade.

Haddad, D. A. (2013). *A arte de fazer arte*. (4ª ed.). São Paulo, SP: Saraiva.

Hemenwey, P. (2008). *El código secreto: la misteriosa fórmula que rige el arte, La naturaleza y La ciencia* (Pawlowsky-Glahn, V. trad.). Barcelona: Evergreen.

Iskandar, J. I. (2011). *Normas da ABNT: comentários para trabalhos científicos* (4ª ed.). Curitiba: Juruá. (original publicado em 2009).

Justamand, M. (2005). As pinturas rupestres e as questões ideológicas. *Revista espaço acadêmico*, nº 48, Maio/2005, ISSN 1519.6186, ano IV.

Laville, C., & Dionne, J. (1999). *A construção do saber: manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas*. Porto Alegre: Artes Médica. Belo Horizonte: UFMG.

Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. (1996). São Paulo: República Federativa do Brasil.

Leal, A. (2007). *Leonardo da Vinci: o gênio do renascimento*. Artigo: Creative commons attribution. Disponível em: <http://biosofia.net/2007/06/27/leonardo-da-vinci-o-grand-genio-do-renascimento/>

Leia, H. R. (2005). Sobre o conceito de interdisciplinaridade. *Cadernos de pesquisa interdisciplinar em ciências humanas*. ISSN 1678-7730 – FPOLIS, agosto de 2005. <http://www.journal.ufsc.br/index.php/cadernosdepesquisa/article/view/2176>

Levy, P. (1993). *As tecnologias da inteligência; tradução de Carlos Irineu da Costa* (34ª ed.). Rio de Janeiro: Coleção TRANS.

Livio, M. (2009). *Razão áurea: a história de Fi, um número surpreendente* (4ª ed., Matsumura, M. S. trad.). Rio de Janeiro: Record.

Ludke, M., & André, M. E. D. A. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU.

Maia, P. O caráter demonstrativo das experiências de Brunelleschi e o seu impacto na concepção e na utilização de dispositivos de captura entre os séculos XV e XVII. *Actas do Simpósio La práctica de la perspectiva. Perspectiva en los talleres*

Sanches, Antonio Messa. Contemplando a Matemática: a geometria espacial da pintura renascentista e suas interações com o ensino acadêmico.

artísticos europeus. Universidade de Granada, 14 p. Disponível em: <http://www.i2ads.org/blog/article/o-caracter-demonstrativo-das-experiencias-de-brunelleschi-e-o-seu-impacto-na-concepcao-e-utilizacao-de-dispositivos-de-captura-entre-os-seculos-xv-e-xvii-5/>

Maia, R. (1971). *DCL – Difusão Cultural do Livro Ltda: Magno Dicionário comentado da Brasileiro da Língua Portuguesa*. São Paulo: Edipar.

Maingueneau, D. (2001). *Análise de textos de comunicação*. São Paulo: Cortez.

Mizukami, M. da G. N. (1986). *Ensino: as abordagens do processo*. São Paulo: EPU.

Molina, O. (1984). Diferenças no desempenho em leitura como resultado de treinamento em habilidades de estudo. *Estudo e Seleção*, (10), 34-42, jul./dez. São Paulo: Fundação Carlos Chagas.

Molina, O. *Ler para aprender: desenvolvimento de habilidades de estudo*. São Paulo, SP: EPU.

Moreira, M. A. (1999). *Teorias da Aprendizagem*. São Paulo, SP: EPU.

Neves, B. de B. (2010). *Imagens-câmera, máquinas lógicas e retóricas documentárias*. Dissertação. São Paulo: UNICAMP, Campinas. Disponível em: <http://www.semeiosis.com.br/en/imagens-camera/>

Nogueira, N. R. (1998). *Interdisciplinaridade aplicada* (2ª ed.). São Paulo: Érica.

Orlandi, E. P. (2005). *Análise de Discurso: princípios e procedimentos* (6ª ed.). São Paulo: Pontes.

Orlandi, E. P. (2005). *Análise de Discurso: princípios e procedimentos* (6ª ed.). São Paulo: Pontes.

Orlandi, E. P. (2001). *Discurso e leitura* (6ª ed.). Campinas, SP: Cortez.

Orlandi, E. P. (1988). *Discurso e leitura*. Campinas, SP: Cortez.

Paiva, J. (2002). *As tecnologias de informação e comunicação: utilização pelos professores*. Lisboa: DAPP/Ministério da Educação. Disponível em: http://www.giase.min-edu.pt/nonio/pdf/utilizacao_tic_profs.pdf

Paiva, M. (2013). *Matemática – ensino médio* (3ª ed.). São Paulo, SP: Moderna.

Parasuraman, A. (1991). *Marketing research* (2ª ed.). Boston: Addison Wesley Company.

Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática (1986). São Paulo: República Federativa do Brasil.

Pêcheux, M. (2005). Papel da memória. In Achard, P. et al. *Papel da memória*. Campinas: Pontes. apud Orlandi, E. P. *Análise de Discurso: princípios e procedimentos* 6ª ed. São Paulo: Pontes. (original publicado em 1999).

Sanches, Antonio Messa. Contemplando a Matemática: a geometria espacial da pintura renascentista e suas interações com o ensino acadêmico.

Pereira, K. H. (2010). *Como usar artes visuais na sala de aula* (2ª ed.). São Paulo: Contexto.

Perrenoud, P. et al. (2002). *As competências para ensinar no século XXI: a formação dos professores e o desafio da avaliação*. Porto Alegre: Artmed Editora

Picado, J. *Abeleza matemática das conchas marinhas*. Fundação Calouste Gulbenkian/serviço de ciência. Acesso em: 03 de novembro de 2012. Disponível em: <http://www.mat.uc.pt/~picado/conchas/artigo.pdf>

Pinto, M.C.S. (2007). *Autobiografia e subjetividade: análise do discurso de alunos de curso normal superior*. Mestrado em Linguística, Programa de Pós-Graduação em Ciências Sociais e Letras, 171 p. Taubaté: Universidade de Taubaté.

Pombo, O. (2003). O insuportável brilho da escola. In. A. Renaut. et al. *Direitos e responsabilidades na sociedade educativa*. Lisboa: FCG.

Pujol, R. M. (2004). O que ensinar e o que aprender no ensino fundamental sobre a educação dos consumidores. In Nieves Álvarez, M. (2002). *Valores e temas transversais no currículo. Coleção Inovação Pedagógica, Interdisciplinaridade – ambições e limites*, pp. 15-30. Porto Alegre: Artmed. Lisboa: Relógio D'Água.

Queluz, A. G. (Org). (2003). *Interdisciplinaridade: formação de profissionais de educação*. São Paulo, SP: Pioneira Thompson Learning.

Quivy, R., & Campenhoudt, L. (2005). *Manual de investigação em ciências sociais*. (4ª ed.). Lisboa: Gradativa.

Richardson, R. J. (2010). *Pesquisa social anual: métodos e técnicas*. (3ª ed.). São Paulo: Atlas.

Ricouer, P. (1978). *O conflito das interpretações*. Rio de Janeiro: Imago Editora.

Rocha, L. M. (2001). *Pitágoras: O que sonhou primeiro* (2ª ed.). São José dos Campos: UNIVAP.

Rodrigues, A. de F. (2009). *De Marsilio Ficino a Albrecht Dürer: considerações sobre a inspiração filosófica de "Melancolia I"*.

Röhrs, H., & Montessori, M. (2010). *Coleção Educadores* (Alemida, D. D. M. de, & Alves, M. L., trad.). Recife: Fundação Joaquim Nabuco, Editora Massangana.

Santos, A. de C. (2011). *As contribuições de Leonardo da Vinci para o ensino da matemática na contemporaneidade*. V colóquio internacional: educação e contemporaneidade. Acesso em 30 de março de 2011. São Cristóvão: SE/Brasil. Disponível em: <http://www.educonufs.com.br>.

Saviani, D. (2001). *História comparada da educação: algumas aproximações*. Brasil: Campinas. Disponível em: <http://www.fae.unicamp.br/dermeval/texto2001-8.html> acesso em dezembro de 2010.

Seganfredo, C., & Franchini, A.S. (2003). *As 100 melhores histórias da mitologia: deuses, heróis, monstros e guerras da tradição Greco-romana* (9ª ed.) São Paulo, SP: Artes e Ofícios.

Sanches, Antonio Messa. Contemplando a Matemática: a geometria espacial da pintura renascentista e suas interações com o ensino acadêmico.

- Serenato, L. J. (2008). *Aproximações interdisciplinares entre matemática e arte: resgatando o lado humano da matemática*. Dissertação de mestrado. Curitiba: Universidade Federal do Paraná.
- Silva, C. P. da. (2009). *Aspectos históricos do desenvolvimento da pesquisa matemática no Brasil*. São Paulo, SP: Editora Livraria da Física/ SBHmat.
- Szynmanski, E. (2004). *A entrevista na pesquisa em educação: a prática reflexiva* (3ª ed.). Almeida, L. R. de, & Pradini, R. C. A. R. (2010). Brasília: Líder Livro Editora.
- Szymansky, H. (2001). A entrevista reflexiva. *Revista Psicologia da Educação*, n. 9-10.
- Silva, M. L. (2007). *Muito além do olhar: um enlace da matemática com a arte*. Dissertação, 88p. Educação em ciências e matemática. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul: Porto Alegre.
- Smole, K. S., & Diniz, M. I. (org). (2001). *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed
- Teixeira, C. A. B. C. (2011). *Resolução de problemas em contexto geométrico: o estudo de triângulos da 7ª ano*. Dissertação, 160 p. Educação em Matemática. Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Tomaz, V. S., & David, M. M. M. S. (2003). *Interdisciplinaridade e aprendizagem de matemática em sala de aula* (Coleção Tendências em Educação Matemática). Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- Triviños, A. N. S. (1987). *Introdução à pesquisa em ciências sociais*. São Paulo: Atlas.
- Trojan, R. M., & Sanchez, M. M. (2009). *Educação comparada: considerações teórico-metodológicas no contexto da globalização*. Brasil: Universidade Federal do Paraná.
- Veloso, C. *Como desenhar a face humana*. Rio de Janeiro, RJ: Ediouro.
- Weisz, T., & Sanchez, A. (2009). O diálogo entre ensino e aprendizagem. São Paulo: Ática.
- Yin, R. K. (1989). *Case study research – designs and methods*. E.U.A.: Sage publications.
- Zaleski Filho, D. (2009). *Arte e Matemática em Mondrian*. Dissertação. Programa de pós Graduação em Educação, Arte e história da Cultura, 169 p. São Paulo: Universidade Presbiteriana Mackenzie.
- Ziegler, J. de R & Pincolini, L. B. Transformações geométricas no plano e o significado geométrico do determinante. *Disc. Scientia. Série: Ciências Naturais e Tecnologias*, S. Maria, v.9, n.1, p11-21, 2008. Acesso em 12 de maio de 2015. Disponível em <http://sites.unifra.br/Portals/36/tecnologicas/2008/geometricas.pdf>

REFERÊNCIAS VIRTUAIS

<http://www.saopaulo.sp.gov.br/spnoticias/lenoticia.php?id=210148> acesso em 15 de fevereiro de 2014

<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/durer/index.htm>. Acesso em 03 de novembro de 2010

http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm33/art_mat.htm. Acesso em 03 de novembro de 2010.

<http://www.bioenergil0.tripod.com.com.br>. Acesso em 04 de julho de 2011.

1<http://www.gutohervey.zip.net>. Acesso em 04 de julho de 2011.

http://www.furb.br/faic/seminario/FAIC_2/Resumos%20CD/Humanas_CD/Marlene_Pires_Amorim.htm. Acesso em 14 de julho de 2011.

<http://www.espacoacademico.com.br/048/48cjustamand.htm>. Acesso em 25 de janeiro de 2011.

<http://www.espirito.org.br/portal/artigos/iso-jorge>. Acesso em 04 de julho de 2011.

http://www.scielo.br/scielo.php?bid=S1517-97022003000100013&script=sci_arttex&t. Acesso em 15 de maio de 2011.

<http://www.animais.culturamix.com>. Acesso em 05 de janeiro de 2012.

<http://www.forumpcr.com.br>. Acesso em 05 de janeiro de 2012.

<http://www.cimentoitambe.com.br>. Acesso em 05 de janeiro de 2012.

<http://www.sodahead.com.br>. Acesso em 05 de janeiro de 2012.

<http://www.sarem.org.ar/mediawiki/index.php/Portada>. Acesso em 09 de janeiro de 2012.

<http://www.almacarioca.net/wp-content/uploads/2012/08/1508b.jpg>. (Anexo II RTA) Acesso em 20 de setembro de 2013.

<http://veja.abril.com.br/230501/imagens/livros1.jpg>. (Anexo II RTB). Acesso em 20 de setembro de 2013.

http://lh5.ggpht.com/5v5mfm_3S8/Tto_GJoS_MI/AAAAAAAAAUgg/4Mnp1zhgpr4/b23ba_thumb3.jpg?imgmax=800. (Anexo II RTC). Acesso em 20 de setembro de 2013.

<https://encryptedtbn2.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcQkO5yyyD1TrstnGyRulpSfEQgviyEYUcYf50y1LE0xRVzM7SZCg>. (Anexo II RTD). Acesso em 21 de setembro de 2013.

<http://static.artlover.me/300/images/art2/duccio-di-buoninsegna-rucellai-madonna-1.jpg>. (Anexo II RTE). Acesso em 21 de setembro de 2013.

Sanches, Antonio Messa. Contemplando a Matemática: a geometria espacial da pintura renascentista e suas interações com o ensino acadêmico.

<http://www.temperaworkshop.com/artists/madonna-3.jpg>. (Anexo II RTF). Acesso em 21 de setembro de 2013.

[http://pt.wahooart.com/A55A04/w.nsf/OPRA/BRUE7YYSMH/\\$File/Paolo%20Uccello%20%20Miracle%20of%20the%20Desecrated%20Host%20\(Scene%201\)%20.JPG](http://pt.wahooart.com/A55A04/w.nsf/OPRA/BRUE7YYSMH/$File/Paolo%20Uccello%20%20Miracle%20of%20the%20Desecrated%20Host%20(Scene%201)%20.JPG). (Anexo II RTG). Acesso em 21 de setembro de 2013.

http://www.acquarella.com.br/ACQ/_images/piero_della_francesca_1.jpg. (Anexo II RTH). Acesso em 22 de setembro de 2013.

<http://2.bp.blogspot.com/3NInB8QPQoA/URZCtU2heeI/AAAAAAAAAKSA/MnDP9yximPk/s320/Pesca+Milagrosa+-+mosaico.jpg>. (Anexo II RTI). Acesso em 22 de setembro de 2013.

<http://www.masp.art.br/servicoeducativo/assessoriaaoprofessor-fev07.jpg>. (Anexo II RTJ). Acesso em 22 de setembro de 2013.

<http://www.mundofisico.joinville.udesc.br/index.php/Historico>. Acesso em 19 de janeiro de 2012.

<http://www.Start.funmoods.com/results.php?s=pinturas>. Acesso em 15 de janeiro de 2012.

<http://www.1bp.blogspot.com>. Acesso em 22 de maio de 2012.

<http://www.calculomatematico.vilabol.uol.com.br/geoesp>. Acesso em 23 de janeiro de 2012.

http://www.unicamp.br/unicamp/unicamp_hoje/jornalPDF/ju277pag06.pdf. Acesso em 26 de maio de 2012.

http://www.google.com.br/imgres?q=giotto+obras&hl=pt-BR&sa=X&rlz=1W1ADFA_pt-
Acesso em 09 de janeiro de 2012.

<http://mesquita.blog.br/arte-pintura-ultima-ceia>. Acesso em 09 de janeiro de 2012.

<http://idademedia701.blogspot.com/p/arte-romanica.html>. Acesso em 09 de janeiro de 2012.

<http://www.fae.unicamp.br/dermeval/texto2001-8.html>. Acesso em 19 de março de 2012.

<http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/faced/article/viewFile/2764/2111>. Acesso em 09 de janeiro de 2012.

www.revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa/.../341. Acesso em 19 de março de 2012.

www.slideshare.net/.../o-mtodo-da-educao-comparada-2598357 - Estados Unidos - Acesso em 19 de março de 2012.

www.rbep.inep.gov.br/index.php/emaberto/article/view/965/868. Acesso em 19 de março de 2012.

www.sisifo.fpce.ul.pt/pdfs/Numero01PT.pdf. faced.ufu.br/colubhe06/anais/arquivos/580Dima
sNeves.pdf -. Acesso em 19 de março de 2012.

Sanches, Antonio Messa. Contemplando a Matemática: a geometria espacial da pintura renascentista e suas interações com o ensino acadêmico.

www.bdttd.ufscar.br/htdocs/tedeSimplificado//tde_busca/arquivo.php?...

www.ufsm.br/gpforma/2senafe/PDF/012e5.pdf. Acesso em 19 de março de 2012.

<http://www.youtube.com/watch?v=M2reO4J4KRQ>. Acesso em 15 de janeiro de 2012.

Portal da Universidade de Lisboa Matemática e Pintura. Acesso em 22 de janeiro de 2011.

<http://artescpv.wordpress.com/2011/08/05/pre-historia-paleolitico/-pinturas-rupestres>. Acesso em 14 de novembro de 2011.

http://cigarrasocratica.blogspot.com/2010_02_01_archive.html. Acesso em 29 de janeiro de 2012.

www.educacional.com.br/reportagem/educar2001/texto04.asp. Acesso em 02 de fevereiro de 2012.

<http://desenhistasautodidatas.blogspot.com/2008/02/tcnicas-de-ampliao.html>. Acesso em 29 de janeiro de 2012.

<http://douglasdim.blogspot.com/2011/09/reproducao-ampliacao-e-reducao.html>. Acesso em 29 de janeiro de 2012.

<http://educacao.uol.com.br/biografias/giotto.jhtm>. Acesso em 22 de janeiro de 2012.

<http://ellogosenelarteuniversal.blogspot.com/2011/12/la-primera-pesca-milagrosa-10-diciembre.html>. Acesso em 29 de janeiro de 2012.

http://filosofia-extravagante.blogspot.com/2010_12_01_archive.html Escola de athenas. Acesso em 12 de janeiro de 2012.

http://masp.art.br/masp2010/acervo_detalheobra.php?id=66. Acesso em 12 de janeiro de 2012.

<http://pt.wahooart.com/A55A04/w.nsf/Opra/BRUE-7YYSMH>. Acesso em 12 de janeiro de 2012.

<http://tryciarte.blogspot.com/Durer-2->. Acesso em 12 de janeiro de 2012.

<http://www.espacoacademico.com.br/> JUSTAMAND, Michel, 2004, Revista Espaço acadêmico, N° 41 outubro de 2004- ISSN 1519.6186. Acesso em 12 de janeiro de 2012.

http://www.google.com.br/imgres?q=madonna+de+rucellai&um=1&hl=pt-BR&sa=N&rlz=1R2ADFA_pt. Acesso em 12 de janeiro de 2012.

www.slideshare.net/.../o-mtodo-da-educao-comparada-2598357 - Estados Unidos. Acesso em 07 de fevereiro de 2012

www.rbep.inep.gov.br/index.php/emaberto/article/view/965/868. Acesso em 09 de fevereiro de 2012.

Sanches, Antonio Messa. Contemplando a Matemática: a geometria espacial da pintura renascentista e suas interações com o ensino acadêmico.

www.sisifo.fpce.ul.pt/pdfs/Numero01PT.pdf. Acesso em 10 de fevereiro de 2012.

faced.ufu.br/columbe06/anais/arquivos/580DimasNeves.pdf. 15 de fevereiro de 2012.

www.bdt.d.ufscar.br/htdocs/tedeSimplificado//tde_busca/arquivo.php?... Acesso em 22 de fevereiro de 2012.

www.ufsm.br/gpforma/2senafe/PDF/012e5.pdf. Acesso em 22 de fevereiro de 2012.

www.allposters.com/gallery.asp. 23 de fevereiro de 2012. Acesso em 25 de março de 2012.

www.revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa/.../341. Acesso em 24 de janeiro de 2011.

http://www.unicamp.br/unicamp/unicamp_hoje/jornalPDF/ju277pag06.pdf. Acesso em 13 de novembro de 2011

<http://www.clickeducação.com.br>. Acesso em 23 de março de 2012.

<http://portal.mec.gov.br/seb/aquivos/pdf>. Acesso em 25 de março de 2012.

<http://www.educ.fc.ul.pt/doscentes/opombo/investigacao/brilhoescola.pdf>. Acesso em 10 de outubro de 2012.

<http://lutaaquariana.blogspot.com.br/2009/05/suely-druck.html>. Acesso em 13 de novembro de 2011

<http://buscatextual.cnpq.br/buscatextual/visualizacv.jsp?id=K4787521E6..> Acesso em 30 de novembro de 2011

http://www.furb.br/faic/seminarios/FAIC_2resumos:MarleneAdemir. Acesso em 10 de maio de 2012.

<http://repositório.ul.pt/handle/10451/5189>. Acesso em 18 de junho de 2012.

<http://www.mat.uc.pt/~picado/conchas/artigo.pdf..> Acesso em 25 de novembro de 2011

<http://redalyc.uaemex.mx/pdf/810/81000304.pdf..> Acesso em 17 de outubro de 2011

<http://www.tvcultura.com.br/artematemtica/home.html..> Acesso em 10 de maio de 2011

<http://abrancoalmeida.files.wordpress.com/2009/12/escola-de-atenas.jpg?w=510..> Acesso em 4 de fevereiro de 2012

<http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/modules/mylinks/viewcat.php?cid=14>. Acesso em 16 de setembro de 2011

http://t0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcS37Q8VSOlNUwDXN_h-99whkP33ySEjgCBvIGonstCPCljFJAm_Gg. Acesso em 16 de setembro de 2011

<http://caminhosquelevamaoutros.blogspot.com.br/2010/05/giotto.html>. Acesso em 16 de setembro de 2011

Sanches, Antonio Messa. Contemplando a Matemática: a geometria espacial da pintura renascentista e suas interações com o ensino acadêmico.

<http://sciencesofworld.wordpress.com/2012/01/12/leonardo-da-vinci/>. Acesso em 16 de abril de 2012.

http://www.mecanicaonline.com.br/2007/05/engenharia/livo_da_vinci.html. Acesso em 15 de setembro de 2011

<http://www.bpiropo.com.br/fpc20070226.htm>. Acesso em 22 de julho de 2012.

<http://publico.pt/cultura/noticia/provavel-autoretrato-de-leonardo-da-vinci-descoberto-em-italia-1366639>. Acesso em 22 de julho de 2012.

http://www.ced.ufsc.br/claudiaflores/PESQUISA/textos_publicados/Teoria_e_representacao_geometrica_na_obra_de_Albrecht.pdf. Acesso em 21 de julho de 2012

<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/durer/index.htm>. Acesso em 22 de julho de 2012

http://www.revistasusp.sibi.usp.br/scielo.php?pid=S1518-95542009000200013&script=sci_arttext. Acesso em 25 de julho de 2012

http://search.babylon.com/imageres.php?iu=http://2.bp.blogspot.com/-RwKD3Vlh4g0/ULe1t0Eh1hI/AAAAAAAAAIj8/5aWePnh8HZY/s1600/D%25C3%25BCrer_Melancholia_I.jpg&ir=http://calango74.blogspot.com/2012/11/o-quadrado-magico-de-. Acesso em 24 de julho de 2012.

http://t0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcRQHVBWA1dE3GQB2kXBs4ZDykMNRQad_50kf0JDBwnqY3NUKuC25UcovYA&h=1526&w=1200&q=geometria+de+durer&bsrc=HP_ss. Acesso em 22 de julho de 2012

<http://f.i.uol.com.br/folha/ilustrada/images/12292487.jpeg>. Acesso em 19 de julho de 2012

<http://www.fc.up.pt/pessoas/jfalves/Teses/Raquel.pdf>. Acesso em 19 de julho de 2012

<http://pintura-tecido.com/wp-content/uploads/2012>. Acesso em 19 de julho de 2012

http://desenhosalapis.com/cpg/albums/userpics/10369/normal_DSC01675.JPG. Acesso em 19 de julho de 2012

<http://www.profcardy.com/geodina/i/projecao.gif>. Acesso em 26 de julho de 2012

<http://www.semeiosis.com.br/imagens-camera/>. Acesso em 26 de julho de 2012

<http://www.profcardy.com/geodina/i/perspective.jpg>. Acesso em 26 de julho de 2012.

http://www.semeiosis.com.br/wp-content/uploads/2010/12/FIG.-02-Albercht-D%C3%BCrer_M%C3%A1quina-de-desenhar.jpg. Acesso em 6 de julho de 2012

http://www.netsaber.com.br/biografias/ver_biografia_c_2580.html. Acesso em 2 de julho de 2012.

<http://www.profcardy.com/geodina/i/durer.jpg>. Acesso em 14 de julho de 2012

Sanches, Antonio Messa. Contemplando a Matemática: a geometria espacial da pintura renascentista e suas interações com o ensino acadêmico.

<http://www.profcardy.com/geodina/perspectiva-conica.php>. Acesso em 29 de julho de 2012.

<http://www.i2ads.org/blog/article/o-caracter-demonstrativo-das-experiencias-de-brunelleschi-e-o-seu-impacto-na-concepcao-e-utilizacao-de-dispositivos-de-captura-entre-os-seculos-xv-e-xvii-5/>. Acesso em 10 de julho de 2012

<http://www.i2ads.org/wp-content/uploads/2012/02/07-466x168.jpg>. Acesso em 17 de julho de 2012.

<http://www.daringtodo.com/wp-content/uploads/2010/07/3-MA399-Venus-de-Milo-portrait%C2%A9AChauvet.jpg>. Acesso em 2 de julho de 2012

<http://www.bpiropo.com.br/fpc20070226.htm>. Acesso em 3 de julho de 2012

<http://superorigami.com/geometria.html>. Acesso em 4 de julho de 2012

<http://tipografos.net/escrita/letra-dos-romanos-1.html>. Acesso em 01 de julho de 2012.

<http://www.olhodehorus-egito.com.br/geometria.htm>. Acesso em 01 de julho de 2012.

<http://cienciahoje.uol.com.br/blogues/bussola/2012/07/o-anatomista-leonardo-da-vinci>

<http://www.artbible.info/art/large/348.html>. Acesso em 01 de julho de 2012.

<http://www.sabercultural.com/template/especiais/Leonardo-da-Vinci-Anatomia.html>. Acesso em 01 de julho de 2012.

<http://www.biografiasyvidas.com/biografia/l/leonardo.htm>. Acesso em 01 de julho de 2012.

<http://www.suapesquisa.com/leonardo/>. Acesso em 08 de julho de 2012.

<http://www.triptico-davinci.com/?show=slide>. Acesso em 08 de julho de 2012.

<http://jonasportal.blogspot.com.br/2010/03/os-poliedros-de-leonardo-da-vinci.html>. Acesso em 08 de julho de 2012.

<http://www.triptico-davinci.com/?show=slide>. Acesso em 08 de julho de 2012.

<http://search.babylon.com/imageres.php?iu=http://www.itsjustlife.com/salai03.jpg&ir>. Acesso em 08 de julho de 2012.

<http://biosofia.net/2007/06/27/leonardo-da-vinci-o-grand-genio-do-rencimento/>. Acesso em 08 de julho de 2012.

<http://www.triptico-davinci.com/?show=slide>. Acesso em 26 de junho de 2012.

<http://www.triptico-davinci.com/?show=slide>. Acesso em 26 de junho de 2012.

<http://www.folha.uol.com.br/>. Acesso em 26 de junho de 2012.

<http://pt.pons.eu/dict/search/results/?q=tuvo&l=espt&in=&lf=es>. Acesso em 26 de junho de 2012.

Sanches, Antonio Messa. Contemplando a Matemática: a geometria espacial da pintura renascentista e suas interações com o ensino acadêmico.

<http://translate.google.com>. Acesso em 11 de janeiro de 2013.

<http://michaelis.uol.com.br/moderno/ingles/index.php?lingua=ingles-portugues&palavra=screaming>. Acesso em 11 de janeiro de 2013.

<http://www.dicio.com.br>. Acesso em 11 de janeiro de 2013.

<http://www.arqweb.com/vitrum/modulor.asp>. Acesso em 13 de janeiro de 2013.

http://pt.wikipedia.org/wiki/Leonardo_da_Vinci#cite_ref-Chiesa_26-7. Acesso em 11 de janeiro de 2013.

http://search.babylon.com/imageres.php?iu=http://www.30giorni.it/upload/articoli_immagini_interne/1286546527026.jpg&ir=http://www.30giorni.it/articoli_id_22902_l6.htm&ig=http://t1.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcR5iCN8yHsAWGIR6cF7l0RzlRHpmxGyRsPQ6rB0ay7rCxcT8eZddRpr5mc&h=231&w=300&q=SANTA+CEIA+SEC+xi&babsrc=NT_ss. Acesso em 11 de janeiro de 2013.

<http://1.bp.blogspot.com/-SxuLYBwO7eo/T5Z6VtslPrI/AAAAAAAAAs8/gpfah2JwLrc/s1600/cameraobscura2.jpg>. Acesso em 11 de janeiro de 2013.

http://imagensnovestibular.blogspot.com.br/2010_07_01_archive.html. Acesso em 11 de janeiro de 2013.

http://obviousmag.org/archives/uploads/2012/02/28/11_Adoracao_da_Santissima_Trindade_Durer_11.jpg. Acesso em 11 de janeiro de 2013.

<http://www.ufjf.br/ppghistoria/files/2009/12/Andreia-de-Freitas-Rodrigues.pdf>. Acesso em 26 de junho de 2012.

http://www.ced.ufsc.br/claudiaflores/PESQUISA/textos_publicados/Teoria_e_representacao_geometrica_na_obra_de_Albrecht.pdf. Acesso em 26 de junho de 2012.

<http://www.almacarioca.net/wp-content/uploads/2012/08/1508b.jpg>. (Anexo II RTA) Acesso em 20 de setembro de 2013.

<http://veja.abril.com.br/230501/imagens/livros1.jpg>. (Anexo II RTB). Acesso em 20 de setembro de 2013.

http://lh5.ggpht.com/5v5mfm_3S8/Tto_GJoS_MI/AAAAAAAAAUgg/4Mnp1zhgpr4/b23ba_thumb3.jpg?imgmax=800. (Anexo II RTC). Acesso em 20 de setembro de 2013.

<https://encryptedtbn2.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcQkO5yyyD1TrstnGyRulpSfEQgviyEYUcYf50y1LE0xRVzM7SZCg>. (Anexo II RTD). Acesso em 21 de setembro de 2013.

<http://static.artlover.me/300/images/art2/duccio-di-buoninsegna-rucellai-madonna-1.jpg>. (Anexo II RTE). Acesso em 21 de setembro de 2013.

<http://www.temperaworkshop.com/artists/madonna-3.jpg>. (Anexo II RTF). Acesso em 21 de setembro de 2013.

Sanches, Antonio Messa. Contemplando a Matemática: a geometria espacial da pintura renascentista e suas interações com o ensino acadêmico.

[http://pt.wahooart.com/A55A04/w.nsf/OPRA/BRUE7YYSMH/\\$File/Paolo%20Uccello%20%20Miracle%20of%20the%20Desecrated%20Host%20\(Scene%201\)%20.JPG](http://pt.wahooart.com/A55A04/w.nsf/OPRA/BRUE7YYSMH/$File/Paolo%20Uccello%20%20Miracle%20of%20the%20Desecrated%20Host%20(Scene%201)%20.JPG). (Anexo II RTG). Acesso em 21 de setembro de 2013.

http://www.acquarella.com.br/ACQ/_images/piero_della_francesca_1.jpg. (Anexo II RTH). Acesso em 22 de setembro de 2013.

<http://2.bp.blogspot.com/3NInB8QPQoA/URZCtU2heeI/AAAAAAAAAKSA/MnDP9yximPk/s320/Pesca+Milagrosa+-+mosaico.jpg>. (Anexo II RTI). Acesso em 22 de setembro de 2013.

<http://www.masp.art.br/servicoeducativo/assessoriaaoprofessor-fev07.jpg>. (Anexo II RTJ). Acesso em 22 de setembro de 2013.

<http://www.almacarioca.net/wp-content/uploads/2012/08/1508b.jpg>. (Anexo II RTA) Acesso em 20 de setembro de 2013.

<http://veja.abril.com.br/230501/imagens/livros1.jpg>. (Anexo II RTB). Acesso em 20 de setembro de 2013.

http://lh5.ggpht.com/5v5mfm_3S8/Tto_GJoS_MI/AAAAAAAAAUgg/4Mnp1zhgpr4/b23ba_thumb3.jpg?imgmax=800. (Anexo II RTC). Acesso em 20 de setembro de 2013.

<https://encryptedtbn2.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcQkO5yyyD1TrstnGyRulpSfEQgviyEYUcYf50y1LE0xRVzM7SZCg>. (Anexo II RTD). Acesso em 21 de setembro de 2013.

<http://static.artlover.me/300/images/art2/duccio-di-buoninsegna-rucellai-madonna-1.jpg>. (Anexo II RTE). Acesso em 21 de setembro de 2013.

<http://www.temperaworkshop.com/artists/madonna-3.jpg>. (Anexo II RTF). Acesso em 21 de setembro de 2013.

[http://pt.wahooart.com/A55A04/w.nsf/OPRA/BRUE7YYSMH/\\$File/Paolo%20Uccello%20%20Miracle%20of%20the%20Desecrated%20Host%20\(Scene%201\)%20.JPG](http://pt.wahooart.com/A55A04/w.nsf/OPRA/BRUE7YYSMH/$File/Paolo%20Uccello%20%20Miracle%20of%20the%20Desecrated%20Host%20(Scene%201)%20.JPG). (Anexo II RTG). Acesso em 21 de setembro de 2013.

http://www.acquarella.com.br/ACQ/_images/piero_della_francesca_1.jpg. (Anexo II RTH). Acesso em 22 de setembro de 2013.

<http://2.bp.blogspot.com/3NInB8QPQoA/URZCtU2heeI/AAAAAAAAAKSA/MnDP9yximPk/s320/Pesca+Milagrosa+-+mosaico.jpg>. (Anexo II RTI). Acesso em 22 de setembro de 2013.

<http://www.masp.art.br/servicoeducativo/assessoriaaoprofessor-fev07.jpg>. (Anexo II RTJ). Acesso em 22 de setembro de 2013.

Sanches, Antonio Messa. Contemplando a Matemática: a geometria espacial da pintura renascentista e suas interações com o ensino acadêmico.

APÊNDICES

APÊNDICE I

Solicitação de Autorização de Adaptação do Questionário

Correio eletrônico:

Exma. Dra. Jacinta Paiva,

Sou Antonio Messa Sanches, brasileiro, Professora de escolas públicas, aluno do Curso de Mestrado em Educação da Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias.

Estou concluindo minha dissertação, sob orientação da Professora Doutora Graça Ataíde, brasileira. O objetivo da minha pesquisa é investigar a utilização da geometria espacial da pintura renascentista e suas interações com o ensino acadêmico

Pretendo aplicar um questionário com os professores do curso de Licenciatura em Matemática de duas Instituições de Ensino Superior das Cidades de São José dos Campos e Taubaté, ambas no Vale do Paraíba, interior do estado de São Paulo, Brasil. E gostaria de solicitar sua autorização para utilizar o questionário elaborado pela Dr^a Prof^a Jacinta Paiva, em 2002: "As Tecnologias de Informação e Comunicação: utilização pelos professores". O mesmo será utilizado de forma devidamente referenciada, com a realização de algumas modificações pertinentes em razão da população destinada ser específica a professores de Matemática.

Desde já agradeço pela atenção.

Cordialmente, Antonio Messa Sanches.

APÊNDICE II



MESTRADO EM CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO

Professor: Messa Sanches

e-mail: messa.sanches@uol.com.br

ENTREVISTA

Prezado(a) Professor(a):

Esta entrevista faz parte de uma pesquisa de mestrado que tem por objetivo discutir a utilização dos conhecimentos geométricos utilizados nas pinturas do período da Renascença e as possibilidades da sua utilização no ensino da geometria espacial por professores de matemática. Quanto à geometria, trata-se dos trabalhos que vão desde a geometria Euclidiana, até a geometria observada nas três dimensões do observador. Quanto às pinturas, refere-se aos quadros de alguns artistas do período histórico denominado Renascimento. Não há respostas corretas ou incorretas, no entanto, faz-se necessária franqueza absoluta nas respostas para que possamos obter resultados significativos.

Peço sua permissão para gravar, em áudio, o conteúdo desta entrevista e afirmo que os dados serão mantidos em sigilo e somente utilizados nesta pesquisa.

Agradeço desde já sua atenção, colaboração e participação.

P1. Identificação do Entrevistado:

- Idade
- Gênero
- Tempo de formação
- Tempo de função

P2. Conhecimento acerca das técnicas matemáticas utilizadas na pintura.

- Discorra sobre o conhecimento que você julga ter acerca da Geometria empregada nas Pinturas do período do Renascimento.

P3. Disponibilidade da interdisciplinaridade entre as áreas: Arte e a Matemática para os professores:

- Discorra acerca dos aspectos que podem facilitar e/ou dificultar o contato pedagógico entre as duas áreas supracitadas.

P4. Material bibliográfico e/ou virtual de Matemática no contexto das Artes sob o fo ^{ix}
educativo:

- Discorra sobre a oferta de material interdisciplinar que seja específico entre as duas áreas de conhecimento.

P5. Importância da interação dos professores de Matemática com as Pinturas do período do Renascimento:

- Discorra sobre a importância ou não da interação dos professores com as técnicas geométricas utilizadas pelos pintores do período do Renascimento.

P6. Considerações que o entrevistado julgar relevantes:

Se desejar receber os resultados desta pesquisa, por favor, deixe seu e-mail de contato.

E-mail: _____

APÊNDICE III



MESTRADO EM CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO

Professor: Messa Sanches

e-mail: messa.sanches@uol.com.br

Questionário

Prezado(a) aluno(a):

Este questionário faz parte de uma pesquisa de mestrado que tem por objetivo discutir a utilização dos conhecimentos geométricos utilizados nas pinturas do período da Renascença e as possibilidades da sua utilização no ensino da geometria espacial por professores de matemática. Quanto à geometria, trata-se dos trabalhos que vão desde a geometria Euclidiana, até a geometria observada nas três dimensões do observador. Quanto às pinturas, refere-se aos quadros de alguns artistas do período histórico denominado Renascimento. Não há respostas corretas ou incorretas, no entanto, faz-se necessária franqueza absoluta nas respostas para que possamos obter resultados significativos.

Agradeço desde já sua atenção, colaboração e participação.

A1 – Gênero:

- 1) ☐ Masculino 2) ☐ Feminino

A2 – Idade: _____ anos.

A3 – Instituição e modelo que você cursou seu Ensino Médio:

- 1) ☐ Escola pública (regular) 2) ☐ Escola particular (regular)
3) ☐ EJA de escola pública 4) ☐ EJA de escola particular
5) ☐ Outros (especifique) _____

Observação: EJA – Educação de Jovens e Adultos

A4 – Você já iniciou e parou ou concluiu outro curso universitário?

- 1) ☐ Não 2) ☐ Sim 3) ☐ Se afirmativo, qual _____

A5 – Por que escolheu esse curso universitário? Assinale quantas alternativas forem necessárias

- 1) ☐ Afinidade com as exatas 2) ☐ Custos acessíveis do curso
3) ☐ Falta de opção 4) ☐ Identificação com a profissão
5) ☐ Outros (especifique) _____

A6 – Nas opções abaixo assinale aqueles em a Matemática está presente. Desconsidere as questões financeiras e monetárias (de custo) que as envolvem.

- 1) ☐ Música 2) ☐ Pintura
3) ☐ Poesia 4) ☐ Arquitetura
5) ☐ Construção Civil 6) ☐ Cinema

- 7) ☐ Espaço Sideral 8) ☐ Escultura
- 9) ☐ Topografia 10) ☐ Dança
- 11) ☐ Teatro 12) ☐ Navegação
- 13) ☐ Zoologia – vertebrados 14) ☐ Fotografia
- 15) ☐ Zoologia – invertebrados 16) ☐ Botânica
- 17) ☐ Arte da guerra 18) ☐

A7 – O que define um bom professor de Matemática?

- 1) ☐ Aquele que focaliza suas discussões nas teorias conceitos e postulados
- 2) ☐ Aquele que prioriza a forma de ensinar em detrimento do ensino em si
- 3) ☐ Aquele que busca associações diferenciadas e contextualizadas
- 4) ☐ Outros (especifique) _____

A8 – O contato cotidiano com seus professores te ajuda a pensar nas suas futuras práticas profissionais?

- 1) ☐ Sim. Penso em reproduzir suas boas práticas pedagógicas e metodológicas
- 2) ☐ Não. A realidade universitária está muito distante de minha futura prática profissional
- 3) ☐ Sim nas questões que tangem sua conduta ética e moral
- 4) ☐ Outros (especifique) _____

A9 – A contextualização histórica e as relações da Matemática com a Arte observados nos conceitos geométricos utilizados nas pinturas do período da Renascença pode potencializar seus interesses pela Matemática?

- 1) ☐ Não. Essas disciplinas não apresentam relações significativas.
- 2) ☐ Sim. Tenho conhecimentos, mas quero saber mais sobre essas relações.
- 3) ☐ Não. Tenho vaga noção dessas relações, mas não tenho interesse.
- 4) ☐ Sim. Tenho vaga noção dessas relações e quero saber mais.

A10 – Observar as relações entre a Matemática e a Arte pode prejudicar o seu aprofundamento nos estudos dos conteúdos matemáticos exigidos no curso em que você está matriculado?

- 1) ☐ Não. Tais observações me ajudarão a ver a Matemática em sua forma humanizada.
- 2) ☐ Sim. O conteúdo matemático é vasto e as discussões não podem perder o foco.
- 3) ☐ Essas podem ser realizadas somente em momentos específicos do curso.
- 4) ☐ Outros. Especifique _____

A11 – A correlação entre as disciplinas – Matemática e Arte – à luz do contexto histórico do período renascentista desperta sua curiosidade?

- 1) ☐ Não porque não me identifico com a área das Artes
- 2) ☐ Sim. A contextualização me ajuda a lembrar das contribuições acadêmicas.
- 3) ☐ Outros. Especifique _____

A12 – Qual a importância das relações entre: Geometria e pinturas Renascentistas?

- 1) ☐ Nenhuma. Nesse momento o mais importante para mim é o conteúdo específico
- 2) ☐ Pouca importância. Meu interesse são as exatas
- 3) ☐ Muito interesse. Pretendo utilizar tais conhecimentos em meus trabalhos.
- 4) ☐ Outros. Especifique _____

A13 – Quais as possíveis consequências se, durante as aulas, seu professor discutir as relações entre a Geometria e as pinturas renascentistas?

- 1) ☐ Eu poderia mudar de curso e migrar para as artes.

- 2) ☐ Eu poderia perder o foco da exatidão Matemática.
3) ☐ Eu passaria a construir relações que apoiariam minhas práticas profissionais.
4) ☐ Outros. Especifique _____

A14 – A falta de conhecimento entre as relações da Matemática e suas utilizações nas Artes pode caracterizar um indicador de desapareço dos matemáticos pelas Artes?

- 1) ☐ Sim. Em geral quem gosta de Matemática não aprecia as Artes.
2) ☐ Não. Em geral quem gosta de matemática também aprecia as artes
3) ☐ Outros. Especifique _____

A15 -Das modalidades artísticas abaixo relacionadas assinale aquelas que mais despertam seu interesse e que você se dedicaria, ou já se dedica. Assinale quantas quiser.

- 1) ☐ Pintura 2) ☐ Desenho 3) ☐ Escultura 4) ☐ Teatro 5) ☐ Poesia
6) ☐ Música (cantar) 7) ☐ Música (tocar instrumento) 8) ☐ Dança
9) ☐ Nenhuma dessas atividades me atraem.

A16 – Você considera que haja algum tipo de resistência pré-conceitual dos estudantes e dos professores das exatas com as artes?

- 1) ☐ Não 2) ☐ Sim 3) ☐ Um pouco 4) ☐ Bastante

A17 – Você já teve alguma aula em que o professor utilizou pinturas renascentistas durante suas aulas de Geometria?

- 1) ☐ Não 2) ☐ Sim

A18 – Se sua resposta foi sim, como seu professor exibiu a pintura?

- 1) ☐ Utilizou-se de livro, revista, recorte, cartaz 2) ☐ Data show
3) ☐ Internet 4) ☐ DVD 5) ☐ Software 6) ☐ Retroprojektor 7) ☐ Outro _____

A19 –Você já teve acesso a algum material como: livro, revista, vídeo e outros que tratasse das relações entre Geometria e pintura?

- 1) ☐ Não 2) ☐ Sim

A20 –Você já teve acesso a algum material como: livro, revista, vídeo e outros que tratasse das relações entre Matemática e Arte?

- 1) ☐ Não 2) ☐ Sim

A21 – Você gostaria de ter aulas que discutissem as relações entre as pinturas do Período do Renascimento no ensino da Geometria?

- 1) ☐ Não porque não acho importante 2) ☐ Sim, acho importante

Comente sua resposta: _____

Se desejar receber os resultados desta pesquisa, por favor, deixe seu e-mail de contato.

E-mail: _____

APÊNDICE IV

Respostas da entrevista



MESTRADO EM CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO

Professor: Messa Sanches

e-mail: messa.sanches@uol.com.br

PROFESSOR P 01

P I. Identificação do entrevistado.

Dados sociais:

Sexo: M Idade: 41 anos

Tempo total de magistério: 20 anos

Tempo de magistério nesta escola: 13 anos

Maior grau de titulação: Doutorando

P2. Conhecimento acerca das técnicas matemáticas utilizadas na pintura.

Discorra sobre o conhecimento que você julga ter acerca da Geometria empregada nas Pinturas do período do Renascimento.

R – Acredito que na pintura e na geometria do Renascimento tenha tido semelhança de retas; trabalhos com figuras no aspecto tridimensional desenvolvidos; alguma coisa a mais a respeito do Teorema de Tales; semelhança de retas; enfim.

É um ponto forte a se desenvolver, embora não exista hoje, formalizado esse conteúdo. É difícil também, por área de grande atuação, praticamente de, digamos assim, por ser áreas de inspirações diferentes.

P3. Disponibilidade da interdisciplinaridade entre as áreas: Arte e a Matemática para os professores:

Discorra acerca dos aspectos que podem facilitar e/ou dificultar o contato pedagógico entre as duas áreas supracitadas.

E o senhor conhece algum material específico que faça a relação de interdisciplinaridade entre a arte e a matemática?

R – Não. Nenhum material que trabalhe especificamente com isso. Há alguma abertura de matemática, de obras, mas especificamente um material para isso não. Nem software nem material. Material bibliográfico, virtual em matemática. Já a Arte e Matemática, também, se conhecem, basicamente, o tangran e outros tópicos como a Torre de Hanói. Mas, um material que dê um destaque artístico não conhece. O importante na interação, eu acredito que seja, mais uma ponte do professor que possa desenvolver um assunto que possa interessar os alunos.

P4. Material bibliográfico e/ou virtual de Matemática no contexto das Artes sob o foco educativo:

Discorra sobre a oferta de material interdisciplinar que seja específico entre as duas áreas de conhecimento.

O senhor acha que despertaria interesse maior ou específico nos alunos, ao realizar a relação a tridimensionalidade utilizada na pintura do Renascimento?

R – Acredito que sim, porque a ideia primária da geometria é uma atuação não direcionada para a prática. São bases teóricas que não se encontram diretamente na prática. E muitas vezes que as pessoas olham a pintura, não fazem a leitura da mesma. E sabes que se tu fazes uma leitura de uma pintura tem que ter um conhecimento específico. E a geometria seria uma base para esse conhecimento. Mostrando para o aluno, também, que os pintores tinham esse conhecimento geométrico, embora não fosse exposto, eles tinham essa prática geométrica que hoje não é observado. Então eu acredito que só vá somar aos alunos, ter uma nova visão da geometria e uma aplicação desde o século XV, XIV da mesma.

P5. Importância da interação dos professores de Matemática com as Pinturas do período do Renascimento:

Discorra sobre a importância ou não da interação dos professores com as técnicas geométricas utilizadas pelos pintores do período do Renascimento.

R – Sim é. Eu acho que é uma forma de capacitação, também, a ser desenvolvida. Porém é difícil encontrar um profissional que tenha essa habilidade nessas duas áreas, que possa criar uma base matemática para o pintor e uma base da pintura renascentista para o matemático. Isso vai aumentar a cultura do professor e desenvolver nele uma abordagem diferente de conteúdo de forma a identificar, mesmo, com as tendências de um pintor cientista.

Isso tanto no curso universitário como no médio? Ajudaria também aos universitários?

Com certeza, porque, principalmente, o universitário está em formação de professor. E hoje nós deveríamos formar um professor diferenciado no mercado. E esse seria um foco muito importante para propor essa diferença no profissional.

Essa forma de abordagem matemática pode trazer algum prejuízo no conteúdo do curso de matemática?

Com certeza, não. Porque a quantidade do conteúdo não repercute na qualidade. Nós encontramos alunos que tem dificuldade em interagir com centímetro e metro no ensino fundamental, médio e superior. Isso porque nunca houve uma interação significativa desse conteúdo. Então, uma vez feita, resta poupar tempo em repetir aquele mesmo procedimento no futuro.

P6. Considerações que o entrevistado julgar relevantes:

R – Sim. A consideração é que no final do trabalho, fosse feita uma divulgação na universidade e um curso de livre docência que a gente pudesse ter essa prática desenvolvida no curso de uma forma a mostrar que o profissional pode atuar e deve atuar em áreas diferentes, que seria um ponto. Mas que poderiam existir outros pontos nessa mesma linha de trabalho.

Respostas da entrevista



MESTRADO EM CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO

Professor: Messa Sanches

e-mail: messa.sanches@uol.com.br

PROFESSOR P 02

P I. Identificação do entrevistado.

Dados sociais:

Sexo: F Idade: 31 anos

Tempo total de magistério: 1 anos

Tempo de magistério nesta escola: 1 anos

Maior grau de titulação: Doutorando

P2. Conhecimento acerca das técnicas matemáticas utilizadas na pintura.

Discorra sobre o conhecimento que você julga ter acerca da Geometria empregada nas Pinturas do período do Renascimento.

R – Conheço o seguinte: o período do Renascimento é um período de grandes descobertas na Europa. Saindo do período das trevas e seguindo para o caminho do conhecimento em diversas áreas. Como pintura, matemática medicina. O que eu coloquei aqui, então, sobre relacionar a geometria e a pintura, é ver o espaço, com certeza, visão de 3D e 2D e simetria. Acho que direta e indiretamente o pintor teria que ter esse conhecimento para conseguir fazer uma distinção. Mona Lisa que o diga, não é? Até hoje é indiscutível. Seria mais ou menos isso.

P3. Disponibilidade da interdisciplinaridade entre as áreas: Arte e a Matemática para os professores:

Discorra acerca dos aspectos que podem facilitar e/ou dificultarem o contato pedagógico entre as duas áreas supracitadas.

R – Possibilidade existe. Acredito que sim. Acho que não é muito corriqueiro, ou, não é muito comum. Em geral, infelizmente existe uma divisão: você é da Física e Artes é outra

“coisa”. Você é Matemática? Artes é outra “coisa”. As pessoas parecem que não conseguem unir. Porque Arte é muito distinta. Acredito que tudo é muito interdisciplinar e multidisciplinar. Como eu havia comentado antes, em ver 2D e 3D e simetria, é um conhecimento matemático que o artista tem, que ele emprega na arte, então quem vai avaliar o quadro, talvez nem pensa que ele tenha conhecimento de Matemática. Acha que é apenas um artista: mas ele tem as duas “coisas”. Eu acredito que dificuldade seria essa, devido a natureza distinta, de arte e Matemática. Mas que tem suporte para ti usar ou não. Que tem que convergir em pontos. Hoje em dia é difícil de separar por que a ideia é unir.

Na sua visão matemática, a senhora já parou para olhar as utilizações geométricas de uma pintura desse período?

Já ouvi muitos comentários a respeito da Mona Lisa, que o rosto dela tem uma parte que é mais elevada, que seria um lado masculino e um lado feminino. Mesmo que com muita conspiração. E as escolas que surgiram depois usavam muitas figuras geométricas. Mas o que eu vejo é isso. Mas eu fiquei pensando no artista: quando ele vai para o plano, para pintar, acredito que o foco é não é na tinta. Tem que ter um conhecimento. O tamanho do quadro que ele vai usar; que altura que vai ter, por exemplo a Mona Lisa; não é só a tinta, tem que ter um conhecimento de espaço, muito grande. Eu nunca estive lá, mas eu sei que não é reto. Acredito que a técnica é empregada diretamente. Acredito que tenha que ter conhecimento de espaço e de geometria.

P4. Material bibliográfico e/ou virtual de Matemática no contexto das Artes sob o foco educativo:

Discorra sobre a oferta de material interdisciplinar que seja específico entre as duas áreas de conhecimento.

R – Eu não conheço. Eu até fiquei curiosa, e já ouvi falar que existe mesmo uma linha direta... acho que é possível mas eu mesma não conheço.

Há interesse, enquanto profissional que ensina matemática, em conhecer esse tipo de material?

Acredito que sim. Até porque eu gosto de Arte; gosto de Literatura; acho que as pessoas não tem que gostar de uma coisa só e deve estar preparada. Então, sim. Interesse-me. Olhar de uma forma diferente. É o mesmo que Física trabalhar com experimento. Partir do experimento para chegar a teoria.

P5. Importância da interação dos professores de Matemática com as Pinturas do período do Renascimento:

Discorra sobre a importância ou não da interação dos professores com as técnicas geométricas utilizadas pelos pintores do período do Renascimento.

R – Acho interessante, sim. Acho que incentivar o aluno a ler; incentivar o aluno a conhecer outras técnicas; acredito não pode ser todo mundo tecnicista, ir para o quadro e colocar um monte de equações; acho que dá pra ver um pouco de artes e “viajar” um pouco. Chegar em outras técnicas que tocam a Matemática. As vezes a gente pensa que uma área não tem nada a ver com a outra, e eu acho que vale sim.

P6. Considerações que o entrevistado julgar relevantes:

R – É o que eu coloquei aqui: acredito que as atividades e outras disciplinas podem se somar. O incentivo das Artes; tenho certeza que é “bacana”. Precisamos de mais professores que gostam das artes; mais pessoas que unam. Fantástico, isso. Acho essa proposta interessante.

Respostas da entrevista



MESTRADO EM CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO

Professor: Messa Sanches

e-mail: messa.sanches@uol.com.br

PROFESSOR P 03

P I. Identificação do entrevistado.

Dados sociais:

Sexo: M Idade: 34 anos

Tempo total de magistério: 5 anos

Tempo de magistério nesta escola: 2 anos

Maior grau de titulação: Doutorando

P2. Conhecimento acerca das técnicas matemáticas utilizadas na pintura.

Discorra sobre o conhecimento que você julga ter acerca da Geometria empregada nas Pinturas do período do Renascimento.

R – Eu sei que havia técnicas de geometria, aliás desde a Grécia antiga com a regra de ouro. Sei que a pintura usa o conceito de ponto de fuga; perspectiva; sei eles usavam aquela proporção que desce em espiral... mas um conhecimento bem especial que eu adquiri, vendo outros materiais, não foi estudando Matemática, não, foi mais, vendo assuntos sobre arte. Mas eu me lembro de ter visto aqueles quadros com a espiral, de Fibonacci. E a distribuição da pintura em torno disso. Basicamente é só isso que eu sei.

Interessante que você viu esse aspecto da Matemática na Arte.

É não foi Arte via Matemática. Foi Matemática via Arte.

P3. Disponibilidade da interdisciplinaridade entre as áreas: Arte e a Matemática para os professores:

Discorra acerca dos aspectos que podem facilitar e/ou dificultarem o contato pedagógico entre as duas áreas supracitadas.

R – Eu acho que, principalmente em geometria, no ensino Fundamental, pode haver uma grande sobreposição entre a Arte e a Matemática. Eu já ensinei no sexto ano. Durante algum tempo. E eu me lembro, que aqui no nosso currículo, a gente introduz a geometria plana no sexto ano; a gente fala de figuras geométricas, de figuras complexas e não complexas, regulares e não regulares, ângulos e eu me lembro de ter usado mosaicos gregos e romanos para discorrer sobre esse assunto. Até para deixar a matéria mais fácil para os alunos. Então eu acredito que nos anos iniciais da escola dá para fazer uma sobreposição muito grande entre Arte e Matemática. Porém eu acredito que nos anos finais e no Ensino Médio, em um curso de exatas que não esteja voltado para a docência, por exemplo, um curso de engenharia, seja um pouco mais difícil trabalhar esse conceito. Porque você tem que aprofundar mais a matéria, fica um pouco abstrato. Mas eu acredito que sim, é possível ensinar Matemática usando a Arte e que isso torna o aprendizado mais significativo para as crianças, mais fácil.

Então já respondendo e reforçando: em um currículo seria importante fazer esse tipo de abordagem?

Sim em ensino Fundamental.

E para preparar o futuro professor?

E claro. E até para preparar a criança para desenvolver o lado prático da Matemática que será muito exigido a partir do ensino Médio, e que é onde a criança se perde na Matemática. Quando do concreto para o abstrato. Eu acho que pode facilitar o aprendizado de muitos, de como que a Matemática e a Arte trabalham juntos e pode dificultar no ensino mais avançado, porque você não vai poder continuar ensinar matemática usando só o concreto. Tem hora que tem largar...

P4. Material bibliográfico e/ou virtual de Matemática no contexto das Artes sob o foco educativo:

Discorra sobre a oferta de material interdisciplinar que seja específico entre as duas áreas de conhecimento.

R – O único material que me vem a cabeça seria os livros... seria você buscar autores de livros didáticos que trabalham dessa forma interdisciplinar. Fora isso, não me recordo.

Claro que você tem vários sites de museus que você pode usar e ensinar Matemática, mas não me ocorre nenhum material específico para trabalhar essa abordagem. A oferta de material é pequena. A oferta de material, que te ajuda a trabalhar a matemática, é pequena.

P5. Importância da interação dos professores de Matemática com as Pinturas do período do Renascimento:

Discorra sobre a importância ou não da interação dos professores com as técnicas geométricas utilizadas pelos pintores do período do Renascimento.

R – Acho que é muito importante. Não sei se, necessariamente, do Renascimento, mas eu acho muito importante um professor de Matemática buscar vários recursos, extras, para ensinar Matemática. Justamente porque torna o aprendizado, da criança, mais significativo. E desmitifica, um pouco, a matemática, para as crianças que tem dificuldade em matemática. Mostra que ela pode ser aplicada mesmo à arte, e que ela tem uma utilidade fora de área. E acho que isso se aplica a diversas áreas. Desde a engenharia até a pintura renascentista até a cubista. Eu trabalhei com as crianças com a geometria de um quadro de bicicleta, em que 99% das vezes ele é triangular. Até porque um quadro de bicicleta ao ser um quadrilátero, ele vai se quebrar, vai se partir, muito mais facilmente.

P6. Considerações que o entrevistado julgar relevantes:

R – Quanto ao que eu acho que seja relevante eu acho que já falei.

Respostas da entrevista



MESTRADO EM CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO

Professor: Messa Sanches

e-mail: messa.sanches@uol.com.br

PROFESSOR P 04

P I. Identificação do entrevistado.

Dados sociais:

Sexo: M Idade: 27 anos

Tempo total de magistério: 2,5 anos

Tempo de magistério nesta escola: 2,5 anos

Maior grau de titulação: Mestre

P2. Conhecimento acerca das técnicas matemáticas utilizadas na pintura.

Discorra sobre o conhecimento que você julga ter acerca da Geometria empregada nas Pinturas do período do Renascimento.

R – A geometria que eu acho, vem utilizada em qualquer forma. Como Leonardo da Vinci, estudou o corpo humano, e todo esse estudo dá para ser representado em qualquer figura geométrica: a mão como um quadrado; os dedos como retângulos; o corpo como um cilindro. Então a geometria tem que estar empregada. E ela é a base para o desenvolvimento artístico. Pelo menos no que eu tenho conhecimento. Minha noiva estuda e dá curso de desenho e pintura, ela trabalha essa parte de geometria para o esboço da arte final que a pessoa quer. E essa geometria tem que estar empregada. Ela usa a geometria no esboço do desenho em formas geométricas e depois ela só “desliza” para o plano real. Mas a parte geométrica ela tem tudo. Depois com o tempo ela nem usa. Mas para o ensino ela começa com o esboço geométrico, que muitas vezes não aparenta que é, mas depois com a prática se torna bem prático e se torna real. Deixa um tom realístico. Agente (profissionais da Matemática) parte da Matemática falando da Arte, que é a nossa facilidade, e você já começou de um foco diferente: Partiu da Arte para a Matemática. Muito interessante.

P3. Disponibilidade da interdisciplinaridade entre as áreas: Arte e a Matemática para os professores:

Discorra acerca dos aspectos que podem facilitar e/ou dificultarem o contato pedagógico entre as duas áreas supracitadas.

R – Bem, na Matemática, o grande problema, é que os alunos não gostam de Matemática. Eu vejo isso pelos comentários. Isso é fato. A Matemática é a matéria que eles não gostam e o professor acaba sendo visto como vilão. A arte, já, não. Muitas vezes quando a pessoa já tem a facilidade, na parte, detalhes desse conhecimento, ela acaba não relacionando essas coisas. E a facilidade é que como a Arte trás esse gosto nas pessoas, principalmente nas crianças, com desenhos, trazer geometria através da Arte seria uma maneira de motivar e trazer o gosto da Matemática para o ensino para as crianças. E para a Arte, complementando a primeira pergunta, a facilidade é que o aluno conhecendo um pouco mais da Matemática ela pode usar, até com um pouco mais de precisão para fazer o desenho de uma forma mais realísticas.

P4. Material bibliográfico e/ou virtual de Matemática no contexto das Artes sob o foco educativo:

Discorra sobre a oferta de material interdisciplinar que seja específico entre as duas áreas de conhecimento.

R – Bem: eu não sei o nome do livro e conheço só ele. É uma discussão entre as cores na arte para um tom em cinza. Nem é nem na Matemática. Mas os dois relacionados eu conheço muito pouco. Eu acho que seria muito interessante a abordagem dos dois, para o trabalho, como dito anteriormente, interdisciplinar. Porque um ajudando o outro, com esse material em foco, muitos professores poderiam usar, para contextualizar uma coisa ou outra e incentivar os alunos, que muitas vezes, desmotivados, por só contas, e não vendo um contexto pratico, que a geometria poderia ter, e que muitas vezes passa despercebido. Mas o material é muito pouco. E é uma pena.

P5. Importância da interação dos professores de Matemática com as Pinturas do período do Renascimento:

Discorra sobre a importância ou não da interação dos professores com as técnicas geométricas utilizadas pelos pintores do período do Renascimento.

R – É muito importante. Como Leonardo da Vinci, na época do Renascimento, se vocês forem ver os rascunhos, seus cadernos de rascunhos, bem no começo você vai ver a parte de geometria. Mostrando que ela é importante. Não só na Arte: na pintura. Mas você vê que Leonardo da Vinci não era só pintor. Naquela época os artistas não eram só uma área e ação. Ele trazia uma bagagem, de conhecimento, muito grande. E é uma coisa que tem que ser levada em consideração e mostrar para os alunos que não é só saber pintar. Mas ver o contexto de forma a saber utilizar outras formas de conhecimento, para trazer melhor qualidade; melhor resultado no seu trabalho.

P6. Considerações que o entrevistado julgar relevantes:

R – A relação entre a arte e a Matemática é muito por concordar, que é uma pena, porque, eu gosto das duas áreas. Essa parte das ideias. Eu gosto muito do desenho, principalmente o japonês; e qualquer estrutura que você pegar em banca de jornal, ele começa em estrutura de círculo, cones e cilindros. Algo que poderia ser utilizado por professores de Matemática para ensinar. E o... o corpo humano tem sete cabeças e meia; os círculos e as semiesferas e trabalhar esses temas que os alunos conhecem. Não só a definição; e só a prática de pintura, mas trazer as divergências. E poderia começar materiais diferentes mesmo, como... bem diferentes, didáticos. Eu também deixo essa entrevista aberta ao uso e apoiar o seu trabalho.

Respostas da entrevista



MESTRADO EM CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO

Professor: Messa Sanches

e-mail: messa.sanches@uol.com.br

PROFESSOR P 05

P I. Identificação do entrevistado.

Dados sociais:

Sexo: M Idade: 50 anos

Tempo total de magistério: 12 anos

Tempo de magistério nesta escola: 7 anos

Maior grau de titulação: Doutorado

P2. Conhecimento acerca das técnicas matemáticas utilizadas na pintura.

Discorra sobre o conhecimento que você julga ter acerca da Geometria empregada nas Pinturas do período do Renascimento.

R – O meu conhecimento é mais uma parte de divulgação que eu vi de documentários de programas que destacam sobre isso. Como que os artistas daquela época usavam e retratavam isso nas obras. Nas pinturas; na arquitetura... Mas nunca por um lado mais didático. Mas para o lado de documentário e programas. De forma mais... Informalmente.

P3. Disponibilidade da interdisciplinaridade entre as áreas: Arte e a Matemática para os professores:

Discorra acerca dos aspectos que podem facilitar e/ou dificultarem o contato pedagógico entre as duas áreas supracitadas.

R – Os aspectos que podem facilitar ou dificultar o aspecto pedagógico entre as duas áreas: o que facilitaria, é claro, se você detém esse contexto, se tem maior acesso de como que a geometria foi, ou pode ser explorada: isso ajuda a pessoa entender o que a geometria representa. O que dificulta é que você tenha um educador, um professor que tenha essas duas coisas. A geometria é muito “bacana”. Quando e como pode ser aplicada em determinada

área. Dá um monte de coisas. Agora quando se sabemos como aplicar na área, o “cara” não vai se meter a falar de uma coisa que ele não sabe. Eu já dei geometria, mas dificilmente eu entrei nessa área de Arte, não me atrevo a fazer isso.

P4. Material bibliográfico e/ou virtual de Matemática no contexto das Artes sob o foco educativo:

Discorra sobre a oferta de material interdisciplinar que seja específico entre as duas áreas de conhecimento.

R – Eu não conheço nenhum que seja formalmente aplicado; como que a Arte... eu conheço um pouco do material de alguns colégios; de apostilas do ensino fundamental principalmente por ter contato com meu filho. Não sei se foi para ilustrar algum tipo de conceito da geometria. Visando essa parte de onde isso “cresceu”; onde foi utilizado na arte. Mas um material mais forma: um livro que destaque isso eu não conheço.

Exceto, como o senhor já havia dito: em documentários.

Sim mas não destacado para isso. Mas uma expressão de paralelo.

P5. Importância da interação dos professores de Matemática com as Pinturas do período do Renascimento:

Discorra sobre a importância ou não da interação dos professores com as técnicas geométricas utilizadas pelos pintores do período do Renascimento.

R – Claro que se somar isso é fantástico. Se tiver o conhecimento disso, ele vai dar aulas de geometria e vai ilustrar com desenhos ou técnicas que são usadas para reproduzir esse tipo de coisas. Independente do período, mas você está destacando aqui o Renascimento, talvez, acredito que seja esse que mais...

Na verdade existem outros artistas que destacam a Matemática, porém o foco da pesquisa precisa ter um foco mais específico, mas não que nesse período seja mais aparente a geometria.

Acredito que o professor que tiver essa “ponte” bem feitinha, com conteúdos e conceitos, certamente beneficia. Só tem a ganhar.

Como professor, ensinando na Licenciatura de Matemática, seria interessante um material com aprofundamento dessas técnicas geométricas utilizadas na Renascença para o futuro professor de matemática utilizar?

Ah! Seria interessante. É o que eu falei: até para você passar isso, dependendo de qual é a formação do professor que vai dar aula para os licenciandos, teria que ter isso já esclarecido. A “ponte” do que ele vai ensinar. Eu penso que algumas pessoas do superior teriam muito mais técnicas. Seria interessante. De repente, pensando que você tá formando um professor que vai dar aula com conhecimento geral. Seria interessante explorar esse tipo de coisa. Como eles tem laboratório de matemática, alguns professores que trabalham a parte mais prática, tem professores que tem esse perfil. Isso está incorporado em algum momento também. É importante para chegar lá. Aplicando todo tipo de contexto que tenha Matemática. Ele deve contextualizar muito na parte da engenharia, de resolver problemas. Tem que demonstrar que a Matemática é uma ferramenta a ser utilizada de várias maneiras.

P6. Considerações que o entrevistado julgar relevantes:

R – Pelo que eu estou vendo aqui, seu trabalho é justamente isso: identificar essa importância e de repente, propor alguma ideia relevante. Muito “legal” a ideia de integrar.